irem de besançon

OBJECTIFS et EVALUATION

FASCICULE 3

3ème édition : REVUE et AUGMENTEE (1983 et 1985)

(Classes de 4ème et 3ème)

Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
Faculté des Sciences et des Techniques
Route de Gray - La Bouloie -
25030 BESANCON CEDEX
Tél. : (81) 50.59.30

OBJECTIFS et EVALUATION

FASCICULE 3

3ème édition : REVUE et AUGMENTEE (1983 et 1985)

(Classes de 4ème et 3ème)

Groupe "Evaluation" animé par Antoine BODIN

Novembre 1982

R E M E R C I E M E N T S

De nombreux collègues ont contribué à l'élaboration de ces documents, les uns en participant aux réunions, les autres comme correspondants dans les établissements de l'Académie.

Certains tests ont été passés par plus de 150 classes, les résultats-élèves qui ont été adressés à l'IREM nous ont permis de construire les étalonnages. Les commentaires qui les accompagnaient ont permis de faire un certain nombre de modifications que nous espérons positives. Que tous ces collègues, connus ou inconnus trouvent ici l'expression de nos remerciements.

Citons plus particulièrement ceux qui ont participé de façon régulière à nos réunions au cours des années 79-80, 80-81 , 81-82 et 82-83 .

GROUPE DE TRAVAIL DE L'IREM

Antoine	BODIN	Collège ORNANS
Suzanne	BOUTONNET	Collège BELFORT
Jean	CESAR	Collège VOUJEAUCOURT
Samuel	FAIVRE MACON	Collège MAICHE
Jean-Claude	FONTAINE	Directeur de l'IREM
Claude	FRELET	Collège DOLE
Lucien	GIGNET	Collège BAUME-LES-DAMES
Chantal	GOVIN	Collège CHAMPAGNOLE
Jean-Paul	GOVIN	Collège CHAMPAGNOLE
Pierre	GSELL	Collège BELFORT
Marie-Claire	KURRY	Collège BESANCON
Michel	MAGNENET	Lycée BESANCON
Bernard	ORIAT	Université BESANCON
Michelle	VOISIN	Collège DOLE

Michel HENRY	Université BESANCON
Nicole PELLETIER	Collège DOLE
Anne Marie PIERRE	Collège BESANCON
Antoine FENEUX	Collège BESANCON
Denise COFFE	Collège LUXEUIL
Clotaire PERNELLE	L.E.P Saint Amour .

GROUPE DE TRAVAIL DU COLLEGE D'ORNANS

Alain	CONCE	Ce groupe a plus particulièrement travaillé à l'opérationnalisation des objectifs de la classe de sixième.
Michèle	FAIVRE	
Bernard	HUGONNOT	
Bernard	MATTEY	
André	MOYNE	
Jacky	PUGIN	

La frappe de ce document a été réalisée par Madame Elisabeth VUILLEMENOT ainsi que par Mademoiselle Annie SALOMON , et le tirage fait par Monsieur VRANA .

Aux collègues qui voudraient utiliser les fiches-élèves ou les tests récapitulatifs

Pour faciliter le travail de reprographie, on pourra se procurer à l'I.R.E.M. des batteries d'épreuves non reliées. Cette diffusion sera toutefois restreinte et il ne sera pas en principe possible de fournir les épreuves en nombre.

Se renseigner à l'I.R.E.M.

0

0 0

AVERTISSEMENT

Rappelons que la présentation générale de notre travail est faite dans le fascicule 1. Nous y précisons notre conception de l'évaluation, les motivations qui sont à l'origine de cette entreprise, les buts poursuivis, les hypothèses que nous avons faites ainsi que les conditions dans lesquelles ces documents ont été élaborés, puis utilisés.

Nous souhaitons vivement que le lecteur veuille bien se reporter à cette première brochure avant une éventuelle prise en compte des objectifs que nous décrivons, et à plus forte raison avant d'utiliser les épreuves d'évaluation correspondantes.

On trouvera dans cette troisième brochure une opérationnalisation partielle des programmes de quatrième et de troisième et des tests des programmes de quatrième et de troisième et des tests de validation étalonnés. Le plan de travail est le même que celui adopté pour la classe de sixième (voir fascicule 1)* mais les documents produits sont parfois lacunaires. En effet nous n'avons voulu présenter que des opérationnalisations qui ont été discutées au cours de nos réunions et des épreuves qui ont effectivement été utilisées dans les classes. D'autre part nous n'avons pas toujours trouvé utile de distinguer clairement les objectifs de quatrième de ceux de troisième (c'est en fait, dans bien des cas, le problème de la définition des objectifs intermédiaires). S'il n'y a pas d'épreuve sur le raisonnement géométrique en quatrième c'est essentiellement parce que nous n'avons pas réussi à cerner les objectifs minimaux correspondants.

Signalons aussi que la plupart des tests de quatrième ont été utilisés avec profit dans des classes de troisième pour faire le point.

Nous n'avons toutefois pris en compte pour les étalonnages que les résultats des élèves de quatrième.

---

* sera publié courant 1983

Cherchant à faire une évaluation aussi rigoureuse que possible, respectant les programmes, et dans une certaine mesure les habitudes des enseignants, il va de soi que nous n'avons pas cherché l'originalité à tout prix. Certaines questions sont donc très classiques, d'autres le sont moins qui surprendront peut être le lecteur.

Il nous a semblé intéressant d'emprunter quelques énoncés à divers travaux de didactique des mathématiques. La forme donnée à notre travail ne permet pas de citer leurs auteurs au fil des pages. Qu'ils veuillent bien trouver ici l'expression de notre reconnaissance pour leur aide qui pour plusieurs d'entre eux ne se limite pas aux emprunts que nous leur avons fait.

Il s'agit essentiellement de : (voir bibliographie - Fascicule 1)

Régis GRAS (Université RENNES)
François PLUVINAGE et Claire DUPUIS (IREM de STRASBOURG)
Gérard VERGNAUD
Patrick MARTHE (IREM D'ORLEANS)
L'INRP (Equipe de J. COLLOMB)

0

0 0

I - CLASSES DE QUATRIEME ET TROISIEME

4 A : CALCUL NUMÉRIQUE DANS L'ENSEMBLE DES RATIONNELS

4 B : CALCUL LITTÉRAL - ORDRE - ORDRES DE GRANDEUR

3 A : CALCUL DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES RÉELS

3 B : FONCTIONS ET GRAPHIQUES

4 C : ÉQUATIONS - INÉQUATIONS (CLASSE DE QUATRIÈME)

3 C : ÉQUATIONS - INÉQUATIONS (CLASSE DE TROISIÈME)

3 E { 4 D : VOCABULAIRE ET CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES - SAUF TRANSFORMATIONS
4 E : VOCABULAIRE ET CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES - LES TRANSFORMATIONS

3 F : LE RAISONNEMENT GÉOMÉTRIQUE

3 G : LE DOMAINE VECTORIEL

OBJECTIF 4 A : CALCUL DANS L'ENSEMBLE DES RATIONNELS

Le programme dit : Exemples introduisant la notion de fraction
Révision des opérations sur les décimaux
Pratique des opérations sur les rationnels, sur les réels

1°) LES PREREQUIS

Dans l'ensemble des décimaux relatifs, l'élève saura utiliser dans des calculs composites, l'addition, la soustraction, la multiplication, l'exponentiation. Il saura utiliser les parenthèses et les règles de priorités.

L'élève saura compléter des égalités mettant en jeu les propriétés des opérations dans l'ensemble des décimaux relatifs.

2°) SAVOIR-MINIMUM

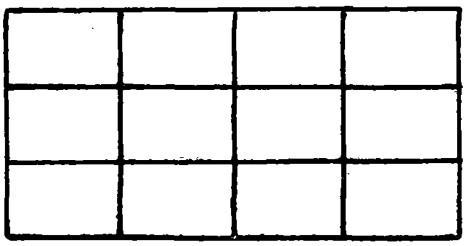
4A1	L'élève aura le sens pratique de la notion de fraction. Il saura par exemple hachurer une fraction donnée d'une surface donnée (utilisation de pavages).
4A2	L'élève saura reconnaitre un rationnel qui sera donné sous forme de fractions équivalentes. Il sera capable de compléter des égalités du type : $\frac{a}{b} = \frac{\dots}{d}$ ou $\frac{a}{b} = \frac{c}{\dots}$, (a, b, c, d entiers) Il saura simplifier des fractions données sous la forme : $\frac{a}{b}$, a et b inférieurs à 1000, diviseurs premiers communs inférieurs à 20 $\frac{\Pi\, a_i^{n_i}}{\Pi\, a_i^{p_i}}$, certains des n_i, p_i pouvant être nuls.
4A3	L'élève sera capable de reconnaitre un décimal donné sous forme de fraction et de l'écrire sous forme décimale. Il saura écrire un décimal sous la forme : - D'une fraction de dénominateur 10^p - D'une fraction irréductible Il saura reconnaitre les rationnels décimaux et non décimaux.

4A4	L'élève saura additionner deux rationnels donnés sous la forme : - De fractions de même dénominateur - De fractions de dénominateurs différents - D'une fraction et d'un décimal éventuellement entier
4A5	Même objectif que 4A8, mais avec des calculs portant sur plus de deux nombres, avec ou sans parenthèses
4A6	L'élève saura effectuer le produit de plusieurs rationnels (au plus trois). Une addition au moins sera introduite dans le texte du contrôle.
4A7	L'élève saura effectuer des calculs combinant les difficultés de 4A5 et 4A6.
4A8	L'élève connaitra le sens du mot INVERSE et saura écrire l'inverse d'un rationnel quelconque. Il saura écrire sous forme simplifiée le quotient de deux rationnels.
4A9	L'élève saura calculer des puissances d'exposant entier positif, dans le cas numérique. Il sera capable de simplifier, dans le cas numérique, des écritures comportant des exposants positifs. Il sera capable d'utiliser les puissances de 10 d'exposant positif pour écrire des nombres.
4A10	L'élève sera capable d'utiliser les capacités décrites de 4A1 à 4A9 dans la résolution de situations-problèmes.

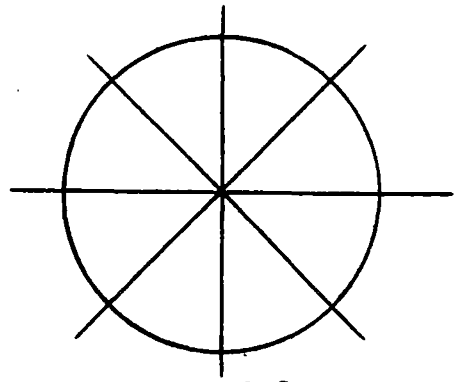
4A1 | réussite | ↑ | ↗ | échec | → | ↘ | ↓ | nom : | date :

Tolérance : 1 erreur | Temps : 10 minutes

HACHURER les $\frac{5}{12}$ de la surface du rectangle dessiné ci-dessous.



HACHURER les $\frac{3}{8}$ de la surface du disque dessiné ci-dessous.



Voici un segment de droite.

Tracer un segment dont la longueur soit les $\frac{2}{5}$ de la longueur du segment [AB]

Tracer un segment dont la longueur soit les $\frac{9}{5}$ de la longueur du segment [AB]

Combien peut-on remplir de bouteilles de contenance $\frac{1}{4}$ de litre avec un tonneau de contenance 30 litres ?

Une personne a économisé 12 000 francs ; elle décide de placer à la banque les $\frac{4}{15}$ de cette somme. Quelle somme va-t-elle placer ?

4A2 | réussite | ↑ | ↗ | échec | → | ↘ | ↓ | nom : | date :

Tolérance : 2 erreurs | Temps : 10 minutes

Parmi les fractions ci-dessous, quelles sont celles qui représentent le même nombre rationnel ? Ecrire toutes les égalités possibles.

$\frac{8}{10}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{14}{18}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{21}{27}$; $\frac{20}{25}$; $\frac{33}{44}$.

Ecrire les rationnels ci-dessous sous forme de fractions irréductibles.

$\frac{66}{110}$	$\frac{168}{294}$
$\frac{169}{65}$	$\frac{2^3 \times 5^2 \times 17 \times 23}{2^2 \times 5 \times 23 \times 31}$

4A3	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 2 erreurs	Temps : 10 minutes

Parmi les rationnels suivants : $\frac{4}{5}, \frac{19}{35}, -\frac{13}{16}, \frac{19}{121}, \frac{42}{14}$ certains sont des nombres décimaux.

LESQUELS ? ....

Les écrire sous forme décimale : ....

Ecrire chacun des décimaux ci-dessous sous forme d'une fraction dont le dénominateur est une puissance de DIX.

0,15 =	1,9 =	7,595 =	-3,14 =

Ecrire chacun des décimaux ci-dessous sous forme de fraction irréductible.

0,15 =	0,049 =	3,8 =

4A4	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 2 erreurs	Temps : 10 minutes

Effectuer les calculs indiqués et écrire dans chaque cas le résultat sous forme simplifiée.

$\frac{3}{7} + \frac{2}{7} =$	$\frac{3}{7} + \frac{4}{7} =$	$\frac{13}{7} - \frac{3}{7} =$

$\frac{5}{25} + \frac{1}{5} =$	$\frac{7}{21} + \frac{32}{24} =$
$\frac{2}{3} + \frac{3}{5} =$	$\frac{2}{3} - \frac{3}{5} =$
$\frac{7}{6} + \frac{4}{15} =$	$(-\frac{7}{6}) - (-\frac{4}{15}) =$
$2 + \frac{2}{3} =$	$0,15 + \frac{7}{20} =$

4A5	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 1 erreurs | Temps : 10 minutes

Effectuer les calculs indiqués et écrire les résultats sous forme simplifiée.
Laisser les calculs intermédiaires sur la feuille mais utiliser un brouillon.

$\frac{4}{3} - \frac{3}{5} + \frac{9}{10} =$
$\frac{13}{7} - (\frac{4}{3} + \frac{4}{5}) =$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} =$
$(2{,}8 + \frac{5}{7}) - (\frac{4}{3} - 3) =$

4A6	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 2 erreurs | Temps : 10 minutes

Effectuer les calculs indiqués ci-dessous et donner les résultats sous forme simplifiée.
Préparez vos réponses au brouillon, mais laissez les calculs intermédiaires sur la feuille.

$\frac{2}{7} \times \frac{3}{4} =$	$(-\frac{1}{5}) \times \frac{4}{3} =$
$(-\frac{2}{3}) \times (-\frac{3}{8}) =$	$4 \times \frac{9}{7} =$
$(1{,}5) \times (-\frac{8}{9}) =$	$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} =$
$\frac{4}{7} \times \frac{3}{7} =$	$(-\frac{3}{5}) \times (-\frac{3}{8}) =$
$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} =$	$\frac{756}{921} \times \frac{921}{756} =$

4A7	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 2 erreurs	Temps : 15 minutes

Effectuer les calculs indiqués ci-dessous et donner les résultats sous forme simplifiée. Préparez vos réponses au brouillon, mais reportez les calculs intermédiaires sur la feuille.

$\frac{2}{3}(\frac{3}{4} + \frac{5}{11}) =$
$(\frac{4}{7} + \frac{2}{3})\ (\frac{4}{3} - \frac{3}{7}) =$
$\frac{4}{7} + \frac{2}{3}(\frac{4}{3} - \frac{3}{7}) =$
$\frac{4}{7} + \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} - \frac{3}{7} =$
$\frac{5}{11} \times \frac{3}{4} - \frac{7}{3} \times \frac{9}{4}$
$3 \times \frac{2}{13} + 5 \times \frac{8}{7} =$

4A8	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 2 erreurs	Temps : 10 minutes

Quel est l'INVERSE de $\frac{3}{4}$? ... L'INVERSE de $-\frac{7}{13}$? ...

l'INVERSE de 9 ? ...

Ecrire les nombres suivants sous forme de fraction simplifiée.

$\frac{1}{0,25}$	$\frac{3}{(\frac{4}{3})}$	$\frac{(\frac{5}{9})}{(\frac{3}{7})}$
$\frac{(-\frac{3}{11})}{(\frac{5}{22})}$	$3 : \frac{27}{25}$ $\frac{4}{11} : 5$	$\frac{13}{18} : \frac{4}{9}$

4A9	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date:

Tolérance : 2 erreurs | Temps : 10 minutes

CALCULER :

$(\frac{2}{3})^4 =$	$(-\frac{1}{5})^3 =$	$(\frac{1}{7})^2 =$

ECRIRE SOUS FORME PLUS SIMPLE (on ne demande pas de calculer)

$(\frac{9}{13})^7 \times (\frac{9}{13})^3 \times \frac{9}{13} =$	$(\frac{15}{11})^7 \times (\frac{11}{15})^7 =$
$\left[(\frac{49}{3})^5\right]^6 =$	$5^{10} \times (\frac{3}{5})^{10} =$

Utiliser les PUISSANCES de 10 pour écrire d'une autre façon les nombres suivants :

950 000 000 =

0,000 42 =

4 000 x 500 x 30 =

4A10	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date:

Tolérance : 1 erreur | Temps : 15 minutes

Lors d'un héritage, une somme d'argent est partagée entre trois personnes : Pierre, René et Monique.

Pierre reçoit les $\frac{3}{11}$ de la somme totale, René reçoit les $\frac{4}{9}$ de cette somme.

Quelle fraction de la somme totale Monique reçoit-elle ?

Une usine expédie les $\frac{3}{7}$ de sa production à l'étranger. Sur la partie restant en France, les $\frac{3}{4}$ sont vendus en Franche-Comté, le reste est expédié à Paris.

Quelle est la fraction de la production qui est expédiée à Paris ?

4 Approfondissement 1 A

réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : NULLE	Temps : 10 minutes

Trouver x sachant que : $\frac{x}{19\ 735} = \frac{22\ 932}{30\ 429}$

---

4 Approfondissement 2 A

réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 1 erreurs	Temps : 15 minutes

Le nombre rationnel $\frac{1}{3}$ peut aussi s'écrire 0,333 333 33.... ...
on note aussi : $0{,}\overline{3}$.

Le nombre rationnel $\frac{5}{11}$ peut aussi s'écrire 0,454 545 454........
on note aussi : $0{,}\overline{45}$.

Peux-tu expliquer pourquoi ?

De la même façon, comment peut-on écrire le nombre $\frac{104}{333}$?

et le nombre $\frac{72}{99}$?

Peux-tu trouver l'écriture sous forme de fraction simplifiée du nombre qui s'écrit aussi : 0,363 636 363..... ou encore : $0{,}\overline{36}$?

I R E M de BESANCON **TEST 4A**

nom : ______________ **classe :** __________

Compléter les égalités suivante : (attention : la fraction de gauche est $\frac{15}{21}$ dans chaque cas).

$\frac{15}{21} = \frac{...}{7}$	$\frac{15}{21} = \frac{150}{...}$	$\frac{15}{21} = \frac{10}{...}$	$\frac{15}{21} = \frac{...}{35}$	1

Ecrire les rationnels ci-dessous sous forme de fractions irréductibles.

$\frac{20}{60} = \frac{...}{...}$	$\frac{36}{48} = \frac{...}{...}$	$\frac{2 \times 3 \times 5^2}{3^2 \times 5 \times 7} = \frac{............}{............}$	2

* * Ecrire le rationnel ci-dessous sous forme de fraction irréductible.

$\frac{165}{231} =$ 3

Le directeur d'un cirque prépare le programme de son spectacle. Il a écrit sur un papier :

Les clowns : $\frac{3}{4}$ heure - Les trapézistes : $\frac{1}{4}$ heure

Entracte : $\frac{1}{2}$ heure - Les animaux : 1 heure

Combien de temps durera le spectacle, en comptant l'entracte ?

Réponse : 4

Ecris chacun des décimaux ci-dessous sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est : 10, 100 ou 1000

$0,245 = \frac{...}{...}$	$4,3 = \frac{...}{...}$	$2,75 = \frac{...}{...}$	$0,01 = \frac{...}{...}$	5

Parmi les fractions ci-dessous, <u>entoure</u> celles qui représentent des nombres décimaux.
$\frac{2}{3}$; $\frac{7}{25}$; $\frac{9}{100}$; $\frac{1}{49}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{5}{6}$ 6

Pour les questions 7 à 11, effectue les calculs indiqués et écris le résultat sous forme de fraction irréductible.

$\frac{3}{7} + \frac{5}{7} =$	$\frac{2}{3} + \frac{1}{5} =$	$\frac{2}{5} + \frac{2}{7} =$	7
$\frac{5}{9} - \frac{4}{9} =$	$\frac{1}{5} - \frac{2}{3} =$	$\frac{8}{3} - \frac{3}{8} =$	8

* * $\frac{13}{42} + \frac{83}{70} =$ 9

$1,3 + \frac{4}{7} =$	$3 + \frac{1}{3} =$	$4 - \frac{2}{3} =$	10

* * $\frac{3}{5} - \frac{7}{4} + \frac{8}{9} =$ 11

Complète les égalités suivantes de la façon la plus simple possible.

$\frac{7}{1}$ =	9,00 =	$\frac{0}{1981}$ =	$\frac{12}{4}$ =	12

Ecris le rationnel $\frac{9}{5}$, de trois façons différentes, sous la forme d'une somme de fractions de dénominateurs 10.

$\frac{9}{5} = \frac{\dots}{10} + \frac{\dots}{10}$	$\frac{9}{5} = \frac{\dots}{10} + \frac{\dots}{10}$	$\frac{9}{5} = \frac{\dots}{10} + \frac{\dots}{10}$	13

Pour les questions 14 à 18, effectue les calculs indiqués et écris le résultat sous forme de fraction irréductible.

$\frac{2}{5} \times \frac{5}{7} =$	$\frac{9}{5} \times \frac{4}{5} =$	$\frac{3}{8} \times \frac{3}{5} =$	14
$\frac{7}{2} \times (-\frac{5}{3}) =$	$(-\frac{3}{4} \times \frac{7}{5}) =$	$(-\frac{1}{2}) \times (-\frac{1}{3}) =$	15

* * $\frac{45}{28} \times \frac{21}{30} =$ 16

* * $(\frac{4}{5} \times \frac{7}{8}) + (\frac{5}{4} \times \frac{3}{7}) =$ 17

$\frac{3}{4} : \frac{5}{7} =$	$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} =$	18

Complète les égalités suivantes :

$\frac{3}{7} \times \dots = 1$	$\frac{4}{3} + (\dots) = 0$	19

* * Un champ est partagé en trois personnes. La part de la première personne représente les $\frac{1}{3}$ de la surface du champ. La part de la seconde personne représente les $\frac{3}{4}$ du reste. Quelle est la part de la troisième ? (Faites un schéma et rédigez la solution). 20

ETALONNAGE du TEST 4A

effectif : 319 élèves

score moyen : 9,8 / 20

pourcentage	1	1	2	6	2	2	5	9	9	10	9	8	7	8	8	4	4	3	0,5	1	0
% cumulés	1	2	4	10	12	13	19	28	37	47	56	64	71	80	87	92	96	99	99	100	100
	28%								52%						20%						
diagnostic proposé	échec								maîtrise insuffisante						réussite						

réussite item par item																				
item n°	1	2	3	4	[illegible]	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
% réussite	50	50	60	71	7[illegible]	27	70	45	34	44	24	50	40	64	57	40	29	68	46	18

OBJECTIF 4 B : CALCUL LITTERAL. ORDRE. ORDRES DE GRANDEUR

INSTRUCTIONS OFFICIELLES

Le programme : Relation d'ordre ; valeur absolue ; exemples de calculs approchés.

Produits $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $(a+b)(a-b)$: leur utilisation.

Les commentaires : En quatrième... le calcul littéral sera introduit.

Le programme minimal :

- Savoir effectuer les opérations usuelles sur les décimaux, les rationnels, les réels (en particulier sous forme littérale).
- Connaître les "identités fondamentales" type $(a+b)^2$.

---

1) LES PREREQUIS

Nous avons supposé que la maîtrise du calcul numérique constituait le prérequis essentiel du calcul littéral.
Les prérequis retenus sont donc les objectifs de 4 A.

2) SAVOIR MINIMUM

4B1	L'élève sait comparer deux rationnels donnés sous forme de fraction.
4B2	L'élève connait les théorèmes suivants : Pour tous réels a, b, c, Si $a < b$, alors $a + c < b + c$ Pour tous réels x, y, tels que $x < y$ Si $a > 0$, alors $ax < ay$ Si $a < 0$, alors $ax > ay$ Il est capable de les utiliser aussi bien dans le cas littéral que dans le cas numérique.

4B3	L'élève sait calculer un encadrement d'amplitude donnée d'un rationnel donné sous forme de fraction. Etant donné un encadrement de x et un encadrement de y, il sait en déduire un encadrement de x + y, de x - y et de xy. Il sait écrire et utiliser les notations [a ; b] ,]a ; b[etc... pour désigner des intervalles de $\mathbb{R}$. Il sait traduire ces écritures sur un diagramme de la droite réelle.
4B4	Etant donné une expression algébrique de type polynomiale ou fraction rationnelle, l'élève sait substituer des valeurs numériques aux lettres.
4B5	L'élève connaît et sait utiliser la notation "|...|". Il sait exprimer les règles concernant l'addition et la multiplication des relatifs en utilisant l'expression "valeur absolue". Comme dans 4B4, il est capable d'effectuer des substitutions dans le cas ou l'expression comporte des valeurs absolues.
4B6	L'élève est capable de trouver <u>mentalement</u> un ordre de grandeur d'une somme, d'un produit ou d'un quotient de nombres rationnels. Il est capable de donner ses résultats sous forme d'encadrement.
4B7	L'élève est capable de simplifier des expressions littérales et d'effectuer des développements du type : a(b + c) ; (a + b)(c + d).
4B8	L'élève est capable de factoriser des expressions du type ab+ac ; ac-ab, a, b, c, désignant des expressions polynomiales.
4B9	L'élève connaît les identités : $(a+b)^2$ =... ; $(a-b)^2$ =... ; (a+b)(a-b)=... Il sait les utiliser pour calculer mentalement certains produits. De même, il sait les utiliser pour développer des expressions du même type où a et b désignent des expressions polynomiales. Il est capable de reconnaître les développements correspondants.
4B10	L'élève distingue les consignes "développez" et "factorisez" et est capable de développer ou de factoriser des expressions faisant ou non appel aux identités de 4B9.

4B1	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date :

Tolérance : 1 erreurs	Temps : 10 minutes

Dans chaque cas, remplacer les pointillés par l'un des signes : <, >, =.

$\frac{7}{5} \dots \frac{3}{5}$	$-\frac{13}{5} \dots \frac{2}{5}$	$-\frac{9}{4} \dots -\frac{15}{4}$
$\frac{192}{85} \dots 0$	$\frac{192}{85} \dots 1$	$\frac{192}{85} \dots 3$
$\frac{9}{13} \dots \frac{9}{14}$	$\frac{30}{5} \dots 6$	$\frac{8}{5} \dots \frac{5}{3}$

$\frac{44}{35} \dots \frac{47}{38}$

Pour ce dernier cas, expliquer la méthode utilisée.

4 B2	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date :

Tolérance : 2 erreurs	Temps : 10 minutes

Sachant que : $\frac{13}{45} < \frac{15}{43}$

ENTOURER parmi les inégalités ci-dessous celles qui sont vraies, BARRER les autres. (Il n'y a pas de calcul à faire).

$\frac{13}{45} + \frac{28}{117} < \frac{15}{43} + \frac{28}{117}$	$-\frac{13}{45} < -\frac{15}{43}$	$\frac{13}{45} - \frac{42}{29} < \frac{15}{43} - \frac{42}{29}$
$\frac{15}{43} > \frac{13}{45}$	$\frac{125}{39} \times \frac{13}{45} < \frac{125}{39} \times \frac{15}{43}$	$(-17) \times \frac{13}{45} < (-17) \times \frac{15}{43}$
$\left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{13}{45} > \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{15}{43}$		

a, b et c désignent des nombres réels.

On sait seulement que : $a \leqslant b$, mais on ne connaît pas le signe de c.

Parmi les inégalités suivantes, ENTOURE celles dont on est certain qu'elles sont VRAIES, BARRE les autres.

$a - b \leqslant 0$	$b \leqslant a$	$a + c \leqslant b + c$	$-a \leqslant -b$	$-a \geqslant -b$
$a \leqslant 2b$	$ac \leqslant bc$	$a + 5 \leqslant b + 5$	$a - 5 \leqslant b - 5$	

4 B3	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date:

Tolérance: 2 erreurs	Temps : 10 minutes

a et b désignent des nombres réels ;
on sait seulement que : $3,5 < a < 5,2$
et que : $8,5 < b < 10,5$

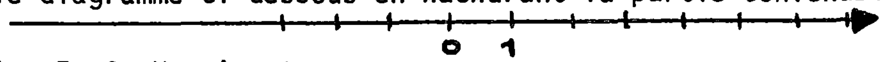
En déduire des encadrements des nombres suivants :

a + b :	- b :
2a + 3 :	a - b :
ab :	b - a :

Soit E l'ensemble des nombres réels vérifiant : $-2 < x < +3$

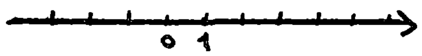
On note aussi : $E = [-2\ ;\ +3]$

Représenter l'ensemble E sur le diagramme ci-dessous en hachurant la partie convenable.

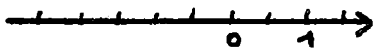


Faire de même pour les ensembles E, G, H suivants :

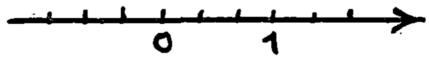
$F =]+1\ ;\ +4[$



$G = \left[-\frac{5}{2}\ ;\ \frac{3}{4}\right]$



$H = \left[-\frac{2}{3}\ ;\ +\frac{5}{3}\right[$



4 B4	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date:

Tolérance: 2 erreurs	Temps : 15 minutes

Calculer la valeur prise par l'expression :	Calculs	Résultat
$4x^2 - 3x + 7$ a) pour $x = 8$		
b) pour $x = -5$		
c) pour $x = \frac{5}{3}$		
Calculer la valeur prise par : $(2x - 5y)(3x + y)$ a) pour $x = -1$, $y = 4$		
b) pour $x = \frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{3}$		
Calculer la valeur prise par : $\frac{x + 5}{7x - 9}$ a) pour $x = 7$		
b) pour $x = \frac{5}{11}$		

4 B5	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date :

Tolérance : 2 erreurs	Temps : minutes

Calculer :

$|13 - 25| - |17 - 2| + |-9|$

Calculer la valeur prise par :

$|3x - 5|$

a) pour $x = 8$

b) pour $x = -7$

c) pour $x = \frac{5}{3}$

Calculer la valeur prise par :

$|3a + 2| - |a - 3|$

a) pour $a = 5$

b) pour $a = -5$

Dans quels cas la valeur absolue de la somme de deux nombres est-elle égale à la somme de leurs valeurs absolues ?

Dans quels cas la valeur absolue de la somme de deux nombres est-elle égale à la différence de leurs valeurs absolues ?

4B6	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date :

Tolérance : 2 erreurs	Temps : 10 minutes

La fiche ci-dessous est consacrée aux valeurs approchées . Il convient d'utiliser une feuille de brouillon mais de poser le moins de calculs possible .

Parmi les nombres A, B, C etc... ci-dessous ,

A = 17 932 + 42 907 + 18 603,876 + 30,654	B = 13 997 : 23 608
C = 39 342 859 − 38 705 012	D = 182 x 234 x 0,739
E = 38 x 75 x 45 x 92 x 101	F = 75 504 213 : 8 402
G = (457,76 + 529,77)(4567,75 − 3 498,17)	H = 38 x 75 + 45 x 92 x 101

Quel est le plus petit ? ____________ Quel est le plus grand ? ____________

Quel est le plus proche de 10^4 ? ____________

Quel est le plus proche de 10^6 ? ____________

ENCADRER PAR DES NOMBRES ENTIERS CONSECUTIFS . (exemple : $4 < \frac{13}{3} < 5$)

$< 23,17 + 19,25 <$	$< 5,08 + 48,57 + 9,000\,9 <$
$< 4,15 \times 5,11 <$	$< 93,47 - 13,59 <$
$< \frac{237}{958} <$	$< \frac{936}{42} <$

4 B7	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date :
	Tolérance :	2 erreurs		Temps :	10 minutes				

Dans les expressions suivantes, les lettres représentent des nombres.
DEVELOPPER et REDUIRE les termes semblables.

$a(b + c) =$	$3a(b + 2c) =$
$3x(2y - 4z) =$	$(-5x)(-y - 2x) =$
$2a(b - c) - 2b(a + 3c) =$	
$(a + b)(x + y) =$	
$(a + b)(c - d) =$	
$(2x - 3)(x + 7) =$	

4 B8	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date :
	Tolérance :	erreurs		Temps :	10 minutes				

Dans les expressions suivantes, les lettres représentent des nombres.
ECRIRE SOUS FORME DE PRODUITS (Factoriser).

$4a + 4b =$	$5x - 10y =$
$ac + ab =$	$xy - xt =$
$2ab + 8ax =$	$3a^2 - 6ab =$
$(x + y)(a - 2b) + (x + y)(2a - b) =$	
$(a - 2b)(x - 3y) - (a - 2b)(-x + y) =$	

4B9	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 3 erreurs	Temps : 10 minutes

Dans ce qui suit , les lettres désignent des nombres .

ECRIRE SOUS FORME DEVELOPPEE ET REDUITE :

$(a + b)^2 =$	$(x - y)^2 =$
$(t + x)(t - x) =$	$(a + 1)^2 =$
$(x^2 + 3)(x^2 - 3) =$	$(5 - z)^2 =$
$(2x + 5)^2 =$	$(7 - 3a)^2 =$
$(3x - 10)(3x + 10) =$	$(3a + 2b)^2 =$

Utiliser les identités pour calculer MENTALEMENT : (indiquer la méthode utilisée)

$71^2 =$
$99^2 =$
$97 \times 103 =$

4B10	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 3 erreurs	Temps : 15 minutes

DEVELOPPER et REDUIRE les expressions suivantes :

$(4x + 5)(2x - 3) =$
$(7x - 2)^2 =$
$(9x - 5)^2 + (4x + 3)^2 =$

Ecrire sous forme de produits de facteurs (FACTORISER)

$(4x - 5)(x - 2) + (4x - 5)(7x + 3) =$
$(9x + 2)(3 - 2x) - (9x + 2)(7 + 3x) =$
$4x^2 - 49 =$
$100 x^2 + 60x + 9 =$

I R E M de BESANCON | **TEST 4B**

nom : _______________ **classe :** __________

Prépare tes réponses au brouillon avant de les reporter sur cette feuille.
Les lettres minuscules a, b, c... x, désignent des nombres quelconques.

Ecrire sous forme réduite (simplifier) :

$4(a + 3) + 5(2 + a)$ — 1

$x(x + 2) + 2x(x - 3) - 3x^2$ — 2

$(a - 1) - (a - 2) - (a - 3)$ — 3

Calculer la valeur prise par l'expression $3x^2 - 2x + 4$

Pour $x = 2$. — 4

Pour $x = -5$

Pour $x = \frac{2}{3}$ — 5

Ecrire sous forme développée :

$(a + b)^2 =$ | $(c - d)^2 =$

$(e + f)(e - f) =$ — 6

Utiliser les développements ci-dessus pour calculer : (INDIQUER LE DETAIL DES CALCULS)

$103^2 =$

$97^2 =$ — 7

$103 \times 97 =$

Ecrire sous forme développée : (indiquer le détail des calculs)

$(3x + 5)^2$ — 8

$(2x - 7)^2$ — 9

$(4x + 5)(4x - 5) =$ — 10

$(a + 3)(2a - 5) =$ — 11

Ecrire sous forme de produits : (factoriser)

$a^2 + 9a$ | $4x^2 - 5x$ 12

$4x^2 + 20x + 25$ 13

$25x^2 - 49$

$(x + 1)(x + 3) + (x + 1)(x + 4)$ 14

On rappelle que $|x|$ signifie : "Valeur absolue de x".
Par exemple : $|+ 4| = + 4 = 4$; $|- 3| = + 3 = 3$.
Calculer la valeur prise par l'expression $|7x - 3|$,

Pour $x = 5$ | Pour $x = 0$ | Pour $x = -5$

15

Placer suivant le cas, le signe $<$, $>$, ou $=$, à la place des pointillés.

$\frac{2}{3} \dots \frac{22}{32}$ | $\frac{15}{9} \dots \frac{20}{12}$ | $-\frac{17}{3} \dots \frac{3}{4}$ | $4 \dots \frac{21}{5}$ 16

Classer les nombres suivants dans l'ordre croissant (utiliser le signe $<$).

$\frac{2}{3}$; $-\frac{2}{3}$; 1 ; - 1 ; 0 ; $\frac{3}{4}$; $-\frac{3}{4}$ 17

Sachant que les nombres a et b vérifient les inégalités :

$3 < a < 5$ et $7 > b > 6$,

Compléter les inégalités :

$\dots < a + b < \dots$ $\dots < ab < \dots$ 18

$\dots < a - b < \dots$ $\dots < b - a < \dots$ 19

Sur chacune des lignes ci-dessous un nombre est écrit, à gauche, sous une forme non simplifiée. SANS EFFECTUER D'OPERATION PAR ECRIT, tu dois trouver quel est le nombre écrit à droite (10, 100, 1 000, 10 000, 100 000) qui s'en rapproche le plus. ENTOURE TA REPONSE, BARRE LES AUTRES.

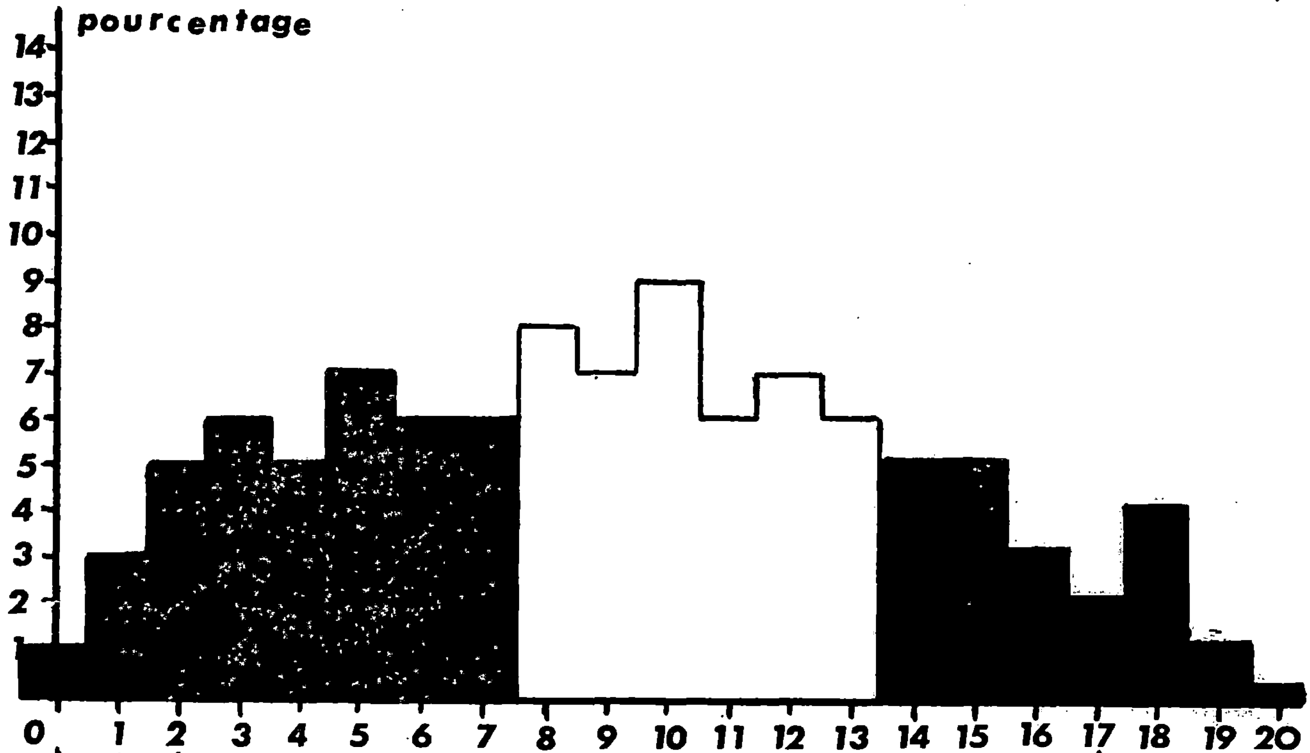
8 467 + 16 416 + 6 912 + 3 666	10	100	1 000	10 000	100 000
13,654 + 0,987 + 2,43	10	100	1 000	10 000	100 000
98 x 47 x 3,141 59	10	100	1 000	10 000	100 000
4 545 000 : 2 325	10	100	1 000	10 000	100 000

20

ETALONNAGE du TEST 4B

effectif : 304 élèves

score moyen : 9,2 / 20



pourcentage	1	3	5	6	5	7	6	6	8	7	9	6	7	6	5	5	3	2	4	1	0,3
% cumulés	1	4	9	14	19	27	33	38	46	53	62	67	74	80	85	90	93	95	98	100	100
	38%								42%						20%						
diagnostic proposé	échec								maîtrise insuffisante						réussite						

réussite item par item																				
item n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
% réussite	75	43	48	45	48	63	34	59	51	56	40	54	40	39	53	41	37	41	25	25

OBJECTIF 3 A : CALCUL DANS L'ENSEMBLE DES NOMBRES REELS

1°) L E S P R E R E Q U I S

* L'élève saura calculer le carré d'un nombre rationnel quelconque et saura passer directement du carré d'un rationnel a au carré du rationnel $10^n . a$ ($n \in \mathbb{Z}$).

* L'élève saura écrire un entier sous forme d'un produit de nombres premiers. Il connaitra les formules :

$$(a . b)^n = a^n . b^n \quad ; \quad a^n . a^m = a^{n+m} \quad ; \quad (a^n)^m = a^{n . m}$$

et saura les utiliser.

* L'élève sera capable d'effectuer des calculs mêlant l'addition, la soustraction, la multiplication et l'élèvation à une puissance, dans $\mathbb{D}$.

Il devra manifester une certaine aisance dans ces calculs.

CAS NUMERIQUE uniquement.

2°) S A V O I R - M I N I M U M

3A1	a et b désignant des nombres réels, l'élève saura préciser dans quels cas, respectivement, $a^2 = b^2$ et $a = b$; $a^2 = b^2$ et $\lvert a\rvert = \lvert b\rvert$; $a^2 > b^2$ et $a > b$; sont équivalents.
3A2	L'élève devra être capable de donner un encadrement d'amplitude 10^n ($n \in \mathbb{Z}$) du quotient de deux entiers. Il saura calculer rapidement une valeur approchée du résultat d'un calcul mêlant l'addition, la multiplication et la division, et portant sur des nombres décimaux.
3A3	L'élève sera capable d'effectuer des calculs mêlant l'addition, la soustraction, la multiplication et l'élévation à une puissance, dans $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{D}$. Il devra manifester une certaine aisance dans ces calculs. CAS NUMERIQUE uniquement.
3A4	Même objectif que 3A3 dans le CAS LITTERAL ; cela amènera en particulier l'élève à utiliser les identités : $(a + b)^2 = \ldots$; $(a - b)^2 = \ldots$; $(a + b)(a - b) = \ldots$ Identités qu'il doit connaître par coeur et savoir utiliser tant pour développer que pour factoriser.

3A5	L'élève sera capable de donner la racine carrée d'un carré parfait inférieur à 150, puis des $10^{2n}.a$ correspondants, en utilisant correctement le symbole $\sqrt{}$. Il saura que $\sqrt{a^2} = \lvert a \rvert$. Il montrera qu'il ne confond pas "carré" et "racine carrée". Il connaitra le rapport existant entre les notions de carré et racine carrée d'un nombre, et celles d'aire et de côté d'un carré géométrique.
3A6	L'élève saura utiliser une table de carrés pour y trouver : - Le carré d'un entier a, a étant dans la table, ou $10^n.a$ étant dans la table - La racine carrée d'un carré parfait se trouvant dans la table - Une valeur approchée à 10^n près ($n \in \mathbb{Z}$) d'une racine carrée - Un encadrement d'amplitude 10^n près ($n \in \mathbb{Z}$) de la racine carrée d'un nombre
3A7	L'élève saura énoncer, reconnaitre et utiliser les propriétés suivantes : - Si a est négatif, $\sqrt{a}$ n'existe pas - Si $a \geqslant 0$, alors $\sqrt{a} \geqslant 0$ - $\sqrt{a^2} = \lvert a \rvert$, ($a \in \mathbb{R}$) - Pour a et b positifs, $a = b$ équivaut à $\sqrt{a} = \sqrt{b}$ - Pour a et b positifs, $a \geqslant b$ équivaut à $\sqrt{a} \geqslant \sqrt{b}$
3A8	Dans le cas numérique, l'élève saura simplifier des expressions comportant des radicaux aux numérateurs. Il saura calculer et simplifier la racine carrée d'une somme, d'un produit, d'un quotient de rationnels. Il saura utiliser les identités de l'objectif 3A4 avec a ou b irrationnels.
3A9	L'élève saura effectuer des substitutions de valeurs numériques dans des expressions pouvant comporter des valeurs absolues ou des radicaux.
3A10	L'élève devra être capable d'utiliser une minicalculatrice pour effectuer des calculs du type 3A3 et portant sur des nombres plus "compliqués".

3°) A P P R O F O N D I S S E M E N T

AR1	Idem 3A8, avec enchaînements de tels calculs.
AR2	Idem 3A4 avec enchaînements ; les coefficients étant pris dans $\mathbb{R}$ (rationnels ou non). (Calculs type ex-BEPC).
AR3	L'élève saura rendre rationnel le dénominateur des fractions dont le dénominateur donné est irrationnel. Dans le cas numérique aussi bien que dans le cas littéral. Il saura utiliser cette capacité dans une suite de calculs.

AR4	L'élève saura comparer deux nombres dont l'écriture proposée contient des radicaux.
AR5	L'élève saura développer le produit de trois binômes du premier degré. Il saura en donner une interprétation (par exemple : volume d'un pavé).

PREREQUIS 3A

3A	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :
	Tolérance :			erreurs	Temps :	20 minutes			

I - Compléter les égalités suivantes : (TOLERANCE : deux erreurs)

$14 - 8 + 12 =$	$-18 + 6 - 9 =$ ....
$(-4,5) \times 4 =$	$(-3,5) \times (-2,1) =$ ....
$8 -(3 - 7) =$	$-9 -(6 + 3) =$ ....
$8 \times 7 - 5 \times 4 =$	$2^2 - 3^3 =$ ....
$8 \times (7 - 5) \times 4 =$	$10^4 - 10^2 =$ ....

II - Compléter les égalités suivantes : (TOLERANCE : une seule erreur)

$47^2 =$	$470^2 =$	$4700^2 =$ ....
	$(4,7)^2 =$	$(0,047)^2 =$ ....
$(\frac{4}{5})^2 =$	$(\frac{40}{5})^2 =$	$(\frac{4}{50})^2 =$ ....
$(-9)^2 =$	$(-0,09)^2 =$	$-9^2 =$ ....

III - (TOLERANCE : deux erreurs)

Décomposer 819 en produit de nombre premiers.

....

Dans chacun des cas ci-dessous, écrire le nombre donné sous une forme plus simple ; ON NE DEMANDE PAS D'EFFECTUER LES CALCULS.

$(15 \times 8)^3 =$	$(13^3 \times 9^2)^3 =$	$(7 \times 12 \times 25)^2 =$ ....
$88^5 \times 88^{12} =$	$\left[(11)^5\right]^6 =$	$(100 + 1)^{32} =$ ....

3A1	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 2 erreurs	Temps : 10 minutes

x et y désignent deux nombres réels POSITIFS	SI $x = y$, ALORS $x^2 = y^2$	VRAI	FAUX
	SI $x^2 = y^2$, ALORS $x = y$	VRAI	FAUX
	$x^2 = y^2$ EQUIVAUT A $x = y$	VRAI	FAUX
	Il est possible que l'on ait à la fois : $x \neq y$ et $x^2 = y^2$	VRAI	FAUX

a et b désignent deux nombres réels de SIGNES QUELCONQUES	SI $a = b$, ALORS $a^2 = b^2$	VRAI	FAUX
	SI $a^2 = b^2$, ALORS $a = b$	VRAI	FAUX
	Il est possible que l'on ait à la fois : $a \neq b$ et $a^2 = b^2$	VRAI	FAUX
	SI $a = b$, ALORS $\lvert a \rvert = \lvert b \rvert$	VRAI	FAUX
	SI $\lvert a \rvert = \lvert b \rvert$, ALORS $a = b$	VRAI	FAUX

3A2	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 2 erreurs	Temps : 10 minutes

Ecrire une valeur approchée à 10^{-1} près du nombre $\frac{5}{6}$:	
Ecrire un encadrement d'amplitude 10^{-2} du nombre $\frac{3}{11}$:	
Ecrire un encadrement d'amplitude une unité du nombre $\frac{65}{7}$:	

Sur chaque ligne, entourer, à droite la puissance de 10 la plus voisine du nombre écrit à gauche.

24 674 + 67 850 + 13 675	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^8	10^{10}
32 675 + 45 670 675 + 70 000 000	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^8	10^{10}
254 x 95 x 101	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^8	10^{10}
4 545 000 : 2 325	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^8	10^{10}

3A3	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date:

Tolérance : 2 erreurs	Temps : 10 minutes

Effectuer les calculs et écrire sous forme simplifiée. Laisser les calculs intermédiaires sur la feuille.

$\frac{3}{5} + \frac{2}{7} =$	$\frac{4}{15} - \frac{5}{6} =$
$\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} =$	$\frac{8}{9} \times 4 =$
$\frac{4}{7} - \frac{5}{21} + \frac{1}{3} =$	
$\frac{4}{9} \times \frac{15}{12} \times \frac{3}{7} =$	
$(\frac{5}{2} \times \frac{1}{3}) + (\frac{4}{5} \times \frac{7}{5}) =$	$\frac{11}{5} \times (-\frac{3}{4}) =$

3A4	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date:

Tolérance : 2 erreurs	Temps : 15 minutes

Dans les exercices ci-dessous, les lettres désignent des nombres réels quelconques. (laisser les calculs intermédiaires sur la feuille).

1°) Ecrire le plus simplement possible

$(2a - b) - (a - 3b) =$
$3(a - 5) + 7(3 - a) =$
$x(x + 2y) - y(y + 2x) =$

2°) Développer

$(4x + 3)^2 =$
$(9 - x)^2 =$
$(7a + 5)(7a - 5) =$

3°) Factoriser

$x(x + 3) + x(3x - 1) =$
$(1 + a)(2a + 1) - (1 + a)(3a - 4) =$
$100x^2 - 49 =$

3A5	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 1 erreur	Temps : 10 minutes

Utiliser le symbole $\sqrt{\ }$ pour écrire les racines carrées des nombres :
36 ; 121 ; 100 ; 3 600 ; 1,21 ; 1 000 000 ; 0,0036

Connaissant la racine carrée de 67 240, peut-on en déduire la racine carrée de :

6 724 ? OUI | NON   672 400 ? OUI | NON

6,724 ? OUI | NON   6 724 000 ? OUI | NON

Quelle est l'aire d'un carré dont le côté mesure 36 m ? ....

Quelle est la longueur du côté d'un carré dont l'aire est 36 m^2 ? ....

3A6	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 2 erreurs	Temps : 10 minutes

Utiliser la table des carrés pour calculer :

$(235)^2$ =	$(89)^2$ =	$(47,8)^2$ =
$\sqrt{331\ 776}$ =	$\sqrt{3\ 721}$ =	$\sqrt{6304,36}$ =

Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de :

$\sqrt{89}$:	$\sqrt{23,5}$:	$\sqrt{7}$:

Donner un encadrement d'amplitude une unité de $\sqrt{832}$:

< $\sqrt{832}$ <

3A7	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 2 erreurs	Temps : 10 minutes

			Exemple ou contre-exemple
Il existe un nombre entier a tel que $\sqrt{a}$ soit aussi un nombre entier	VRAI	FAUX	
Pour tout nombre rationnel x, $\sqrt{x}$ est aussi un nombre rationnel	VRAI	FAUX	
Il existe un nombre rationnel b tel que $\sqrt{b}$ soit aussi un nombre rationnel	VRAI	FAUX	
Pour tout nombre réel x, $\sqrt{x^2}$ est égal à x	VRAI	FAUX	
Il existe un nombre réel c tel que : $\sqrt{c^2} = -c$	VRAI	FAUX	
Il existe un nombre réel d tel que $\sqrt{d} > d$	VRAI	FAUX	
Pour tout réel t, $\sqrt{t^2} = \|t\|$	VRAI	FAUX	
Si l'on sait que deux nombres A et B sont liés par la relation : $\sqrt{A} = B$ alors on peut en déduire les signes de A et de B.	VRAI	FAUX	

3A8	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 2 erreurs	Temps : 15 minutes

Ecrire sous la forme la plus simple possible, laisser les calculs intermédiaires sur la feuille.

$\sqrt{45} =$	$\sqrt{28} + 5\sqrt{7} =$
$8\sqrt{10} + 4\sqrt{10} =$	$7\sqrt{2} - 3\sqrt{2} =$
$\sqrt{15} \times \sqrt{6} =$	$2 + \sqrt{3} - (2 - \sqrt{5}) =$
$\sqrt{2^3 \times 7^2 \times 11^2} =$	$\dfrac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}} =$
$\dfrac{2 + \sqrt{5}}{3} - \dfrac{\sqrt{5}}{2} =$	
$(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 =$	$(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) =$

3A9	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :
	Tolérance : 1 erreur				Temps : 10 minutes				

Calculer la valeur prise par l'expression : $4a^2 - 3b + 5$, pour $a = -2$, $b = +7$

Calculer la valeur que prend l'expression $|x^3 - 1|$

Pour $x = -3$

Pour $x = \frac{2}{3}$

Soit l'application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = (3x - 5)(1 - 5x)$

Calculer $f(\frac{5}{3})$

Calculer $f(-\frac{3}{5})$

Soit l'application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par : $g(y) = |2y + 5| - |1 - y|$.

Calculer $g(-5)$

3AR1	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :
	Tolérance : 1 erreur				Temps : 15 minutes				

Ecrire sous la forme la plus simple possible, en laissant les calculs intermédiaires sur la feuille.

$\sqrt{6} + \sqrt{24} - 2\sqrt{54} =$

$(4 + 2\sqrt{5})^2 - (4 - 2\sqrt{5})^2 =$

$(3 + \sqrt{6})^2 - (1 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{3}) =$

3AR2	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 0 erreur	Temps : 5 minutes

On considère l'application f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par :

$$f(x) = (x - 2)^2 - (3x + 1)(x - 2) + (4 - 2x)(x + 1)$$

a) Développer, réduire et ordonner le polynôme f()x.

b) Ecrire f(x) sous la forme d'un produit de deux polynômes du premier degré.

3AR3	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 1 erreur	Temps : 15 minutes

Ecrire sous forme simplifiée ; en particulier, on ne laissera pas de nombres irrationnels au dénominateur.

$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} =$	$\frac{-3}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} =$
$\frac{2\sqrt{3} - 5}{7 - 5\sqrt{3}} =$	
$\frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{3} + 5} =$	
a et b désignent deux nombres réels positifs. $\frac{a}{3\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{b}{\sqrt{b} + 3\sqrt{a}} =$	

3AR4	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : AUCUNE erreur	Temps : 10 minutes

1) Comparer les nombres : $\sqrt{7} + \sqrt{12}$ et $\sqrt{19 + 2\sqrt{84}}$

2) Classer dans l'ordre croissant les nombres suivants :

1 ; $\dfrac{1}{\sqrt{13}}$; $\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{7}}$; $4 + \sqrt{5}$; $5 + \sqrt{3}$

3AR5	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 1 erreurs	Temps : 15 minutes

Ecrire sous forme développée : $(a + b)^3$, où a et b sont des réels.

$(a + b)^3$ = ...

....

Comment pourrait-on retrouver ce résultat dans le cas où a et b sont positifs, en disposant d'un cube en polystyrène et d'un couteau ?

....
....
....
....

Sans faire de nouveaux calculs, écrire le développement de $(a - b)^3$.

$(a - b)^3$ =

I R E M de BESANCON | **TEST 3A**

nom : _______________ **classe** : ___________

Dans tous les cas, les calculs intermédiaires doivent être reportés sur cette feuille.
Les résultats doivent être donnés sous forme simplifiés.
Il convient de préparer ses réponses au brouillon.

CALCULER :

$8,5 - 3\,(4,7 - 2,3) =$ — 1

$\frac{4}{3}\left(\frac{5}{7} - \frac{3}{2}\right) =$ — 2

$\sqrt{3}\,(3\sqrt{2} - 5\sqrt{3}) + \sqrt{2}\,(4\sqrt{3} + \sqrt{2}) =$ — 3

La table des carrés donne : $(79)^2 = 6241$

Utiliser ce résultat pour calculer :

$(7,9)^2 =$	$(790)^2 =$	$(0,79)^2 =$
$\sqrt{6241} =$	$\sqrt{62,41} =$	$\sqrt{624100} =$

4

Par quel nombre faut-il multiplier $\sqrt{6241}$ pour obtenir $\sqrt{62410}$?

ENTOURE LA REPONSE QUI CONVIENT

$\sqrt{2}$	10	0,5	$\sqrt{10}$	6241

5

Dans ce qui suit ; x, y, n et a désignent des nombres quelconques.

Ecris sous forme développée :

$(x + n)^2 =$ $\qquad$ $(y - a)^2 =$

$(n + a)\,(n - a) =$ — 6

$\left(\frac{5}{3}a - \frac{3}{5}\right)\left(\frac{5}{3}a + \frac{3}{5}\right) =$ — 7

$(3x + 2)\,(x + 5) =$ — 8

Ecris sous forme d'un produit de facteurs du premier degré :

$3x^3 - 12x =$ — 9

$(4x - 1)\,(2x + 5) + (4x - 1)^2 =$ — 10

Ecrire $\sqrt{120}$ de trois façons différentes sous la forme $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$, a et b étant des nombres entiers : 11

Utiliser l'identité : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
pour calculer : $(1982)^2 - (1981)^2$ (ne pas effectuer de multiplication) 12

Calculer la valeur prise par l'expression : $\frac{3x + 4}{5x - 2}$, pour $x = \frac{3}{7}$ 13

Calculer la valeur prise par l'expression : $|8x - 3| - |7x + 4|$, pour $x = -5$ 14

Soit l'application f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par :

$$f(x) = 3x^2 + 8x - 16$$

Calculer : $f(4) =$
$f(-4) =$ 15
$f(0) =$

$f(\frac{10}{7}) =$ 16

En déduire un encadrement de $f(\frac{10}{7})$ d'amplitude 0,01 17

$f(\sqrt{2}) =$ 18

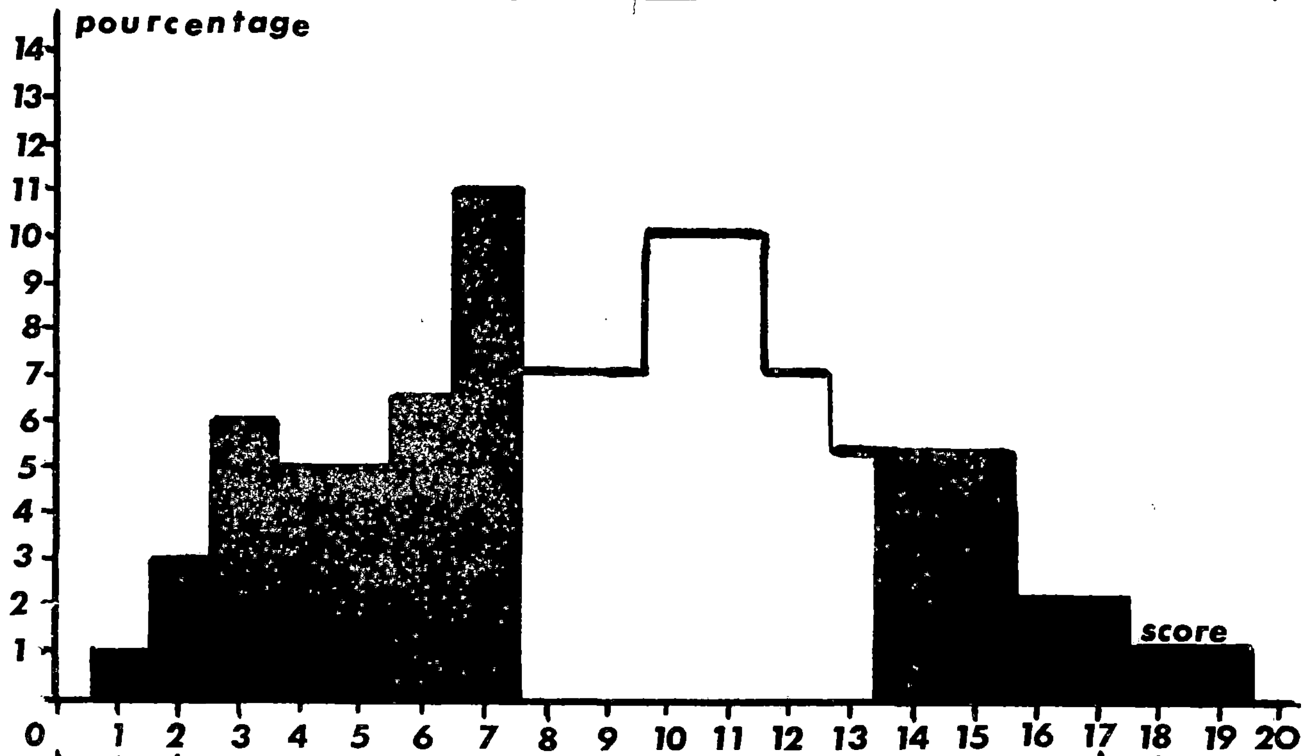
Sachant que : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$
En déduire un encadrement de $f(\sqrt{2})$ d'amplitude 0,01 19

$f(3 + 2\sqrt{5}) =$ 20

ETALONNAGE du TEST 3A

effectif : 354 élèves

score moyen : 9,2 / 20



pourcentage	0	1	3	6	5	5	6,5	11	7	7	10	10	7	5	5	5	2	2	1	1	0
% cumulés	0	1	4	10	15	20	27	38	45	52	62	72	79	84	89	94	97	98	99	100	100
	38%								46%						16%						
diagnostic proposé	échec								maîtrise insuffisante						réussite						

réussite item par item																				
item n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
% réussite	56	54	40	67	78	64	49	60	7	36	65	62	47	42	53	22	25	39	12	19

IREM de BESANCON | **TEST 3A Bis**

nom : ________________ **classe :** ____________

Dans tous les cas, les calculs intermédiaires doivent être reportés sur cette feuille. Les résultats doivent être donnés sous forme simplifiée. Il convient de préparer ses réponses au brouillon.

Calculer :

$7,2 - 2(5,9 - 3,5)$ — 1

$\frac{2}{7}(\frac{5}{3} - \frac{3}{2})$ — 2

$\sqrt{5}(2\sqrt{3} - \sqrt{5}) + \sqrt{3}(\sqrt{5} + 4\sqrt{3})$ — 3

Sachant que : $\sqrt{7569} = 87$, en déduire : — 4

$\sqrt{75,69} =$	$\sqrt{0,7569} =$	$\sqrt{756\ 900} =$
$(87)^2 =$	$(870)^2 =$	$(8,7)^2 =$

Par quel nombre faut-il diviser 87 pour obtenir $\sqrt{756,9}$?

(Entoure la réponse qui convient) — 5

$\sqrt{2}$	$\sqrt{10}$	$\sqrt{87}$	10	$\sqrt{756,9}$

Dans ce qui suit, a, x et t désignent des nombres quelconques.
Ecris sous forme développée : — 6

$(a + x)^2$ | $(t - x)^2$

$(t + a)\ (t - a)$

$(\frac{4}{3} x - \frac{3}{4})^2$ — 7

$(7a - 3)\ (a + 2)$ — 8

Ecris sous forme d'un produit de facteurs du premier degré :

$(5x - 2)\ (2x - 3) - (2x - 3)^2$ — 9

$y^3 - 49y$ — 10

Ecris le nombre $\sqrt{\frac{42}{27}}$ de trois façons différentes sous la forme $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
a et b étant des nombres entiers. — 11

Utiliser l'identité : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

pour calculer $56^2 + 2 \times 56 \times 44 + 44^2$ sans effectuer les multiplications indiquées 12

Calculer la valeur prise par l'expression : $\frac{3 - x}{2x - 1}$, pour $x = \frac{4}{7}$ 13

Calculer la valeur prise par l'expression : $|1 - 3x| + |3 + 5x|$, pour $x = 5$ 14

Soit f l'application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = 2x^2 + 7x - 15$
Calculer :

$f(0)$

$f(2)$

$f(-5)$ 15

Calculer : $f(\frac{5}{3})$ 16

En déduire un encadrement de $f(\frac{5}{3})$ d'amplitude 0,01 17

Calculer : $f(\sqrt{5})$ 18

Sachant que : $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$

En déduire un encadrement de $f(\sqrt{5})$ d'amplitude 0,01 19

Calculer : $f(2 - \sqrt{3})$ 20

I REM de BESANCON | **TEST 3A ter**

nom : ________________ **classe :** ___________

Dans tous les cas, les calculs intermédiaires doivent être reportés sur cette feuille.
Les résultats doivent être donnés sous forme simplifiés.
Il convient de préparer ses réponses au brouillon.

CALCULER :

$7,9 - 4(5,2 - 3,8)$ 1

$\frac{3}{7}\left(\frac{5}{2} - \frac{2}{3}\right)$ 2

$\sqrt{5}\,(4\sqrt{3} - 2\sqrt{5}) - \sqrt{3}\,(3\sqrt{5} + \sqrt{3})$ 3

La table des carrés donne : $87^2 = 7569$

Utiliser ce résultat pour calculer :

$(870)^2$	$(0,87)^2$	$(8,7)^2$
$\sqrt{7569}$	$\sqrt{756\ 900}$	$\sqrt{75,69}$

4

Par quel nombre faut-il multiplier $\sqrt{7569}$ pour obtenir $\sqrt{75\ 690}$?

ENTOURE LA REPONSE QUI CONVIENT

$\sqrt{2}$	10	0,5	$\sqrt{10}$	7569

5

Dans ce qui suit ; x, y, n et a désignent des nombres quelconques.

Ecris sous forme développée :

$(y + a)^2 =$ $(n - x)^2 =$

$(x + a)(x - a) =$ 6

$(\frac{5}{3}y - \frac{3}{5})(\frac{5}{3}y + \frac{3}{5}) =$ 7

$(4x + 3)(2x + 5)$ 8

Ecris sous forme d'un produit de facteurs du premier degré :

$x^3 + 2x^2 + x$ 9

$(7x - 3)^2 - (3x + 5)(7x - 3)$ 10

Ecrire $\sqrt{150}$ de trois façons différentes sous la forme $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$, a et b étant des nombres entiers : 11

Utiliser l'identité : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

pour calculer : $(789)^2 - (788)^2$ 12

Calculer la valeur prise par l'expression : $\frac{5x - 3}{2x + 7}$, pour $x = \frac{4}{3}$ 13

Calculer la valeur prise par l'expression : $|5x + 6| - |8x - 1|$, pour $x = -5$ 14

Soit l'application f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par :

$$f(x) = x^2 + 3x - 28$$

Calculer : $f(4)$

$f(-4)$ 15

$f(0)$

$f\left(\frac{11}{3}\right) =$ 16

En déduire un encadrement de $f\left(\frac{11}{3}\right)$ d'amplitude 0,01 17

$f(\sqrt{2}) =$ 18

Sachant que : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$

En déduire un encadrement de $f(\sqrt{2})$ d'amplitude 0,01 19

$f(3 - 2\sqrt{5}) =$ 20

OBJECTIF 3B : FONCTIONS et GRAPHIQUES

INSTRUCTIONS OFFICIELLES

Le programme : Construction , sur des exemples , de la représentation graphique d'une application d'une partie de ℝ dans ℝ .

Applications linéaires et applications affines de ℝ dans ℝ ; leurs représentations graphiques .

Résolution graphique d'un système d'équations ou d'inéquations. (nous avons placé cette dernière partie dans la rubrique 3C)

les commentaires : Les élèves étudieront et représenteront graphiquement des fonctions simples ; il sera opportun , sur des exemples concrets , de définir des taux de croissance et de donner quelques exemples de croissance de type exponentiel .

Programme minimal : - avoir l'usage d'un repère , de coordonnées .

-savoir exprimer sur un graphique une fonction simple .

-savoir reconnaître , étudier , et représenter graphiquement une application linéaire ou affine de ℝ dans ℝ .

1°) LES PREREQUIS

L' élève sait placer des points dans un repère orthonormé ou non , connaissant leurs coordonnées . Il sait représenter un ensemble de points dont les coordonnées vérifient des conditions simples , ne liant pas x et y .

Un graphique d'origine concrète étant donné , l'élève est capable de l'interpréter en termes de croissance , décroissance , estimation de valeurs numériques .

2°) SAVOIR MINIMUM

3B 1	L'évolution d'un phénomène d'origine concrète étant donnée , l'élève sera capable d'en donner une représentation graphique . Il sera capable de choisir une échelle sur chacun des axes de façon à ce que sa représentation graphique soit utilisable .
3B 2	Etant donné une fonction numérique de type polynomiale ou faisant intervenir des radicaux , l'élève saura calculer l'image , ou dans les cas simples ,les antécédents d'un nombre donné et placer ses résultats dans un tableau . Etant donné une fonction numérique , il saura exprimer qu'elle n'est pas nécessairement définie sur ℝ tout entier (la notion de domaine de définition n'est pas au programme , il s'agit ici d'inciter à la vigilance et non de faire marcher des automatismes) . Il saura de même exprimer qu'un nombre donné n'est pas nécessairement une image .
3B 3	L'élève saura représenter graphiquement une fonction constante par intervalles , définie sur une partie de ℝ . Il saura de même donner une représentation graphique d'une application d'une partie de l'ensemble des entiers relatifs dans ℝ .

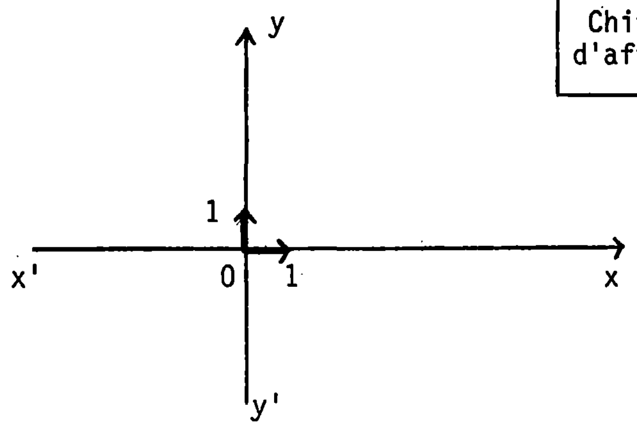
3B4	L'élève sera capable de représenter graphiquement , point par point , une fonction de type polynomiale ,ou rationnelle , ou faisant inter-venir des radicaux ou des valeurs absolues , définie sur un intervalle de $\mathbb{R}$. Les points étant placés , il pensera à les joindre tout en étant conscient du risque ainsi pris .
3B5	Etant donné une représentation graphique d'une certaine fonction f non donnée ,l'élève saura l'utiliser pour trouver des valeurs approchées des solutions appartenant à un certain intervalle , - de l'équation $f(x) = a$, $a \in \mathbb{R}$. - des solutions de l'inéquation $f(x) < a$, $a \in \mathbb{R}$. - des solutions de l'inéquation à deux inconnues : $y \leqslant f(x)$.
3B 6	Etant donné deux applications dont les ensembles de départ et d'arrivée sont de nature géométriques ou des parties de $\mathbb{R}$, l'ensemble de départ de l'une étant confondu avec l'ensemble d'arrivée de l'autre , l'élève saura déterminer leur composée . Cet objectif porte sur la maîtrise du concept , et non sur la notation employée , on rappélera donc aux élèves la signification du symbole "o" dans l'écriture "f o g " .
3B 7	Etant donné des applications linéaires ou affines de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, l'élève sera capable de construire leurs représentations graphiques dans un même système d'axes de coordonnées , système qu'il construira lui même .
3B 8	L'élève sera capable de résoudre , en utilisant une représentation graphique , un problème concrêt conduisant à un ou plusieurs systèmes d'équations du type : $\begin{cases} y = ax + b \\ y' = a'x + b' \end{cases}$
3B 9	L'élève sera capable de résoudre en utilisant une représentation graphique , un problème concrêt mettant en jeu des fonctions affines par intervalles .
3B 10	Etant donné des fonctions numériques de variable réelle de type polynomiales ou rationnelles , ou faisant intervenir des radicaux ou des valeurs absolues , l'élève saura utiliser une calculatrice pour calculer les images de nombres rationnels quelconques ; il saura de même calculer des encadrements d'amplitude donnée de ces images .

3°) APPROFONDISSEMENT

1) Cas concret ou non : calcul de taux de croissance ...
2) Des exemples étant donnés ainsi que la définition d'une croissance exponentielle, les élèves sauront reconnaître les cas de croissance exponentielle.
3) Représentations graphiques de fonctions affines par intervalle
4) Recherche de domaines de définitions.

PREREQUIS 3B

3B	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :
	Tolérance : 2 erreurs				Temps : 10 minutes				

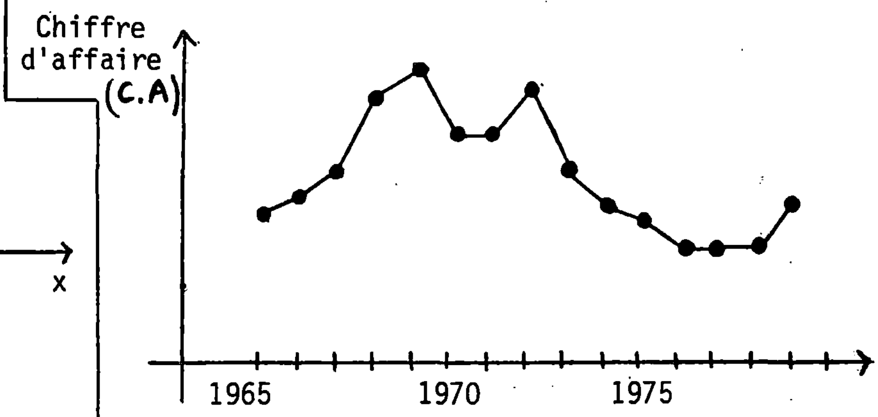


Placer les points A(2 ; -3), B(-5 ; 6), C(7 ; 5), D(4 ; -4).

Dessiner en ROUGE l'ensemble des points d'abscisse 3 et d'ordonnée positive.

Indiquer une période de CROISSANCE du C.A. ....

Indiquer une période de DECROISSANCE du C.A. ....



On a représenté ci-dessus un graphique représentant l'évolution du chiffre d'affaire d'une entreprise.

Sachant que le C.A. (chiffre d'affaire) a été de 3 millions en 1975 et de 4 millions en 1979,

Quel a été, à peu près, le C.A. en 1970 ? ....
.... le C.A. en 1976 ? ....

Suivant l'habitude, on a joint les points du graphique. Qu'en pensez-vous ?

(réponse au dos)

3B1	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :
	Tolérance : 1 erreurs				Temps : 10 minutes				

Ayant fait bouillir de l'eau dans une casserole dans laquelle était plongé un thermomètre, on a enregistré les résultats suivants :

Au début de l'expérience, la température de l'eau était : 30°

On note alors : t = 0 ; T = 30

On a ensuite construit le tableau suivant où t est exprimé en minutes et T en degrés.

t	0	3	5	7	10	12	15	20
T	30	35	45	60	80	100	100	100

Remarque : Lorsque l'eau bout, elle s'évapore, mais sa température ne s'élève plus.

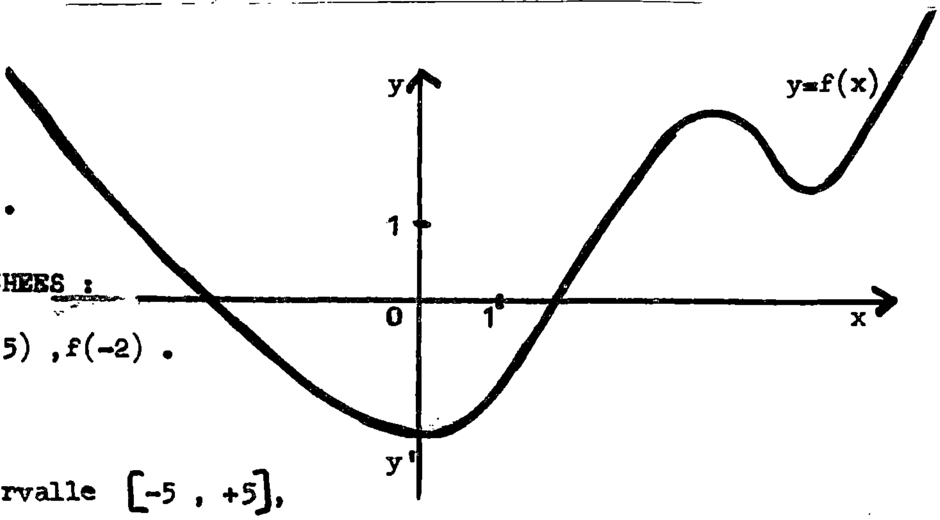
Sur une feuille quadrillée, faire une représentation graphique de cette évolution en plaçant le temps (t) en abscisse et la température (T) en ordonnée.

Il convient de choisir soigneusement les échelles sur chacun des axes pour que la représentation graphique tienne sur la feuille, mais aussi pour quelle ne soit pas trop petite.

3B2	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date:

Tolérance : 2 erreurs | Temps : 15 minutes

On a dessiné ci-contre la représentation graphique d'une certaine application f .



En DEDUIRE des VALEURS APPROCHEES :

1°) des nombres : $f(5)$, $f(0,5)$, $f(-2)$.

2°) des solutions dans l'intervalle $[-5 , +5]$,
des équations : $f(x) = 0$, $f(x) = 0,5$, $f(x) = -5$.

3°) de l'ensemble des solutions dans $[-5 , +5]$, de l'inéquation $f(x) \leqslant 1$.

HACHURER en ROUGE l'ensemble des points du plan dont les coordonnées (x , y) , vérifient l'inéquation : $y \leqslant f(x)$

3B3	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date:

Tolérance : 2 erreurs | Temps : 15 minutes

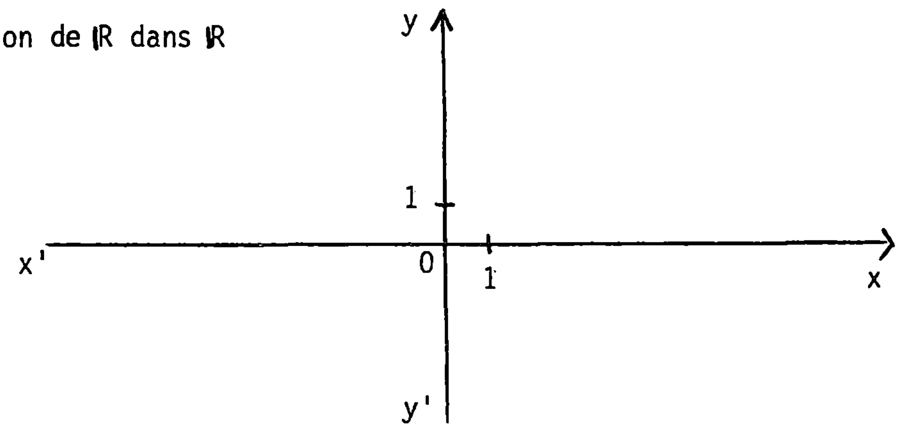
Représenter graphiquement la fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie de la façon suivante :

Pour $x < -3$, $f(x) = 5$

Pour $-3 \leqslant x \leqslant 0$, $f(x) = -2$

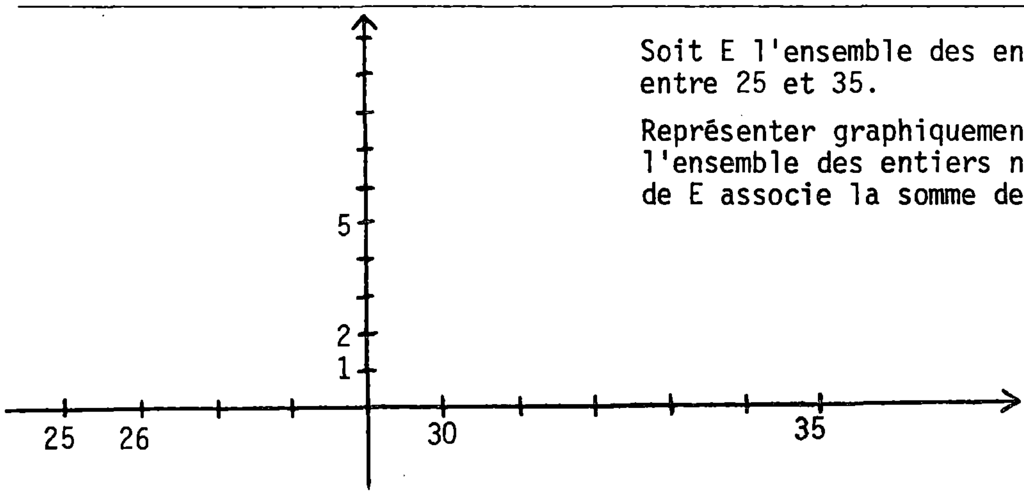
Pour $0 < x < 3$, $f(x) = 4$

Pour $x \geqslant 3$, $f(x) = 0$



Soit E l'ensemble des entiers naturels compris entre 25 et 35.

Représenter graphiquement l'application de E dans l'ensemble des entiers naturels, qui a tout élément de E associe la somme de ses chiffres.



3B4	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

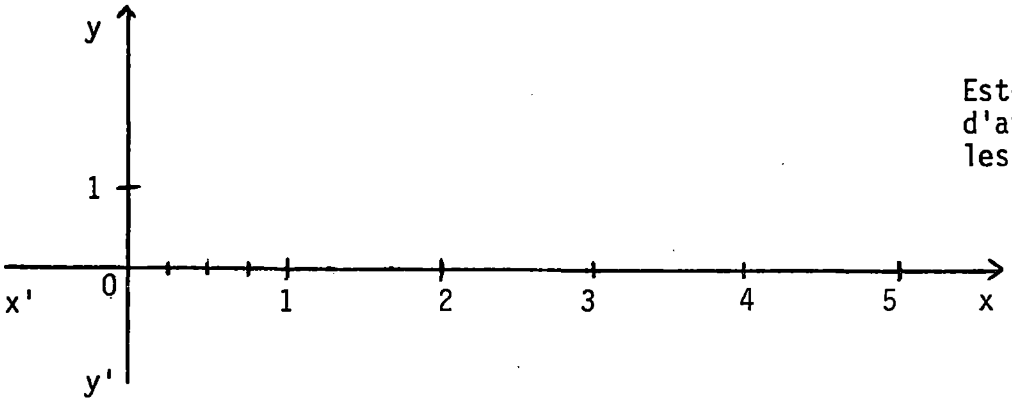
Tolérance : 2 erreurs	Temps : 20 minutes

On donne la fonction f telle que : $f(x) = x - \sqrt{x}$.
Cette fonction n'est définie que pour x positif ou nul. POURQUOI ? ....
....

Compléter le tableau ci-dessous. On pourra utiliser une minicalculatrice.

x	0	0,25	0,50	0,75	1	1,5	2	2,5	3	4	5
Valeur approchée de f(x)											

Placer, ci-dessous les points de coordonnées (x, f(x)) correspondant au tableau.
En déduire, de façon approximative, la représentation graphique de la fonction f.



Est-on tout à fait certains d'avoir le droit de joindre les points obtenus ?

3B5	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 3 erreurs	Temps : 15 minutes

Soit f l'application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ qui à tout nombre x associe :

$$f(x) = x^2 + 4$$

Compléter le tableau :

x	-5	-3	-0,5	0	5	10
f(x)						

Quels sont les antécédants par f du nombre 12 ?

Le nombre -5 a-t-il des antécédents ?
Si oui , quels sont-ils ?

On appelle E l'ensemble des nombres réels x pour lesquels il est possible de calculer : $\sqrt{x + 4}$

Soit g l'application de E dans $\mathbb{R}$ telle que :

$$g(x) = \sqrt{x + 4}$$

Compléter le tableau suivant :

x	-3	0	5	6		
g(x)					0	5

Existe-t-il un nombre dont l'image soit égale à -1 ?

Quel est l'ensemble E ?

3B6	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 1 erreur	Temps : 15 minutes

RAPPEL : Soient f et g deux applications telles que l'ensemble de départ de g soit confondu avec l'ensemble d'arrivée de f.

$$E \xrightarrow{f} F \qquad F \xrightarrow{g} G$$

La COMPOSEE, dans l'ordre de f et de g est notée $\boxed{g \circ f}$ et est définie par le schéma suivant : ....

$$\begin{tikzcd} E \arrow[r, "f"] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & F \arrow[r, "g"] & G \end{tikzcd}$$

donc : $\boxed{(g \circ f)(x) = g\left[f(x)\right]}$

I - Soit f l'application qui à tout triangle associe le cercle qui passe par ses trois sommets.
Soit g l'application qui a tout cercle associe son centre.
DETERMINER g o f ....

f o g est-elle définie ? .... Pourquoi ? ....

II - Soit $f : \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}_+$ $g : \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}_+$

$x \longmapsto \sqrt{x}$ $x \longmapsto 2x$

DETERMINER g o f et k o h (réponses au dos de la feuille).

III - Soient $h : R \longrightarrow R$ $k : R \longrightarrow R$

$x \longmapsto 2x - 3$ $x \longmapsto -x + 7$

DETERMINER h o k et k o h (réponses au dos de la feuille)

3B7	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 4 erreur	Temps : 15 minutes

Sur une feuille quadrillée, représenter graphiquement les fonctions suivantes, par rapport à un même système d'axes de coordonnées (prendre le côté du carreau du quadrillage comme unité).

Les fonctions sont des fonctions linéaires ou affines et sont définies par :

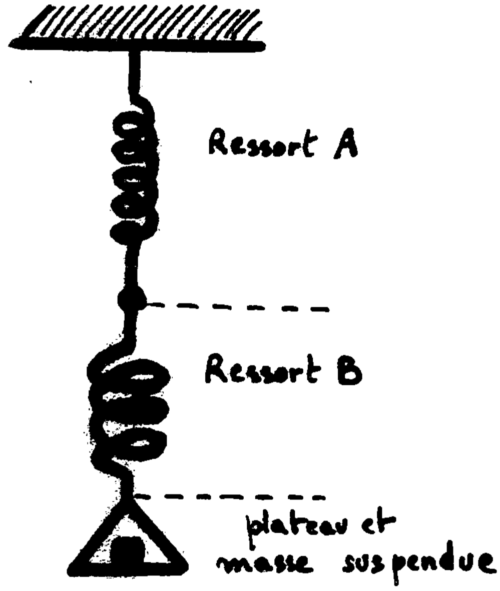
$f(x) = \frac{3}{7}x$	$f'(x) = \frac{3}{7}x + 5$	$f''(x) = \frac{3}{7}x - 5$
$g(x) = -\frac{2}{3}x$	$g'(x) = -\frac{2}{3}x + 5$	$g''(x) = -\frac{2}{3}x - 5$

On rappelle que les fonctions affines sont définies dans $\mathbb{R}$ tout entier et que les fonctions linéaires sont des fonctions affines particulières.

3 B8	réussite	↑	↗	échec →	↘	↓	nom :	date :
	Tolérance : 0 erreurs				Temps : minutes			

Exercice à traiter sur copie.

Soient A et B deux ressorts disposés comme il est indiqué sur le schéma. Lorsque le plateau est vide, le ressort A mesure 10cm et le ressort B mesure 15cm.
Pour chaque masse de 100g disposée dans le plateau, le ressort A s'allonge de 3cm tandis que le ressort B s'allonge de 2cm.



- On demande d'écrire les longueurs L_A et L_B des ressorts A et B en fonction de la masse m suspendue.
- Représenter ensuite graphiquement les variations de L_A et L_B.
- Utiliser le graphique pour donner approximativement :

  1) La valeur de m pour laquelle les ressorts ont même longueur.

  2) La longueur commune aux deux ressorts dans ce cas.

3 B9	réussite	↑	↗	échec →	↘	↓	nom :	date :
	Tolérance : 0 erreurs				Temps : minutes			

Exercice à traiter sur copie.

Une baignoire contient 150 litres d'eau. Pour la remplir on ouvre d'abord un 1er robinet qui débite de façon régulière 0,5 litre par seconde. Au bout de 2 minutes, on ouvre en plus un 2ème robinet qui débite 0,75 litre par seconde.

Lorsque la baignoire est pleine, on ferme les robinets et on prend un bain qui dure 10 minutes.

Ensuite la baignoire se vide à raison de 5 litres par seconde.

Faire une représentation graphique. On portera le temps en abscisse, et la quantité d'eau en ordonnée.

Utiliser ensuite cette représentation graphique pour :

- donner approximativement le temps de remplissage de la baignoire.
- le temps de vidage de la baignoire.
- on a commencé le remplissage à 8 heures. A quelle heure la baignoire est-elle totalement vidée ?

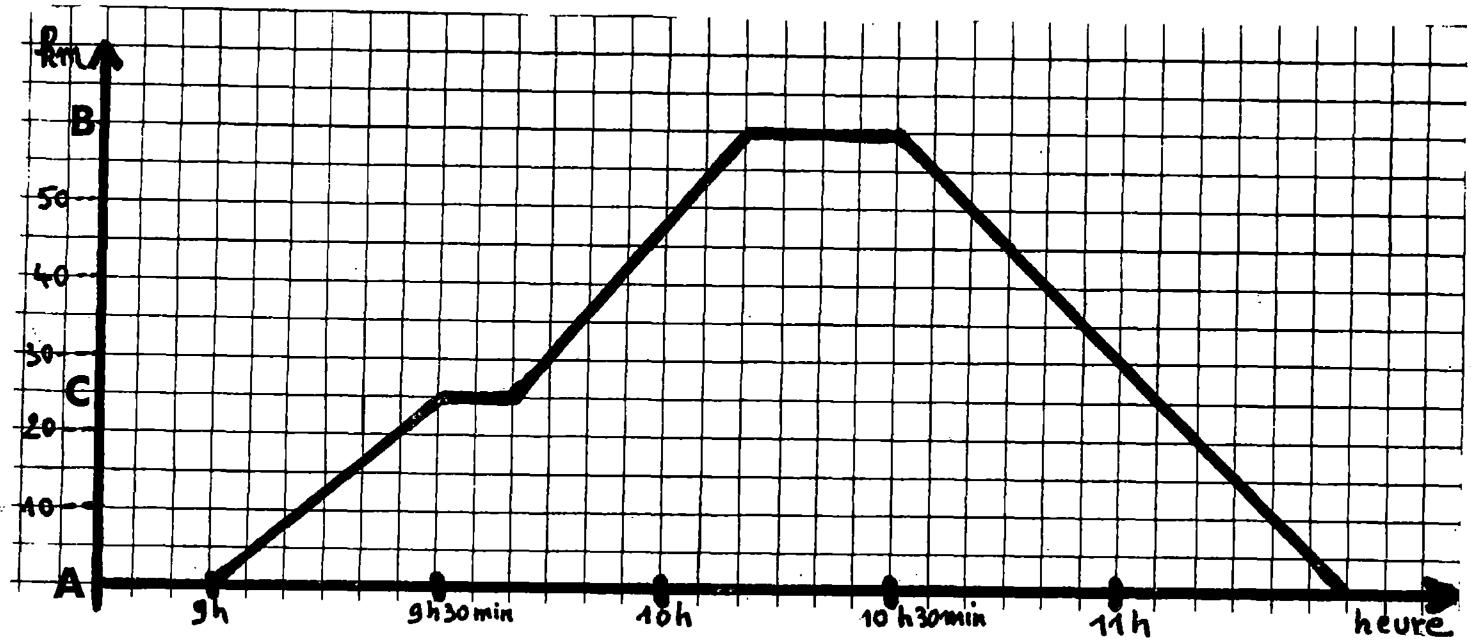
I R E M de BESANCON | **TEST 3B**

nom :_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ **classe** :_ _ _ _ _ _ _ _ _ _

I Une route relie deux villes distantes de 60 km . Sur cette route ,un village C est situé à 25 km de A , entre A et B .

PIERRE , avec sa moto , a quitté A à 9 heures , a roulé jusqu'au village C avec une vitesse v_1 . Il s'est arrêté un moment en C , puis a continué vers B avec une vitesse v_2 . Après un arrêt en B , il est revenu en A à la vitesse v_3 .

Le graphique ci-dessous représente le déplacement de PIERRE .



1°) Répondre aux questions suivantes en utilisant le graphique .	
Parmi les vitesses v_1 , v_2 , v_3 , quelle est la plus grande ?_ _ _ _ _ _ _ _ _ _	1
A quelle heure Pierre est-il arrivé en B ? _	2
Combien de temps Pierre s'est-il arrêté en C ?_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _	3
A quelle distance de A Pierre se trouvait-il à 11h15min ?_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _	4
Pierre est passé deux fois en D , situé entre A et B , à 35 km de A . Quelle heure était-il à chacun de ses passages en D ? _	5
2°) Cette partie utilise le graphique ci-dessus et le complète .	
SOPHIE est partie de B à 9h20min pour aller en C . Elle a roulé vers C à la vitesse constante de 25km/h .	
Compléter le graphique ci-dessus en y représentant le déplacement de Sophie .	6
Lire sur le graphique l'heure approximative à laquelle Sophie et Pierre se sont croisés . _	7

LES PARTIES II , III , IV , SONT A TRAITER SUR FEUILLE SEPAREE .

II Soient f , g et h les applications de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définies respectivement par :

$f(x) = \frac{3}{4}x$	$g(x) = -2x + 5$	$h(x) = 3$

8 9 10

TRACER les représentations graphiques de ces trois applications en utilisant un seul repère du plan .

III Soit p l'application définie dans l'intervalle $[-1 ; 4]$ par :

$$p(x) = x^2 - 5x$$

CALCULER les images de chacun des nombres de l'ensemble :

$$\left\{ -1 ;\ -\frac{1}{2} ;\ 0 ;\ 1 ;\ 2 ;\ \frac{5}{2} ;\ 3 ;\ 4 \right\}$$ 11 12

Faire une représentation graphique de p. (en utilisant les résultats de la question précédente). On prendra 1cm comme unité sur chacun des axes . 13

IV On rappelle que l'application composée de deux applications f et g est l'application définie , lorsqu'elle existe , par :

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)]$$

pour tout x appartenant à l'ensemble de départ de f

$$\begin{tikzcd} E \arrow[r, "f"] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & F \arrow[r, "g"] & G \end{tikzcd}$$

Soit r	l'application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$	définie par :	$r(x) = 3x + 4$
Soit s	l'application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$	définie par :	$s(x) = x - 3$
Soit t	l'application de $\mathbb{R}_+$ dans $\mathbb{R}$	définie par :	$t(x) = 3 + \sqrt{x}$

DETERMINER $r \circ s$, $s \circ r$, et $r \circ t$ 14 15 16

$t \circ r$ existe-t-elle ? Pour quelle raison ? 17

V Soit D l'ensemble des nombres réels pour lesquels on peut calculer

$$f(x) = \frac{(4x - 3)^2}{\sqrt{5 - x}}$$

ENTOURER ceux des nombres ci-dessous qui appartiennent à l'ensemble D , BARRER les autres .

1	5	$\frac{3}{4}$	-2	0	9	0,5

18

ECRIRE D sous la forme d'un intervalle de $\mathbb{R}$. 19

\- - - - - - - - -

CITER trois nombres qui ne peuvent pas être image, par l'application f, d'un élément de $\mathbb{R}$. 20

\- - - - - - - - - - - - - - - -

OBJECTIF 4C	EQUATIONS INEQUATIONS

LE PROGRAMME dit seulement : Exemples d'équations et d'inéquations du premier degré à une inconnue . (exemples numériques)

1°) Les PREREQUIS : On pourrait en première hypothèse proposer une liste de prérequis telle que :

- L'élève sait compléter des égalités à trous .(type 5+...= 7 , 5 +.... = -8 etc...)
- Il sait utiliser les symboles $<$, $>$, $\leqslant$, $\geqslant$, dans des situations numériques .
- Il est capable de résoudre des "situations problèmes" du type "équilibre d'une balance" . De même il peut raisonner sur les déséquilibres conservés ou non suivant les manipulations .

C'est cette liste que nous avons adopté pour l'instant , mais il est clair qu'une étude plus fine reste à faire .

2°) SAVOIR MINIMUM

4C1	E étant une équation à une inconnue de degré au plus égal à deux , comportant éventuellement des valeurs absolues , a étant un nombre rationnel , l'élève saura répondre à la question : "Le nombre a est-il une solution dans $\mathbb{R}$ de l'équation E" ? L'inconnue sera désignée par x ou par une autre lettre (y , t , z ...) .
4C2	L'élève distinguera : " Résoudre...." de " Trouver UNE solution dans $\mathbb{R}$ de l'équation E" . Il saura que "Résoudre une équation" , c'est trouver l'ensemble de ses solutions . Il saura conclure une résolution d'équation .
4C3	Un ensemble d'équations étant donné , l'élève saura distinguer parmi elles, celles qui ont le même ensemble de solutions, dans le cas ou la reconnaissance de l'équivalence utilise l'une des règles suivantes : a)- Transposition , b)- Multiplication membre à membre par un réel non nul , c)- Addition membre à membre d'une même expression . Il saura justifier une résolution d'équation en faisant référence à ces mêmes règles . Il connaitra le sens des expressions : "premier membre " , "second membre" .

4C4	L'élève saura résoudre dans $\mathbb{R}$, des équations du type : $ax + b = cx + d$ (cas numérique , certains des réels a , b , c , d pouvant être nuls)
4C5	L'élève saura résoudre des équations qui après développements ou réductions se ramènent au cas précedent . Il saura résoudre des équations à dénominateurs numériques .
4C6	Même objectif que 4C1 en remplaçant le mot EQUATION par le mot INEQUATION . Même objectif que C2 en remplaçant le mot EQUATION par le mot INEQUATION , mais , de plus , l'élève saura dans ce cas donner une représentation graphique de l'ensemble des solutions .
4C7	Même objectif que C3 en remplaçant le mot EQUATION par INEQUATION (avec l'adaptation nécessaire de la règle b) .
4C8	Même objectif que C4 en remplaçant le mot EQUATION par INEQUATION et le signe "=" par l'un des symboles $<$, $>$, $\leqslant$, $\geqslant$.
4C9	Même objectif que C5 en remplaçant le mot EQUATION par le mot INEQUATION .
4C10	Etant donné un problème concret , l'élève saura reconnaitre une mise en équation du problème .

OBJECTIF 3C	EQUATIONS INEQUATIONS PROBLEMES

Le programme dit : Equations et inéquations du premier degré à deux inconnues à coefficients numériques : résolution d'une équation , d'une inéquation ;d'un système de deux équations ; résolution graphique d'un système d'équations ou d'inéquations .

Exemples variés de problèmes du premier degré .

Le programme minimal dit : Savoir résoudre une équation ou inéquation du 1er degré à une ou deux inconnues , un système de deux équations du 1er degré à deux inconnues (à coefficients numériques) .

Savoir traduire sous forme d'équation ou inéquation un problème de nature concrete .

1°) Les PREREQUIS : Nous avons retenu comme prérequis au 3C les objectifs minimum du 4C .

2°) SAVOIR MINIMUM 3C

3C1	E étant une équation ou un système de deux équations de degré au plus égal à deux , à deux inconnues ; a et b étant deux réels , l'élève saura répondre à la question : "le couple (a , b) est-il une solution de E ?" .
3C2	L'élève saura résoudre dans $\mathbb{R}$ des équations se ramenant au type $(ax + b)(cx + d) = 0$ ou au type $(ax + b)^2 = c$ (a , b , c , d étant des réels)
3C3	L'élève saura résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ des systèmes d'équations (conjonction) se ramenant au type : $\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$ Il saura qu'un système de ce type admet -soit une solution unique dans $\mathbb{R}^2$ -soit aucune solution . -soit une infinité de solutions . Dans le dernier cas , ainsi que dans le cas où une équation unique lui est proposée , il saura écrire l'ensemble des solutions sous la forme : "S est l'ensemble des couples (x,y) de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ tels que : y = ... " .
3C4	L'élève saura "résoudre" graphiquement un système du type 3C3 .Il saura utiliser cette résolution graphique pour confirmer ou infirmer une solution trouvée par le calcul .
3C5	L'élève saura traduire un problème de nature concrète par une équation ou un système d'équations . Après résolution ,il saura revenir au problème pour interpréter la solution trouvée .
3C6	Même objectif que 3C1 en remplaçant le mot EQUATION par le mot INEQUATION .
3C7	L'élève saura représenter graphiquement l'ensemble des solutions d'une inéquation à deux inconnues , à coefficients entiers , se ramenant au type : $ax + by + c < 0$
3C8	L'élève saura résoudre un système d'inéquations du premier degré à une inconnue (inéquations simultanées) . Il saura représenter graphiquement l'ensemble des solutions .

3C9	L'élève saura reconnaitre la traduction d'un Problème de nature concrete par une inéquation ou un système d'inéquations du premier degré à une ou deux inconnues . Dans les cas les plus simples , il saura effectuer lui même cette traduction .
3C10	L'élève saura traduire un problème de nature concrete par un système d'inéquations simultanées à une inconnue . Après résolution , il saura revenir au problème pour interpréter la solution trouvée .

3°) SAVOIR D'APPROFONDISSEMENT

3CR1	L'élève saura résoudre des équations et inéquations , ainsi que des systèmes des types indiqués dans les savoir minimum , mais dont certains des coefficients sont irrationnels .
3CR2	L'élève saura résoudre des équations à une inconnue dont l'écriture comporte des valeurs absolues .
3CR3	L'élève saura résoudre dans $\mathbb{R}$ une inéquation se ramenant au type : $(ax + b)(cx + d) < 0$
3CR4	L'élève saura représenter graphiquement l'ensemble des solutions d'un système d'inéquations se ramenant au type : $\begin{cases} ax + by + c < 0 \\ a'x + b'y + c' < 0 \end{cases}$
3CR5	L'élève saura résoudre un problème de nature concrète dont les contraintes se traduisent par un système de plusieurs (deux ou plus) in-équations du premier degré à deux inconnues . Il saura utiliser à cet effet les techniques de représentation du 3CR4 (Problèmes type programmation linéaire .)

4C1	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 4 erreurs — Temps : 15 minutes

Les équations ci-contre sont définies dans l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.
Les inconnues sont désignées par x, y, z, t, u, s.

Compléter le tableau en plaçant des croix dans les cases qui conviennent.

EST SOLUTION DE L'EQUATION	0	1	-1	5
$8x + 2 = 10$				
$y^2 - y = 0$				
$z^2 = 4z + 5$				
$(45t - 13)^2 = -5$				
$8u + 1 = -(-8u - 1)$				
$\lvert s - 3 \rvert = 2$				

Ecrire une équation dont l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ est vide.

Ecrire une équation dont l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ est $\mathbb{R}$ tout entier.

Ecrire une équation admettant le nombre -5 comme solution.

4C2	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 1 erreur — Temps : 10 minutes

Un élève a écrit dans son devoir :

$$4x - 3 = 2x + 7$$
$$4x - 2x = 7 + 3$$
$$2x = 10$$
$$x = 5$$

Quelle était la question ?

Comment doit-il conclure ?

Compléter ce qui est écrit ci dessous de façon à obtenir une équation admettant le nombre -3 comme solution.

$$x^2 + 7x \;\ldots\ldots = 0$$

On connaît une solution de cette équation. Laquelle ?

Connait-on l'ensemble des solutions de cette équation ?

RESOUDRE UNE EQUATION C'EST ....

(terminer la phrase)

4C3	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 2 erreurs	Temps : 10 minutes

Voici huit équations définies dans $\mathbb{R}$.

(E_1)	:	$9(x-5) = 7x^2 + 3x$
(E_2)	:	$9(x-5) + (8x+5) = (7x^2 + 3x) + (8x+5)$
(E_3)	:	$9(x-5) - 7x^2 = 3x$
(E_4)	:	$9(x-5) + 7x^2 + 3x = 0$
(E_5)	:	$(-9)(x-5) = -7x^2 - 3x$
(E_6)	:	$7x^2 + 3x = -9(x-5)$
(E_7)	:	$900(x-5) - 700x^2 = 300x$
(E_8)	:	$(x-5) = -\frac{1}{9}(7x^2 + 3x)$

Quelles sont parmi ces équations , celles qui admettent même ensemble de solutions que l'équation (E_1) ?

Que peut-on dire des autres ?

4C4	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 2 erreurs	Temps : 15 minutes

Voici des équations définies dans l'ensemble des nombres réels . Il s'agit dans chaque cas de résoudre l'équation proposée . Reportez les calculs sur la feuille .

Equation	résolution	solution
$3x - 15 = 0$		
$2t + 7 = 0$		
$9y = 13$		
$\frac{3}{7}x = \frac{4}{5}$		
$8z + 9 = 5z - 11$		
$7x = \frac{15}{11} - 3x$		
$\frac{1}{7}y - \frac{4}{3} = \frac{3}{5} + \frac{3}{2}y$		

4C5	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 2 erreurs | Temps : 15 minutes

RESOUDRE dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$7x - 9 + 3(x + 5) - 5(4x - 1) = 0$
$\dfrac{9x - 3}{7} + \dfrac{18x + 5}{2} = 4x + 3$
$\dfrac{4 - 3x}{3} - \dfrac{5x - 1}{5} = \dfrac{x + 1}{2}$
$(4y + 2)^2 - (4y + 5)(8y + 3) = 0$
$(2x + 7)(5x - 3)(1 - 4x) = 0$

4C6	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 2 erreurs | Temps : 10 minutes

Les inéquations ci-contre sont définies dans l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels .

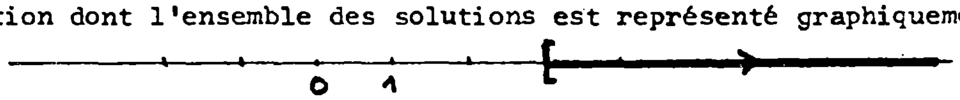
Compléter le tableau en plaçant des croix dans les cases qui conviennent .

est solution de l'inéquation ↙	0	1	−1	5
$8x + 2 < 10$				
$4x - 3 \geqslant 2x + 7$				
$z^2 \leqslant 4z - 5$				

Ecrire une inéquation dont l'ensemble des solutions soit vide .

Ecrire une inéquation dont l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ est $\mathbb{R}$ tout entier

Ecrire une inéquation dont l'ensemble des solutions est représenté graphiquement ci-contre :



Un élève a écrit dans son devoir : ⟶

$$\boxed{\begin{array}{c} 7x - 6 < 2x + 4 \\ 7x - 2x < 4 + 6 \\ 5x < 10 \\ x < 2 \end{array}}$$

Quelle était la question ?

Comment devrait-il conclure ?

4 C7	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : erreurs	Temps : minutes

Voici huit inéquations définies dans $\mathbb{R}$.

(I_1) :	$4x^2 + x < 7x - 3$
(I_2) :	$4x^2 + x + 2(x-1) < 7x - 3 \pm 2(x-1)$
(I_3) :	$4x^2 + 7x < x - 3$
(I_4) :	$4x^2 + x - 7x + 3 < 0$
(I_5) :	$7x - 3 > 4x^2 + x$
(I_6) :	$9(4x^2 + 7x) < 9(x-3)$
(I_7) :	$-7x + 3 < -4x^2 - x$
(I_8) :	$(-5)(4x^2 + 7x) > (-5)(x-3)$

Quelles sont parmi les inéquations, celles qui admettent le même ensemble de solutions que l'inéquation (I_1) ?

Que peut-on dire des autres ?

4C8	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 1 erreurs	Temps : 10 minutes

Voici des inéquations définies dans l'ensemble des nombres réels . Dans chaque cas , résoudre , donner la solution (ensemble des solutions) et faire une représentation graphique de la solution .

$3x - 15 < 0$
$2y + 7 \geqslant y - 3$
$7x + 8 > 5x - 1$
$3x - 8 \leqslant 7x + 12$

4 C9	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : erreurs	Temps : minutes

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$5x + 3(x - 2) - 2(3x + 5) \leqslant 0$
$\dfrac{4x - 5}{3} + \dfrac{2x - 3}{2} > \dfrac{4x - 9}{6}$
$9x - 5 - 2(3x + 1) \geqslant 3x - 10$
$5(x + 1) + 3(2x + 3) \leqslant 11x + 5$

4 C10	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : erreurs	Temps : minutes

Un champ rectangulaire a un côté qui mesure 40m de plus que l'autre. Son aire est $2800 m^2$. Soit x la mesure en mètres du plus côté.
Quelle est parmi les équations suivantes, celle qui traduit cet énoncé ?

$x = x + 40$	$2800x = x + 40$	$40x = 2800$	$x^2 + 40 = 2800$	$x(x+40) = 2800$

Pierre dit : Il y a 10 ans j'avais la moitié de l'âge que j'aurai dans 10 ans.
Soit a l'âge actuel de Pierre, quelle est parmi les équations suivantes, celle qui traduit cet énoncé ?

$a + 10 = 2a$	$2(a-10) = a + 10$	$a + 10 = \frac{1}{2}(a-10)$	$a - 10 = 10 + \frac{a}{2}$

nom : ________________ classe : ___________

Dans chacune des cases du tableau, écrire :
V : si le nombre écrit au dessus est UNE solution dans R de l'équation écrite à gauche
F : dans le cas contraire

	0	2	3	−1	−5
$4x + 5 = 2x + 11$					
$t^2 - t - 2 = 0$					
$(y - 2)(y + 5) = 0$					
$x^2 = x(8 - x)$					

1 2

Parmi les équations écrites dans le tableau de droite, recherche celles qui ont le même ensemble de solutions que l'équation suivante :

$$\boxed{1000x + 345 = 0}$$

Répond sans essayer de résoudre les équations

les numéros des équations demandées sont :
....

n° 1	$1000x = 345$
n° 2	$345x = 1000$
n° 3	$1000x = -345$
n° 4	$1000x + 5x = -345 + 5x$
n° 5	$1000x + 5x = -345 + 5$
n° 6	$10000x + 3450 = 0$
n° 7	$(45)(1000x) = (45)(-345)$

3

Résoudre dans R les équations suivantes :

Equations	Solutions	Equations	Solutions
$x - 7 = 0$		$13 + y = 0$	
$4t = 3$		$4 = -3z$	
$4x + 5 = 17$		$3 - 8x = -1$	

4 5 6

Pour les équations suivantes, les résoudre d'abord au brouillon, puis reporter les calculs sur la partie laissée libre à cet effet.

Equations	Calculs intermédiaires	Solutions
$9x - 3 = 2 - 3x$		
$3(4x - 2) - 2(1 - 3x) = 8(2x + 5)$		
$x(x - 2) = x^2 + 7x - 1$		
$\frac{8x - 3}{7} + \frac{9x + 2}{4} = \frac{x}{28}$		

7 8 9 10

Voici un énoncé : Pierre dispose d'une certaine somme d'argent. Il veut acheter des disques qui coûtent tous le même prix. Il remarque que s'il en achète CINQ, il lui restera 10 Francs, mais que s'il veut en acheter SIX, il lui manquera 5 Francs.

Soit x le prix d'un disque. Quelle est, parmi les équations ci-dessous celle qui traduit l'énoncé ? ENTOURE la bonne réponse, BARRE les autres.

$5x - 10 = 6x + 5$	$5x + 10 = 6x - 5$	$5x + 10 = 6x + 5$	$5x + 6x = 10 + 5$
$5x - 6x = 10 - 5$			

11

Dans chacune des cases du tableau, écrire :

V : Si le nombre écrit au dessus est UNE solution de l'inéquation écrite à gauche

F : Dans le cas contraire

	0	4	-1	2
$7x - 3 < 0$				
$3x + 2 > 0$				
$x - 8 < 3x + 5$				
$7x - 1 > 4x + 2$				

12 13

Parmi les inéquations écrites dans le tableau de droite, recherche celles qui ont le même ensemble de solutions que l'inéquation :

$\boxed{47x \leqslant -55}$

Répond sans essayer de résoudre les inéquations.

n° 1	$47x - 55 \leqslant 0$
n° 2	$47x + 55 \leqslant 0$
n° 3	$-47x \leqslant 55$
n° 4	$47x - 4x \leqslant -55 - 4x$
n° 5	$(-13)(47x) \leqslant (-13)(-55)$

les numéros des inéquations demandées sont :

....

14

Pour la suite, on rappelle que, a et b désignant deux nombres tels que : $a < b$, $[a ; b]$ est l'ensemble des nombres réels x tels que : $a \leqslant x \leqslant b$.

On donne l'inéquation suivante : à résoudre dans $\mathbb{R}$: $2x - 5 > 0$.

a) Résoudre cette inéquation.
L'ensemble de ses solutions est :

15

b) Représenter graphiquement cet ensemble de solutions.

16

c) Parmi les ensembles ci-dessous, quels sont ceux qui sont UNE PARTIE de l'ensemble des solutions de cette inéquation ? ENTOURE les réponses qui conviennent, BARRE les autres.

$[-2 ; 0]$	$[0 ; 5]$	$[3 ; 7]$	$[-8 ; -4]$	$[1000 ; 2345]$	$[2,4 ; 7]$

17

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes. Fais d'abord tes calculs au brouillon, puis reporte les sur cette feuille.

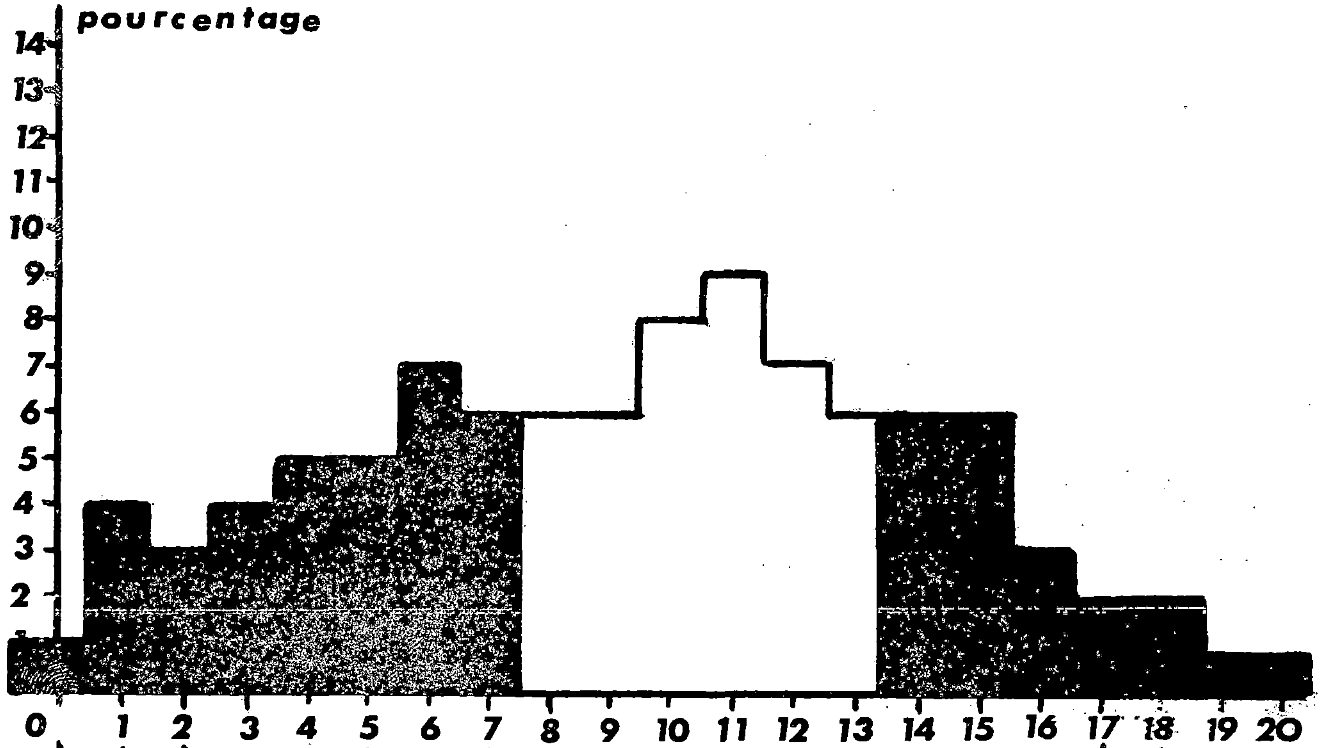
Inéquations	Calculs intermédiaires	Solutions
$7x - 3 < 4x + 9$		
$5(x - 1) + 2(2x + 3) > 5(x + 2)$		
$\frac{2x + 5}{3} - \frac{3x - 1}{2} \leqslant \frac{x + 2}{5}$		

18 19 20

ETALONNAGE du TEST 4C

effectif : 394 élèves

score moyen : 10,3 / 20



pourcentage	1	4	3	4	5	5	7	6	6	6	8	9	7	6	6	6	3	2	2	1	1
% cumulés	1	5	8	13	18	23	29	36	42	48	56	65	72	78	84	90	94	95	98	99	100
	36%								42%						22%						
diagnostic proposé	échec								maîtrise insuffisante						réussite						

réussite item par item																				
item n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
% réussite	28	38	38	85	58	45	71	55	53	29	67	46	42	18	51	37	33	58	49	17

3C1	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :
	Tolérance :	2 erreurs		Temps :	10 minutes				

Voici des équations et systèmes d'équations à deux inconnues.
Dans chacune des cases du tableau, écrit :

Ⓥ Si le couple de nombres écrit au-dessus est UNE solution de l'équation écrit à gauche

Ⓕ Dans le cas contraire

↓ Equation ou système d'équations / Couple Solution →	(x=1 ; y=2)	(x=-2 ; y=3)	(x=3 ; y=5)
$3x - 2y + 1 = 0$			
$x^2 + y^2 = 7y - 1$			
$\begin{cases} 5x - 2y = -4 \\ 7x + y = -11 \end{cases}$			
$\begin{cases} 4x + 6y - 3 = 0 \\ 325x - 453y = 72 \end{cases}$			

Par quels nombres faut-il remplacer a et b dans le système suivant :

$\begin{cases} 5x - 3y = a \\ 9x + y = b \end{cases}$, pour que le couple (x = 2 ; y = 5) soit solution du système ?

Réponse : ....

....

3C2	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :
	Tolérance :	2 erreurs		Temps :	10 minutes				

Résoudre dans ℝ les équations ci-dessous. Indiquez les calculs intermédiaires.

$(7x + 3)(2x + 1) = 0$

$(x - 5)^2 = 49$

$(4x + 1)^2 - (4x + 1)(x + 2) = 0$

$\frac{x + 4}{3} - \frac{3x + 5}{2} = \frac{x}{6}$

$(3x + 4)^2 - (2x + 7)^2 = 0$

3C3	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 2 erreurs | Temps : 15 minutes

Systèmes à résoudre	Calculs	Solutions
$\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 5 \end{cases}$		
$\begin{cases} 3x + 6y = 5 \\ 5x - 2y = 13 \end{cases}$		
$\begin{cases} 3x - 15 = 2y \\ 2y + 15 = 3x \end{cases}$		
$\begin{cases} x - 2y = 4 \\ -2x + 4y = 5 \end{cases}$		
$\begin{cases} 8x - 5y + 2 = 0 \\ 5x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$		

3C4	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 1 erreur | Temps : 15 minutes

Un élève de troisième a eu à résoudre les trois systèmes d'équations suivants :

① $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ ② $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$ ③ $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

Il a trouvé par le calcul les solutions suivantes :

Système ① : $(x = -3 \; ; \; y = -2)$

Système ② : $\left(x = \frac{12}{5} \quad y = \frac{4}{5}\right)$

Système ③ : $(x = 2 \; ; \; y = -5)$

Sur une feuille quadrillée, utilise des représentations graphiques pour vérifier les résultats trouvés par cet élève (ne résoud pas directement les systèmes toi-même). Trace toutes les représentations graphiques dans le même repère.

Quelles sont tes conclusions concernant les résultats de l'élève ? (entoure ta réponse)

Système 1 : Certainement faux	Sans doute juste	Juste
Système 2 : Certainement faux	Sans doute juste	Juste
Système 3 : Certainement faux	Sans doute juste	Juste

3C5	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 1 erreur	Temps : 15 minutes

① JEAN dit à VALERIE : Pense à un nombre
Additionne 5
Multiplie le résultat trouvé par 4
Soustrais 12

Combien trouves-tu ?

Réponse de VALERIE : Je trouve 20.

Noter x le nombre pensé par VALERIE (au début) et traduire cette situation par une EQUATION.

---

② Voici le début d'un problème : La largeur d'un champ est les $\frac{2}{3}$ de sa longueur. Le périmètre est 400 mètres ....

Quelles questions pourrait-on poser ?

Soit x la largeur et y la longueur du rectangle (en mètres).
Ecrire un système d'équations traduisant cet énoncé (on ne demande pas de résoudre)
(Réponse au dos de la feuille)

---

③ Dans un cinéma, le prix des places est 15 francs et 13 francs. Sachant que pour un spectacle, il y a eu 75 entrées, et le cinéma a encaissé en tout 1017 francs, on demande de trouver le nombre d'entrées pour chacun des tarifs.

3C6	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 2 erreurs	Temps : 10 minutes

Voici des inéquations et systèmes d'inéquations à deux inconnues.
Dans chaque cas du tableau ; écrire :

Ⓥ Si le couple de nombres écrit au-dessus est UNE solution de l'inéquation ou du système d'inéquations
Ⓕ Dans le cas contraire

Inéquations ou systèmes \ Couples	(x=2 ; y=3)	(x=5 ; y=0)	(x=-2 ; y=5)
$7x - 4y \leqslant 3$			
$x^2 - y^2 < 20$			
$3x - 2y \leqslant 5$ $x + y > 4$			

Inventer un système d'inéquations à deux inconnues dont l'ensemble des solutions soit VIDE.
Inventer un système d'inéquations à deux inconnues qui soit vérifié par TOUT couple de nombres réels.

3C7	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 1 erreur	Temps : 15 minutes

Prendre une feuille de papier quadrillé pour faire le travail indiqué ci-dessous.

- Rapporter le plan à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$
- Hachurer en ROUGE l'ensemble des points du plan dont l'ABSCISSE vérifie l'inéquation : $\boxed{x \leqslant 5}$
- Hachurer en BLEU l'ensemble des points du plan dont l'ORDONNEE vérifie l'inéquation : $\boxed{y \leqslant 3}$
- Hachurer d'une troisième couleur l'ensemble des points du plan dont les coordonnées vérifient l'inéquation : $\boxed{3y + 4x - 12 \geqslant 0}$

Ce travail étant fait, en déduire une description de l'ensemble des solutions du système d'inéquations :

$$\begin{cases} x \leqslant 5 \\ y \leqslant 3 & (x \in R) \\ 3y + 4x - 12 \geqslant 0 & (y \in R) \end{cases}$$

<u>Réponse</u> :

3C8	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 1 erreur	Temps : 15 minutes

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les systèmes d'inéquations simultanées suivants et REPRESENTER GRAPHIQUEMENT LES SOLUTIONS.

① $\begin{cases} 4x - 3 \leqslant 0 \\ 3x + 4 \geqslant 0 \end{cases}$

② $\begin{cases} 7x + 5 \leqslant 0 \\ 5x - 2 \geqslant 0 \end{cases}$

③ $\begin{cases} 4x - 3 \leqslant 3x + 2 \\ 9x + 4 \leqslant 3x - 2 \end{cases}$

3C9	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance :	1 erreurs	Temps :	10 minutes

1 - Pierre veut acheter des billes. Il a le choix entre deux modèles : des grosses et des petites. Les grosses coûtent 5 francs pièce, les petites coûtent 2 francs pièce. Il ne peut pas dépenser plus de 100 francs.

On note x le nombre de grosses billes et y le nombre de petites billes.

Quelle est, parmi les inéquations suivantes, celle qui traduit cette situation ? (entoure ta réponse, barre les autres)

$7x + y \leqslant 100$	$5x + 2y \leqslant 100$	$2x + 5y \leqslant 100$	$5x - 2y \leqslant 100$
$(5 + 2)(x + y) \leqslant 100$	$x + y \leqslant 5 + 2 + 100$		

---

2 - Un livreur veut charger dans sa camionnette des cartons qui ont tous les mêmes dimensions mais qui n'ont pas tous le même poids. Il y a deux catégories de cartons : les uns pèsent 7kg, les autres pèsent 6kg.

En plus du livreur, la camionnette accepte une charge maximum de 1000 kg, mais compte tenu de la place disponible, il n'est pas possible de charger plus de 180 cartons.

On note x le nombre de cartons de 7kg
On note y le nombre de cartons de 5kg

Ecris un système d'inéquations traduisant cette Situation.

$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$

Combien de cartons de chaque sorte doit-il prendre s'il veut en amener le plus grand nombre possible ? ....

3C10	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance :	1 erreurs	Temps :	10 minutes

Un marchand ambulant vend des foulards à 6 francs pièce (il ne vend que cela).
Il a commencé sa journée avec 5 francs en poche et 40 foulards.
A la fin de la journée, il constate, sans se donner la peine de compter exactement, qu'il a maintenant plus de 200 francs en poche et qu'il lui reste plus de 5 foulards.

a) Traduire cet énoncé par un système d'inéquations simultanées.

b) Résoudre ce système et représenter graphiquement l'ensemble de ses solutions.

c) Les informations contenues dans l'énoncé permettent-elles de trouver le nombre de foulards vendus ? SI OUI, combien ?
SI NON, que peut-on affirmer ?

IREM de BESANCON | **TEST 3C**

nom :_______________ **classe** :__________

Voici une équation : $\boxed{2x + y + 3 = 0}$ $(x \in \mathbb{R} \ ; \ y \in \mathbb{R})$

ENTOURER parmi les couples (x ; y) ci-dessous ceux qui sont solution de cette équation. BARRER les autres.

(3 ; 1)	(-2 ; 1)	(0, -3)	(-7 ; -5)

1

Voici une autre équation : $\boxed{7a - 3b = 8}$ $(a \in \mathbb{R} \ ; \ b \in \mathbb{R})$

COMPLETER si cela est possible les couples (a ; b) ci-dessous de façon à ce qu'ils soient solution de cette équation.

(- 1 ; ....)	(.... ; 2)

2

Voici un système d'équations : $\begin{cases} x - 4y + 20 = 0 \\ 3x + 2y - 24 = 0 \end{cases}$ $\begin{pmatrix} x \in \mathbb{R} \\ y \in \mathbb{R} \end{pmatrix}$

PARMI les couples (x ; y) ci-dessous, ENTOURER ceux qui sont solution de ce système. BARRER les autres.

(0 ; 5)	(-20 ; 0)	(4 ; 6)	(2 ; 3)

3

Résoudre les équations et systèmes d'équations :	SOLUTIONS	
$(4x - 5)(2x + 7) = 0$		4
$(8x - 3)(x + 5) + (x + 5)^2 = 0$		5
$(4x - 3)^2 - (3x + 1)^2 = 0$		6
$\begin{cases} x + y = 31 \\ x - y = 5 \end{cases}$		7
$\begin{cases} 2a + 5b = 11 \\ 3a + 2b = 6 \end{cases}$		8
$\begin{cases} 4x - 3y + 7 = 0 \\ 2y = 1 - 5x \end{cases}$		9

Voici une inéquation : $\boxed{4x \leqslant 7y - 2}$ $(x \in \mathbb{R} \ ; \ y \in \mathbb{R})$

ENTOURER parmi les couples (x ; y) ci-dessous, ceux qui vérifient cette inéquation. BARRER les autres.

(3 ; 2)	(-1 ; 1)	(5 ; 5)	(0 ; 0)

10

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les systèmes d'inéquations suivants et REPRESENTER GRAPHIQUEMENT l'ensemble des solutions.

$\begin{cases} 4x - 3 \leqslant 2x + 5 \\ 3x + 2 \geqslant 2x - 5 \end{cases}$ 11

$\begin{cases} t \leqslant 3t - 2 \\ 4t + 3 \leqslant 3t + 2 \end{cases}$ 12

Dans un pays étranger, la monnaie nationale est le "TALENT".
En me présentant à un bureau de change, je donne à l'employé tout ce que j'ai en poche, c'est-à-dire 225 francs. Il me rend 15 francs et me donne 3 billets de 1 talent.

Soit T la valeur en francs d'un billet de 1 talent.

a) Ecrire une équation traduisant cette situation.

.... 13

b) Quel est en francs, l'équivalent de 10 talents ?

.... 14

La largeur d'un rectangle est les deux tiers de sa longueur. Le périmètre est 400 mètres. Soit x la longueur, y la largeur du rectangle.

a) Ecrire une équation ou un système d'équations traduisant cette situation.

.... 15

b) Calculer les dimensions (longueur et largeur) du rectangle.

.... 16

A l'entrée d'une piscine, on annonce deux formules : A et B.

Formule A : ENTREE SANS CARTE : 4 F

Formule B : ACHAT DE LA CARTE POUR UN TRIMESTRE : 10 F - ENTREE AVEC CARTE : 2,50 F

- ECRIRE le prix de revient de x entrées dans le trimestre dans le cas de la formule A :
- ECRIRE le prix de revient de x entrées dans le trimestre dans le cas de la formule B : 17
- TROUVER le nombre d'entrées à partir duquel il est plus avantageux d'avoir pris une carte : 18

Un arboriculteur dispose d'un crédit de 1000 F pour acheter des arbres.
Il veut planter en pommiers et en poiriers un terrain de 10.000 m^2.
L'arboriculteur doit réserver 400 m^2 de terrain pour chaque pommier et 150 m^2 de terrain pour chaque poirier.
Chaque pommier coûte 30 F, chaque poirier coûte 50 F.

On note x le nombre de pommiers, y le nombre de poiriers.

a) Ecrire une inéquation ou un système d'inéquations traduisant cette situation.

19

b) Parmi les achats suivants, ENTOURER ceux qui sont possibles, BARRER les autres.

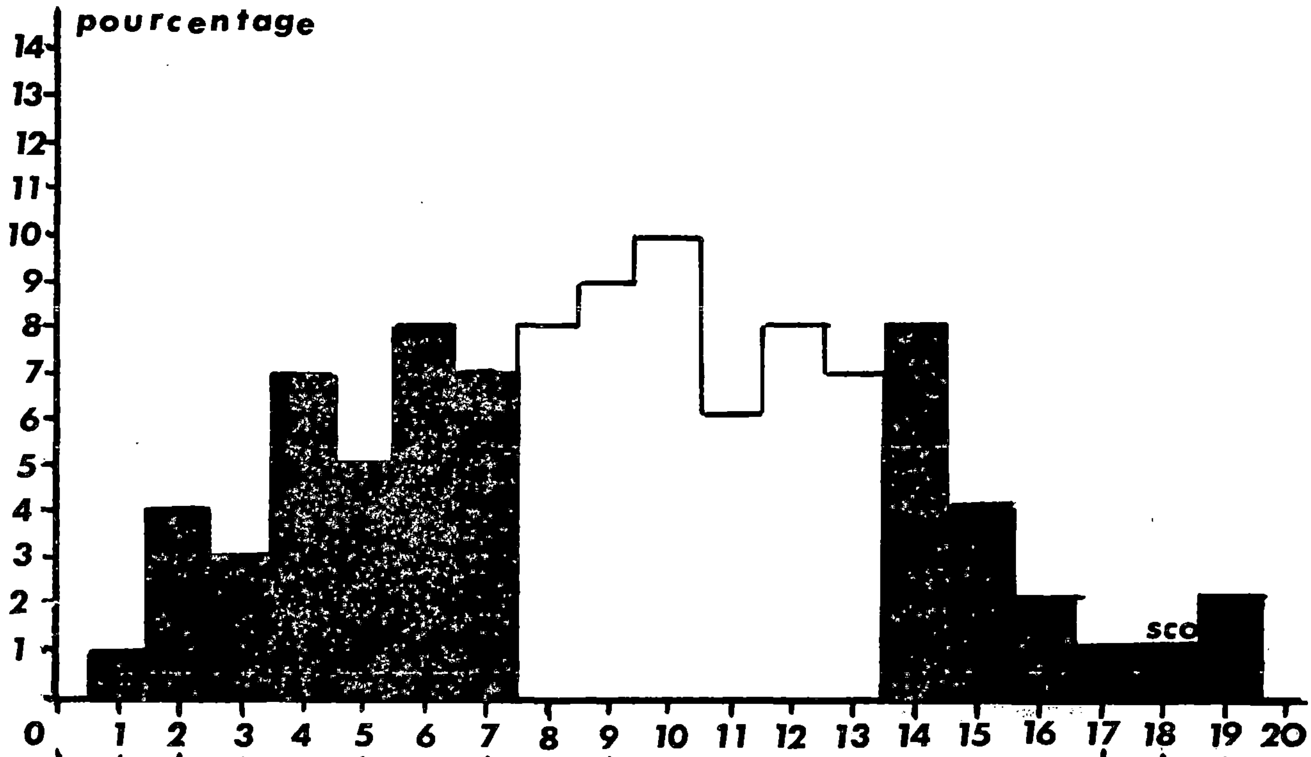
10 pommiers et 20 poiriers	20 pommiers et 8 poiriers	23 pommiers et 6 poiriers

20

ETALONNAGE du TEST 3C

effectif : 215 élèves

score moyen : 9,47 / 20



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
pourcentage	0	1	4	3	7	5	8	6	7	8	10	6	8	7	8	4	2	1	1	2	0
% cumulés	0	1	5	8	15	20	28	34	41	50	60	65	73	80	89	93	95	96	98	100	100
	34%								46%						20%						
diagnostic proposé	échec								maîtrise insuffisante						réussite						

réussite item par item																				
item n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
% réussite	86	66	77	47	24	19	68	45	27	60	33	11	69	77	48	39	43	31	34	39

OBJECTIFS 4D - 4E - 3E VOCABULAIRE ET CONSTRUCTIONS GEOMETRIQUES

Ce que dit le programme de quatrième :

L'étude de la géométrie est nécessairement alimentée par l'observation et l'expérimentation , lesquelles requièrent l'usage des instruments de dessin : règle graduée , compas , équerre ; l'effort de réflexion qu'elles suggèrent conduit au raisonnement déductif .

- Droites du plan ; demi-droites .
- Médiatrice ;sa construction . Losange ; triangle isocèle .
- Symétrie orthogonale par rapport à une droite . Rectangle .
- Parallélisme ,orthogonalité .
- Projection sur une droite selon une direction ; conservation du milieu par projection . Projection orthogonale ; distance d'un point à une droite .
- parallélogramme.Symétrie centrale .
- Translation ; composition des translations .

Ce que dit le programme minimal du cycle d'orientation :

- Connaître le vocabulaire usuel de la géométrie plane (parallèle , perpendiculaire , médiatrice , symétrie , triangle , quadrilatère avec cas particuliers)
- Savoir définir et manipuler les applications usuelles : projections , translations et symétries .

Les commentaires : .... l'enseignement de la géométrie est indissociable de la recherche de constructions géométriques .

Le programme de troisième n'introduit pas , par rapport à celui de quatrième , de nouveaux objectifs concernant le vocabulaire ou les constructions . Le mot BISSECTRICE y apparaît pour la première fois dans les programmes du secondaire (et du primaire) ,c'est sans doute la seule exeption .

Tout se passe comme si l'on souhaitait que la connaissance du vocabulaire et les savoir-faire concernant l'utilisation des instruments de dessin soient mis en pla-ce avant la fin de la quatrième . Il faut d'ailleurs lire ces programmes en ayant à l'esprit ce qui a été introduit par les programmes de l'école élémentaire et du cycle d'observation . Ainsi , la symétrie par rapport à une droite apparaît dans le programme du CM 2 . Après étude de ces documents , il semblerait que l'essentiel des connaissances et savoir-faire objets de cette étude pourraient être disponibles dès la fin du cycle d'observation . Dans ce cas , les objectifs fondamentaux propres au cycle d'orientation seraient plutôt les objectifs de raisonnement . Dans l'état actuel des choses , il nous faut cependant constater que les élèves de quatrième et de troisième ont dans l'ensemble des difficultés en géométrie ,que ces difficultés ne se manifestent pas seulement au niveau du raisonnement déductif , mais qu'elles interviennent aussi bien au niveau de la connaissance du vocabulaire que des activités manipulatoires .

Nous faisons par ailleurs l'hypothèse qu'une certaine connaissance du vocabulaire ainsi qu'une certaine maîtrise des activités de représentation ,avec ou sans instruments , est un préalable indispensable aux acquisitions concernantle raisonnement géométrique . C'est donc à la fois en acceptant cette hypothèse (qu'une étude didactique pourrait très bien remettre en question) et en tenant compte des savoir réels , actuels ,des élèves de quatrième et troisième , que nous avons choisi de préciser les objectifs à ce niveau ,sous une forme aussi opérationnelle que possible , et de proposer des épreuves d'évaluation formative .

Pour faciliter notre travail , nous avons séparé ces objectifs en deux classes :

4D : Vocabulaire et constructions ne concernant pas les transformations .

4E : Vocabulaire et constructions concernant les transformations .

ce qui n'implique aucunement un ordre ou une hiérarchie dans l'étude de ces notions.

La famille d'objectifs 3E de fin de troisième est formée de la réunion de 4D et 4E , conformément à ce qui est expliqué ci-dessus . Une épreuve renforcée concernant des objectifs d'approfondissement est à l'étude , elle pourra être utilisée en troisième avec les élèves ayant réussi les tests 4D-4E .

Rappelons que,nous plaçant dans une optique d'évaluation formative , il nous est difficile de faire l'impasse sur telle ou telle question ; que d'autre part les questions posées doivent être indépendantes , qu'elles doivent autant que possible ne faire appel qu'à un seul concept , ne receler qu'une seule difficulté ; conditions indispensables à une utilisation réellement formative des résultats des élèves . D'ou la longueur,qui paraîtra sans doute excessive , des épreuves proposées . Il est clair que si nous voulions construire une épreuve de type sommative,de fin de cycle , il nous faudrait davantage tenir compte des dépendances existant entre les questions . En réalité , pour construire une telle épreuve de façon satisfaisante (en particulier pour qu'elle soit VALIDE) il nous faudrait justement posséder les résultats statistiques à une épreuve du type de celle que nous proposons ici .

Dans le même ordre d'idée , il convient de remarquer que ces épreuves ne sont pas des sujets d'examen ou de concours . Si nous tenons à harmoniser lorsque cela paraît possible , les conditions de passation , ce n'est pas dans le but de classer les individus , encore moins de selectionner . L'évaluation formative vise à renseigner l'enseignant et l'élève , elle suppose donc une certaine confiance , une adhésion de ce dernier . Une attitude positive des élèves face à cette évaluation est donc à favoriser . Les consignes de passation que nous proposons ci-dessous sembleront sans doute laxistes ,mais c'est dans ce contexte qu'il convient de les interpréter .

OBJECTIF 4D - VOCABULAIRE et CONSTRUCTIONS GEOMETRIQUES - SAUF TRANSFORMATIONS .

SAVOIR MINIMUM

4D1	PARALLELES - PERPENDICULAIRES L'élève sait utiliser la règle et l'équerre pour construire des droites parallèles (resp. Perpendiculaires) à une droite donnée , passant par des points donnés . Il est capable de mettre en oeuvre ces constructions dans une figure complèxe . L'élève est capable de reconnaître d'autres traceurs de parallèles
4D2	TRIANGLE L'élève sait : définir , reconnaître , tracer , un triangle RECTANGLE , un triangle EQUILATERAL , un triangle ISOCELE . Il sait construire un triangle connaissant trois"mesures" (angles ou longueurs).
4D3	QUADRILATERES L'élève sait définir et reconnaître les quadrilatères particuliers : CARRE , RECTANGLE , LOSANGE , TRAPEZE , PARALLELOGRAMME . Il maîtrise les inclusions correspondantes .
4D4	QUADRILATERES L'élève sait construire les quadrilatères de l'objectif précédent lorsqu'on lui donne les informations nécéssaires : positions de sommets , mesures de longueurs , "mesures" d'angles .
4D5	MILIEU - MEDIATRICE L'élève sait définir et construire le milieu et la médiatrice d'un segment (règle et compas) . Il sait construire les médiatrices des côtés d'un triangle et le cercle circonscrit , dans les deux cas de figure
4D6	DISTANCE D'UN POINT A UNE DROITE L'élève est capable d'utiliser l'expression " la distance du point A à la droite (d) " . Il est de même capable d'exécuter une consigne utilisant cette expression . En particulier , une figure (f) étant donnée ainsi qu'une droite (d) , il saura distinguer les points de (f) situés à une distance donnée de la droite (d) .
4D7	PROJECTION L'élève sait définir l'image d'un point dans une projection sur une droite donnée ,dans une direction donnée . Il sait construire et reconnaître l'image d'un segment dans une telle application . Il connaît et sait utiliser l'expression :"projection orthogonale". Il sait utiliser une projection particulière pour partager un segment de droite en n segments de même longueur (n inférieur à 10) .

ANGLES - BISSECTRICE

L'élève sait définir , représenter , reconnaître ,utiliser , les notions d'angle aigu , d'angle obtus , d'angle droit . Il sait utiliser un rapporteur pour représenter et "mesurer" de façon approchée , des angles donnés .

4D8 Il sait ~~définir et~~ construire à la règle et au compas , la bissectrice d'un secteur angulaire . Il sait de même construire les bissectrices des "angles" d'un triangle .

LE CERCLE

Une droite et un point étant donné , l'élève est capable de construire un cercle, tangent à cette droite , ayant pour centre le point donné . Il est de

4D9 même capable de construire un cercle tangent à une droite donnée ,et passant par un point donné .

L'élève est d'autre part capable de reconnaître et d'utiliser le vocabulaire courant concernant le cercle : rayon , diamètre , corde , arc .

LECTURE DES ENONCES

Aprés avoir lu un énoncé de nature géométrique , et avant même d'avoir tracé une figure , l'élève saura reconnaître dans une série d'informations ,

4D10 celles qui sont données par l'énoncé et celles qui ne le sont pas .

Il saura ensuite faire une figure en évitant les cas particuliers . A contrario, il sera capable de proposer plusieurs cas de figure correspondant au même énoncé .

OBJECTIFS D'APPROFONDISSEMENT (exemples)

CONSTRUCTION supposant ANALYSE et synthèse

Construire un carré connaissant la longueur d'une diagonale .

4DR1 Construire un triangle équilatéral connaissant la longueur d'une hauteur .

Construire un rectangle connaissant un côté et une diagonale .

4DR2 Etant donné deux droites sécantes et un point I , construire un segment dont le milieu soit le point I et dont les extrémités appartiennent à la réunion des deux droites

Constructions supposant une découverte

4DR3 Construire à la règle et au compas la bissectrice d'un secteur angulaire donné , dont le sommet est situé à l'extérieur de la feuille ;

Construction utilisant un théorème et supposant analyse et synthèse .

4DR4 Construire un triangle ABC connaissant la longueur du segment BC ainsi que les longueurs des médianes issues de B et C . (On rappellera le théorème des médianes)

4DR5 Un triangle ou un quadrilatère étant donné (figure f) ,construire l'ensemble des points du plan dont la distance à f est donnée .

OBJECTIF 4E : VOCABULAIRE ET CONSTRUCTIONS - TRANSFORMATIONS DU PLAN .

SAVOIR MINIMUM

4E1	SYMETRIE PAR RAPPORT A UN POINT - 1 - L'élève saura donner une définition de la symétrie par rapport à un point . Un point O étant donné , il saura construire l'image d'un point , d'un segment , d'une droite, dans la symétrie par rapport à cepôint O . Il saura dire que l'image d'un point (resp. d'un segment , d'une droite) est un point (resp. un segment parallèle et de même longueur , une droite parallèle) Une figure complèxe étant donnée , il saura construire l'image d'un point de la figure dans une symétrie centrale de centre un autre point de la figure .
4E2	SYMETRIE PAR RAPPORT A UN POINT - 2 - L'élève saura construire l'image d'une figure formée de segments de droite , de cercles ,demi-cercles, quart de cercles, dans une symétrie par rapport à un point .
4E3	CENTRE DE SYMETRIE L'élève saura reconnaître et traduire l'existence d'un centre de symétrie . Il saura reconnaître parmi plusieurs figures, celles admettant un centre de symétrie ,et il saura placer ce centre . Il saura compléter une figure de façon à ce que la figure finale admette un centre de symétrie donné .
4E4	SYMETRIE PAR RAPPORT A UNE DROITE - 1 - L'élève saura donner une définition de la symétrie orthogonale . Une droite (d) étant donnée , il saura construire l'image d'un point (resp. d'un segment , d'une droite) dans la symétrie orthogonale par rapport à (d) . Il saura dire que selon le cas , l'image est un point , un segment de même longueur , une droite . Une figure complexe étant donnée , il saura construire l'image déun point de cette figure dans la symétrie orthogonale par rapport à une droite de la figure .
4E5	SYMETRIE PAR RAPPORT A UNE DROITE - 2 - L'élève saura construire l'image d'une figure formée de segments de droite , de cercles, demi-cercles , quart de cercles , dans une symétrie orthogonale .
4E6	AXE DE SYMETRIE L'élève saura reconnaître et traduire l'existence d'un axe de symétrie orthogonale . Il saura reconnaître parmi plusieurs figures , celles admettant un axe de symétrie . Il saura placer cet axe . Il saura compléter une figure de façon à ce que la figure obtenue admette une axe de symétrie donné .

	TRANSLATION - 1 -
4E7	L'élève saura donner une définition de la translation.... . Deux points A et B étant donnés , il saura construire l'image d'un point , d'un segment , d'une droite dans la translation qui à A associe B . Il saura que l'image d'un point (resp. d'un segment , d'une droite) est un point (resp. un segment parallèle et de même longueur , une droite parallèle).
	TRANSLATION - 2 -
4E8	L'élève saura construire l'image dans une translation donnée , d'une figure formée de segments de droite , de cercles , demi-cercles , quarts de cercles .
	COMPOSITIONS
4E9	L'élève sera capable de construire l'image d'une figure simple (segment , triangle , quadrilatère) dans la composée de deux transformations de même type (translations , symétrie centrale , symétrie orthogonale) . On précisera l'ordre dans lequel les transformations doivent être utilisées -(cet objectif ne suppose pas connue la notation f o g).
	PAVAGE
4E10	Un pavage du plan étant donné (ou une frise) , l'élève sera capable d'en trouver les éléments de symétrie . Il saura compléter un pavage connaissantune partie de ce pavage et les éléments de symétrie necessaires .
	OBJECTIFS D'APPROFONDISSEMENT (exemples)
4ER1	Constructions utilisant les symétries et supposant analyse et synthèse . On donne un arc de cercle . CONSTRUIRE le centre de ce cercle (règle et compas seuls) .
4ER2	Deux figures f et f' étant données ainsi qu'un point I , trouver deux points A et B appartenant respectivement à f et f' ,et tels que I soit le milieu de [AB] .
4ER3	Pavages Un pavage du plan , fini ou infini,étant donné , trouver un élément minimal de ce pavage et décrire sa construction en termes de transformations et de compositions de transformations .
4ER4	Compositions . Deux figures isométriques étant données , trouver une décomposition de l'isométrie correspondante en produit de translations et de symétries . (au moins d'une façon) .
4ER5	Symétrie axiale . Une définition de la symétrie axiale étant donnée , construire l'image d'une figure du plan dans une telle symétrie . Recherche d'axes de symétrie axiale . (Symétrie Oblique)

PREREQUIS 4D- 4E

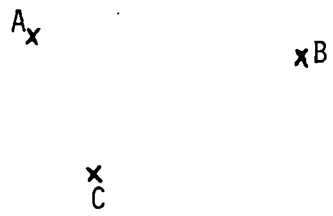
	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance :	2 erreurs	Temps : 25 minutes

Pour faire ces exercices, tu dois disposer des instruments suivants : crayon, gomme, règle graduée, équerre, compas. N'efface pas les traits de construction ils doivent rester visibles.

0	

Les points A, B et C étant donnés, construis le point D tel que ABCD soit un parallélogramme. ⟶



1	
11	
12	
13	

Construis un parallélogramme MNPQ tel que :

MN = 6 cm

MQ = 3 cm

⟵ MP = 8 cm

2	
21	
22	
23	
24	

Construis un quadrilatère ayant deux côtés opposés de même longueur et qui NE SOIT PAS un parallélogramme. ⟶

3	
31	
32	
33	

Construis un parallélogramme ABCD tel que :

AB = 6 cm ; AD = 4 cm

et tel que la hauteur relative au côté AB mesure 3 cm.

⟵

4	
41	
42	
43	

Construis un parallélogramme ayant un angle droit. ⟶

5	
51	
52	

Construis un parallélogramme EFGH dont les diagonales se coupent en un point O et tel que :

OE = 3 cm ; OF = 2,5 cm

EF = 5 cm

⟵

6	
61	
62	
63	
64	

I.R.E.M. DE BESANCON

TEST DE PREREQUIS 3 E - 4 E

EXERCICES DE CONSTRUCTIONS GEOMETRIQUES

- Cette épreuve a pour objet de nous donner quelques indications précises sur les SAVOIR-FAIRE réels, durables, des élèves de 3ème/4ème. Par rapport à l'évaluation que *nous* pratiquons habituellement, elle se situe essentiellement au niveau des PREREQUIS aussi bien en quatrième qu'en troisième.

- Pour que l'EVALUATION ainsi faite concerne des SAVOIR-FAIRE sur lesquels on puisse compter, bien installés, peu susceptibles d'évolution négative dans le temps, il importe que cette épreuve soit passée sans présentation spéciale, à l'improviste, on s'arrangera toutefois pour que les élèves aient le matériel nécessaire.

- Nous suggérons aux collègues utilisateurs de se donner avant la passation de l'épreuve, une estimation du Taux de réussite des élèves de leur classe, QUESTION PAR QUESTION.

- Temps prévu : 25 minutes - Ne fournir aucun renseignement

CODAGE DES REPONSES Mettre une croix dans la case qui convient

[0] : l'élève est en possession de l'ensemble des instruments nécessaires

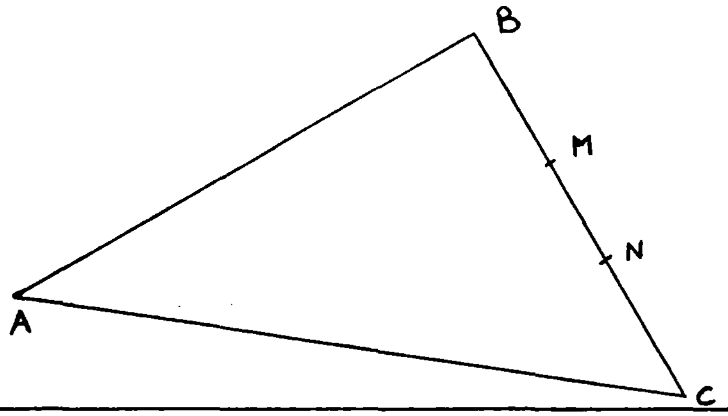
[1] , [2] , [3] , [4] , [5] , [6] : construction correcte, corriger avec un calque et admettre une erreur de 2 mm.

[ECHEC]

- [11] ABDC est un parallélogramme
- [12] Un quadrilatère est construit, mais ce n'est pas un parallélogramme
- [21] MNPQ est un parallélogramme, MN = 6, MQ = 3, MP ≠ 8
- [22] Figure juste aux notations près
- [23] Un quadrilatère est construit, mais ce n'est pas un parallélogramme
- [31] La figure est un parallélogramme (rectangle, carré...)
- [32] Ce n'est pas un parallélogramme mais les côtés égaux sont consécutifs
- [41] La figure est un parallélogramme, AB = 6 , AD = 4, h ≠ 3
- [42] La figure est un parallélogramme, h = 3, AB ≠ 6 ou AD ≠ 4
- [43] Une quadrilatère est construit, ce n'est pas un parallélogramme
- [51] La figure construite est un carré (bien sûr, [51] ⟹ [5])
- [61] EFGH est un parallélogramme, OE = 3, OF = 2,5, EF ≠ 5
- [62] EFGH est un parallélogramme, EF = 5, OE ≠ 3 ou OF ≠ 2,5
- [63] Un quadrilatère est construit, ce n'est pas un parallélogramme

[13] [24] [33] [43] [52] [64] : autres constructions, mêmes ébauchées. Aucune croix à mettre en cas d'abstention totale.

4 D1	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date :
	Tolérance :	1 erreur		Temps :	10 minutes				



Tracer la parallèle à la droite (AB) passant par M. Cette droite coupe (AC) en M'.

Tracer la parallèle à (AB) passant par N, elle coupe (AC) en N'.

Tracer ensuite les parallèles à (BC) passant par M' et N'. Ces droites coupent respectivement (AB) en M" et N".

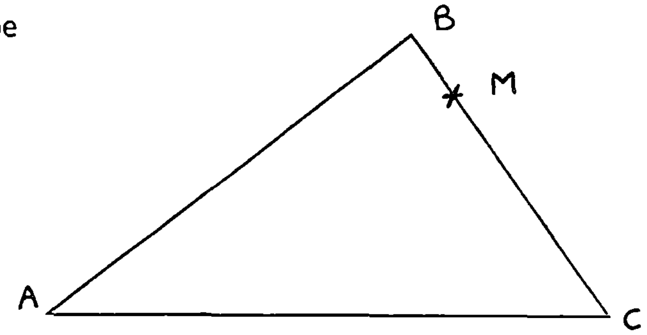
Tracer la droite (MN") et tracer la droite (NM").

La perpendiculaire à (AC) passant par M coupe (AC) en P.

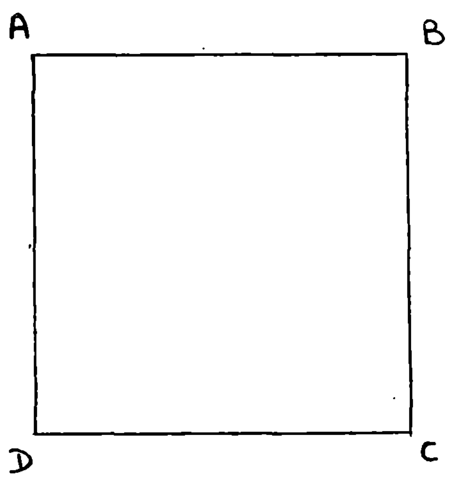
La perpendiculaire à (AB) passant par P coupe (AB) en N.

La perpendiculaire à (BC) passant par N coupe (BC) en M'.

Construire les points P, N, M'.



4 D2	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date :
	Tolérance :	erreurs		Temps :	minutes				



ABCD est un carré par hypothèse.

Construire le point M intérieur au carré tel que : MD = MC = DC.

Tracer les segments [MA] et [MB].

Le cercle de centre M et de rayon MA coupe (MD) en N et (MC) en P.
La perpendiculaire à (DC) passant par M coupe (DC) en I.

NOMMER 4 TRIANGLES ISOCELES :

NOMMER 4 TRIANGLES RECTANGLES :

NOMMER 2 TRIANGLES EQUILATERAUX :

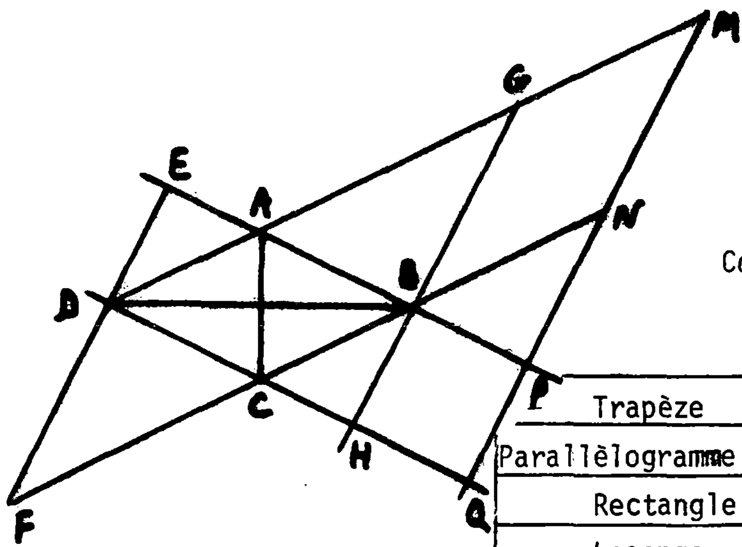
CONSTRUIRE un triangle MNP tel que : MN = 7cm, MP = 5 cm, NP = 3 cm.

CONSTRUIRE un triangle RST tel que :

RT = 6cm, $\widehat{TSR} = 40°$, $\widehat{RST} = 80°$.

4 D3	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date:

Tolérance: erreurs | Temps : 10 minutes



Hypothèse :

(EF), (GH) et (MQ) sont parallèles
(DM) et (FN) sont parallèles
(AC) et (DB) sont perpendiculaires
(GH) et (EP) sont perpendiculaires

[BH] et [BP] ont même longueur.

Compléter le tableau suivant en plaçant des croix dans les cases convenables.

	EPQD	ABCD	APQC	BPQH	DMNF	DBGF
Trapèze						
Parallèlogramme						
Rectangle						
Losange						
Carré						

Donner une définition du parallèlogramme :

Donner une définition du carré :

---

4 D4	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date:

Tolérance: erreurs | Temps : 15 minutes

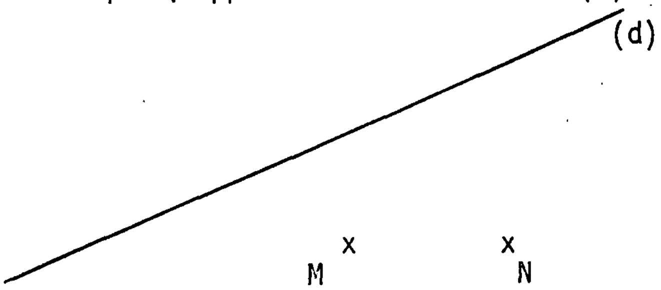
Placer un point D tel que ABCD soit un parallèlogramme.

Bx

xC

Ax

Placer deux points P et Q tels que :
MNPQ soit un LOSANGE,
et que Q appartienne à la droite (d).



Placer deux points S et U tels que RSTU soit un carré.

x^R

T x

Au dos de la feuille, tracer un parallèlogramme ABCD tel que :

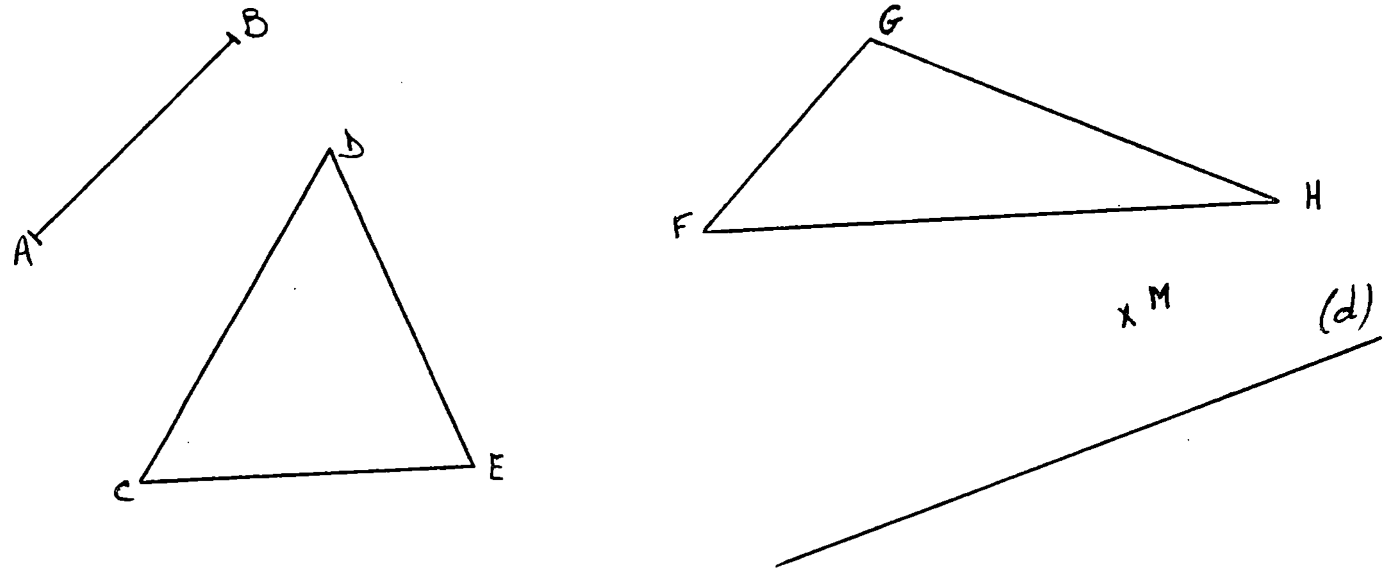
AB = 4 cm ; $\widehat{BAD}$ = 70° ; BD = 8 cm.

4 D5	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 1 erreur	Temps : 10 minutes

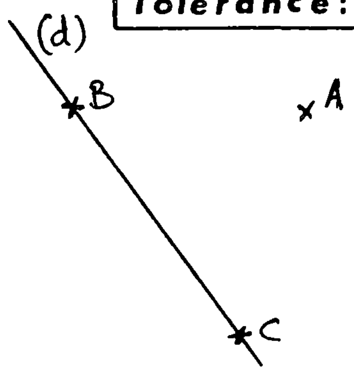
Utiliser la règle et le compas pour faire les constructions indiquées. Laisser les constructions apparentes.

1) Construire la médiatrice du segment [AB].
2) Construire le point M' tel que (d) soit la médiatrice du segment [MN'] .
3) Tracer les médiatrices des côtés du triangle CDE et le cercle circonscrit.
4) Tracer les médiatrices des côtés du triangle FGH et le cercle circonscrit.

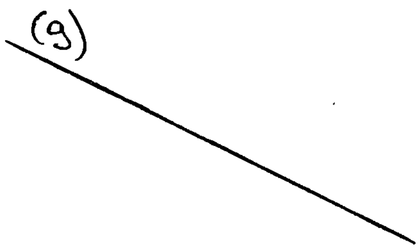


4 D6	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

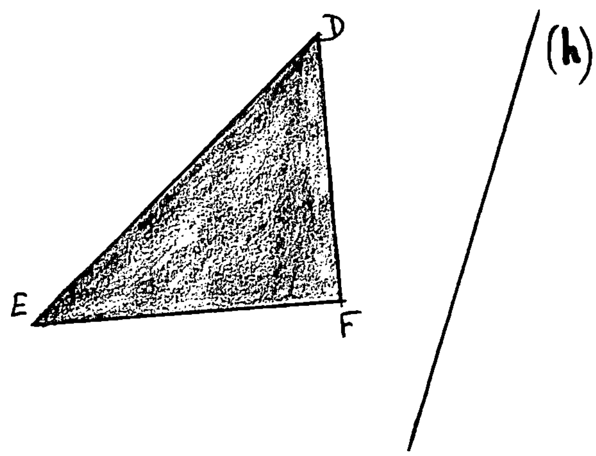
Tolérance : 1 erreur	Temps : 10 minutes



- Exprimer, en millimètres, de façon approchée, la distance du point A à la droite (d).
- Exprimer de même la distance du point C à la droite (AB).



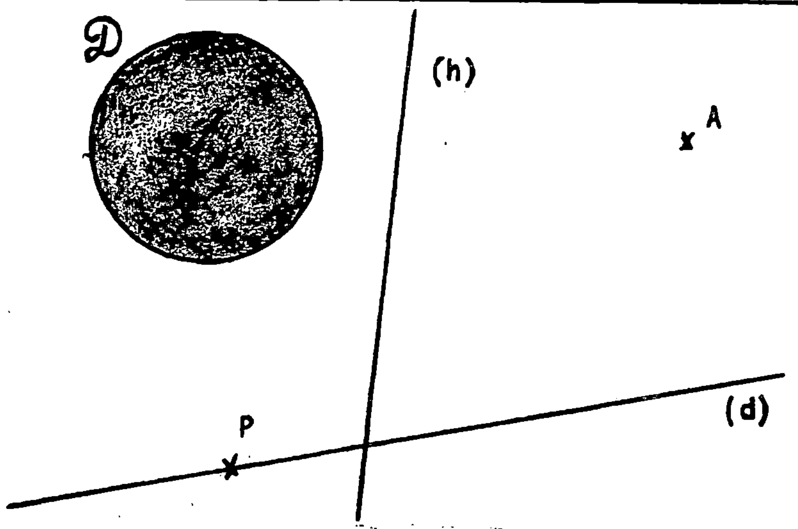
Placer trois points M,N,P situés à égale distance de (g) et tels que ces trois points ne soient pas alignés.



Marquer en ROUGE les points de la surface triangulaire DEF dont la distance à la droite (h) soit la même que la distance de D à (h).

4 D7	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 2 erreurs	Temps : 10 minutes



- Construire le point A', projection de A sur (d) dans la direction de (h).
- Construire le point A", projection de A sur (h) dans la direction de (d).
- Dessiner en ROUGE l'ensemble des points du disque 𝒟 dont l'image dans la projection sur (d) de direction (h) est le point P.
- Construire le point C, projection orthogonale de A sur (h).
- Construire le point D, projection orthogonale de A sur (d).

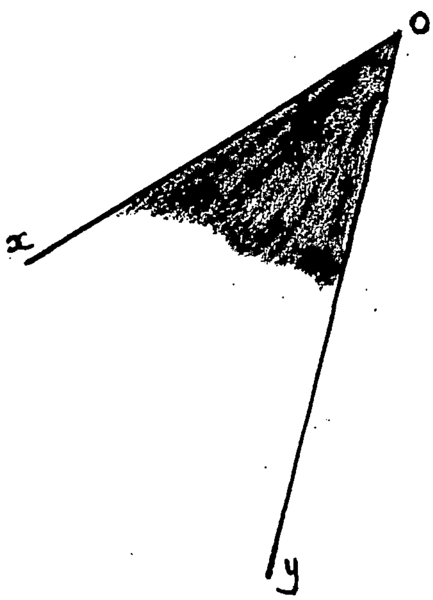
Partager le segment [MN] en 7 segments de même longueur, en utilisant uniquement le compas et le traceur de parallèles. (pas de règle graduée).

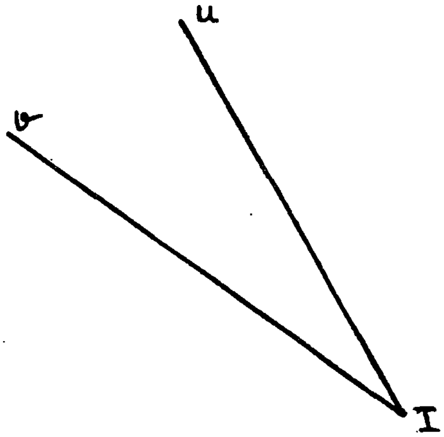
4 D8	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

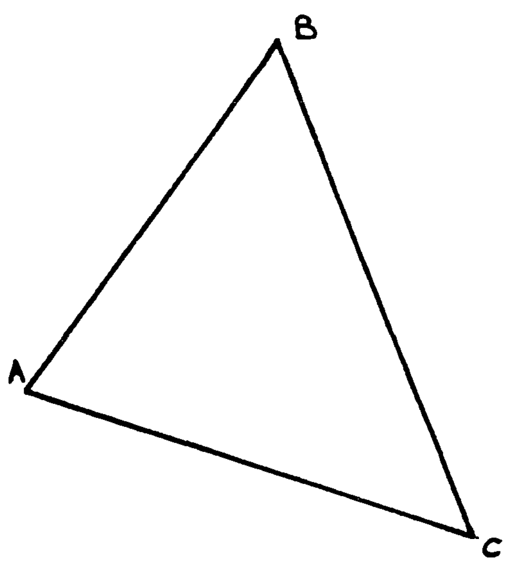
Tolérance : 1 erreur	Temps : 10 minutes

Utiliser la règle et le compas (pas le rapporteur). Les traits de constructions doivent rester visibles.

1) Tracer la bissectrice du secteur angulaire $\widehat{xoy}$.
2) Tracer la demi-droite [Iw) telle que [Iv) soit la bissectrice du secteur $\widehat{uIw}$.
3) Tracer les bissectrices des angles du triangle ABC.



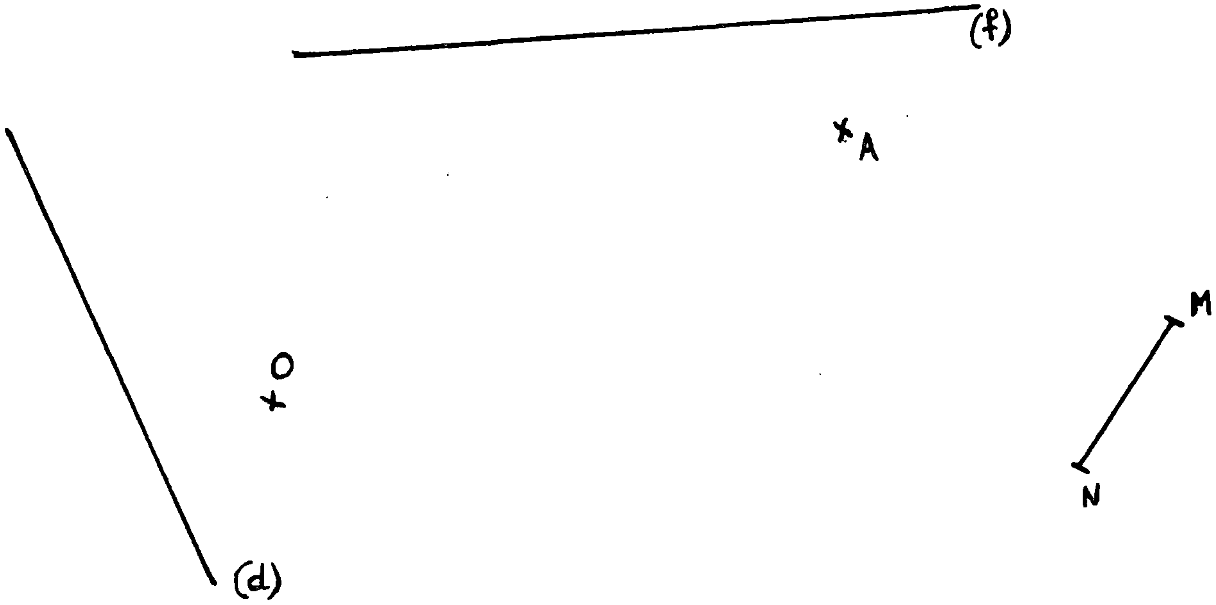




4 D9	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 1 erreur.	Temps : 10 minutes

1) Tracer un cercle de centre O et tangent à la droite (d).
2) Tracer trois cercles distincts, passant par A et tangents à la droite (f).
3) Tracer deux cercles de rayons différents, admettant [MN] comme corde commune.



4 D10	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : aucune erreur	Temps : 10 minutes

- Soit d et d' deux droites parallèles distinctes.
- A et B sont deux points quelconques de d.
- C et D sont deux points de d' tels que la longueur de CD soit le double de la longueur de AB.
- I est le point d'intersection des droites AC et BD.

Après avoir lu l'énoncé ci-dessus, que peux-tu dire de chacune des affirmations suivantes. Dans chaque cas, écris VRAI, FAUX, ou ON NE SAIT PAS, à la place des pointillés.

- AC et BD ont même longueur.........................
- Les points I, A et C sont alignés..................
- La longueur du segment ID est plus grande que la longueur du segment IB.........
- Les points A, B et C sont alignés..................

<u>Fais maintenant une figure respectant les données ci-dessus.</u>

(au verso de cette feuille).

4 DR1	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : aucune **erreur** | **Temps** : 10 **minutes**

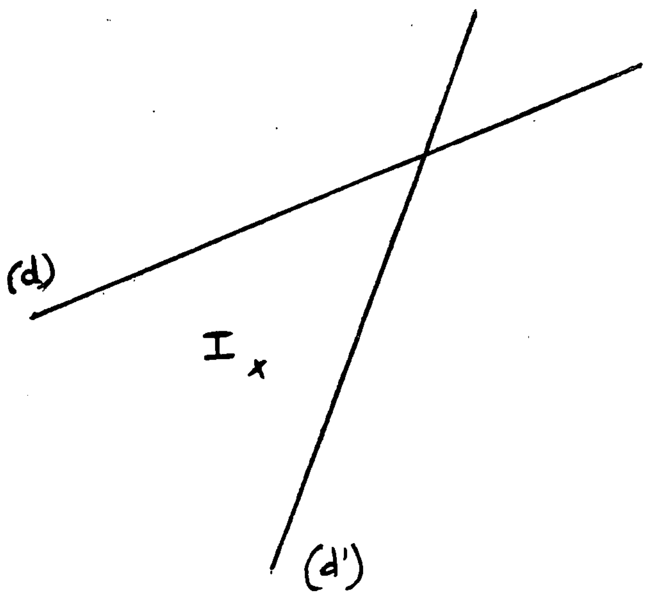
Dessine un carré dont la diagonale mesure 5 cm.

Dessine un triangle équilatéral dont la hauteur mesure 5 cm.

N'oublie pas de laisser les traits de construction sur ta figure. Le correcteur a besoin de savoir quelle méthode tu as employé.

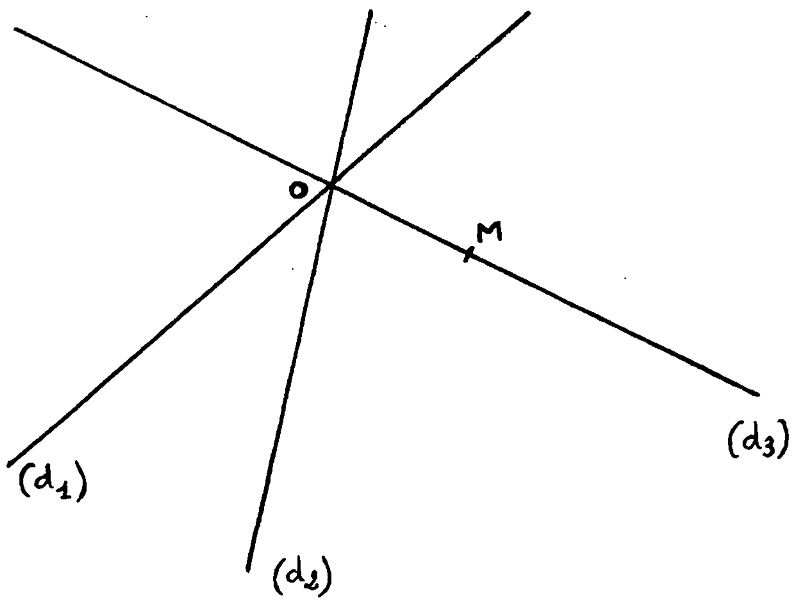
4 DR2	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 1 **erreur** | **Temps** : 15 **minutes**



Construire un segment [AB] tel que :

- $A \in (d)$, $B \in (d')$
- I est le milieu du segment [AB]



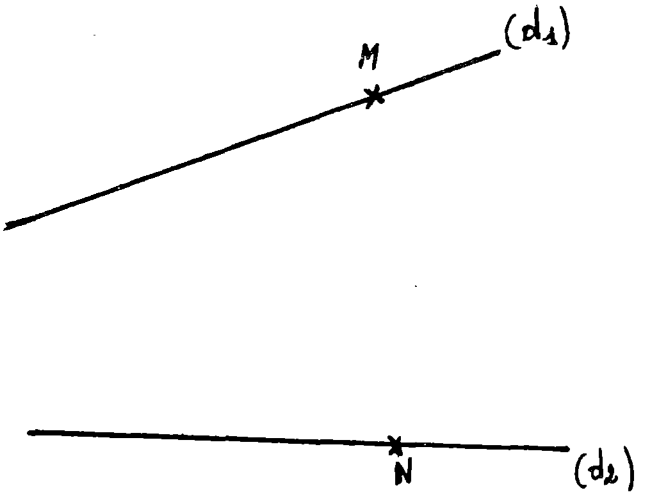
Construire un segment [CD] tel que :

- (CD) soit parallèle à (d_3)
- $C \in (d_1)$, $D \in (d_2)$
- [CD] et [OM] ont même longueur.

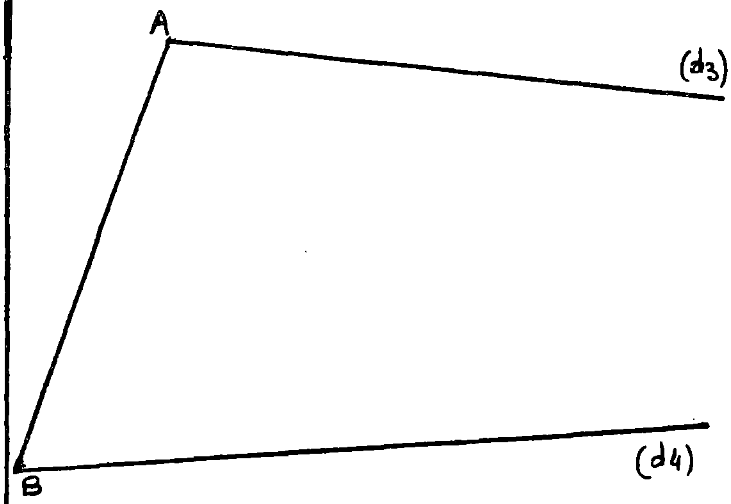
La solution est-elle unique ?

4 DR3	**réussite**	↑	↗	**échec**	→	↘	↓	**nom :**	**date :**

Tolérance : 1 ***erreur***	***Temps :*** 15 ***minutes***



- Les droites (d_1) et (d_2) se coupent en un point O.
- Construire la bissectrice du secteur angulaire $\widehat{MON}$ (sans agrandir la feuille)



- Les droites (d_3) et (d_4) se coupent en C.
- Construire un point D appartenant à (d_4) et tel que le triangle ACD soit isocèle de sommet C.

4 DR4	**réussite**	↑	↗	**échec**	→	↘	↓	**nom :**	**date :**

Tolérance : aucune ***erreur***	***Temps :*** 10 ***minutes***

<u>Tu connais le théorème</u> : Dans tout triangle, les médianes sont concourantes, elles concourent en un point appelé <u>centre de gravité</u> du triangle. De plus, si (AA') est une médiane et si G est le centre de gravité, alors : $AG = \frac{2}{3} AA'$.

Utilise ces résultats pour construire un triangle ABC dont les médianes (AA'), (BB') et (CC') se coupent en G et tel que :

AB = 6 cm ; GA = 4 cm ; GB = 5 cm.

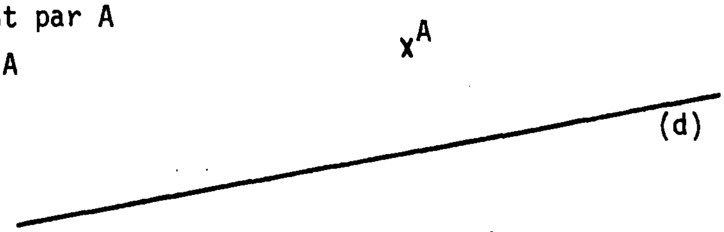
nom : _______________ classe : ___________

Pour les constructions faites en utilisant le compas, il convient de ne pas effacer les traits de construction. Ecrire à l'encre, mais faire les figures au crayon pour pouvoir effacer.

TRACER la perpendiculaire à (d) passant par A

TRACER la parallèle à (d) passant par A

TRACER une autre droite de façon à obtenir un carré.



1

Soient quatre points A, B, C, D tels que :

AB = BC = AC = 3cm

DA = DB = 5cm

Soit I le point d'intersection des droites (AB) et (DC)

a) CONSTRUIRE la figure ⟶

2

b) COMPLETER les phrases suivantes :

Le triangle ABC est un triangle ....

Le triangle DAB est un triangle ....

Le triangle DIB est un triangle ....

3

Construire un triangle MNP tel que :

MN = 7cm

MP = 4cm

NP = 5cm

CONSTRUIRE un triangle RST tel que :

$\widehat{RST} = 60°$

$\widehat{STR} = 45°$

ST = 5cm

4 (à gauche)

5 (à droite)

Dans la figure ci-contre, les quadrilatères ABEF et BCDE sont des carrés.

Le point I est le milieu du segment AF
Le point J est le milieu du segment CD

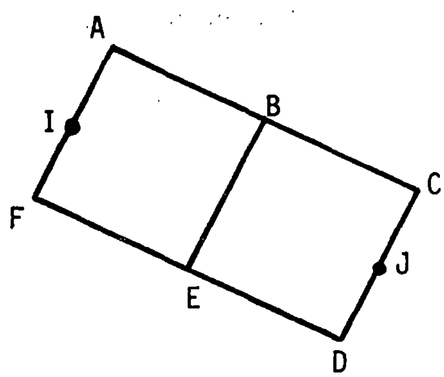
COMPLETER les phrases suivantes en écrivant le mot qui vous semble le mieux convenir.

Le quadrilatère ACDF est un ....

Le quadrilatère IBJE est un ....

Le quadrilatère AJDI est un ....

Le quadrilatère IBCF est un ....



6

CONSTRUIRE un LOSANGE dont les diagonales mesurent 6cm et 4cm.

CONSTRUIRE un PARALLELOGRAMME ABCD tel que :

$AB = 5cm$

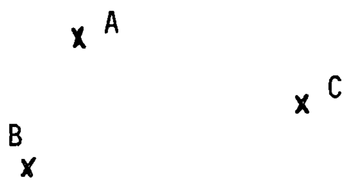
$BC = 3cm$

$\widehat{ABC} = 60°$

7

8

TRACER tous les PARALLELOGRAMMES pour lesquels les TROIS points A, B et C sont des sommets.



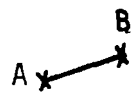
TRACER trois RECTANGLES admettant le segment [MN] pour diagonale.

9

10

TRACER un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires et qui ne soit pas un losange.

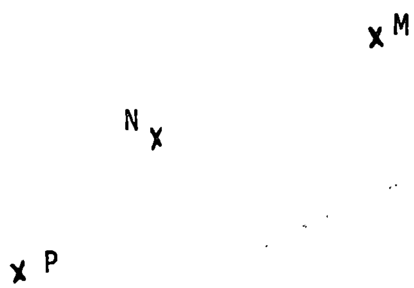
PLACER le point C tel que B soit le milieu de [AC]
PLACER le point D tel que C soit le milieu de [BD]
PLACER le point E tel que A soit le milieu de [DE]
PLACER le point M milieu du segment [BE] .



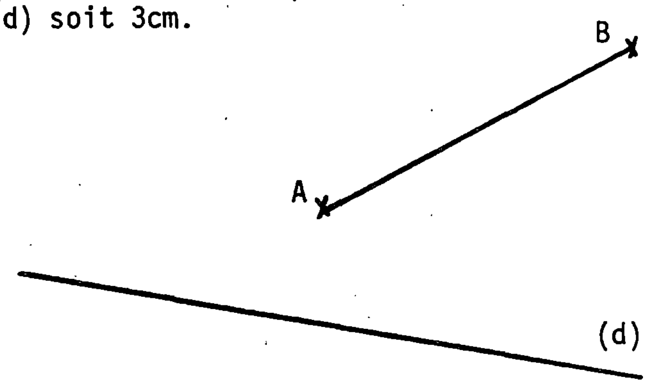
11

12

TRACER la médiatrice du segment [MN] , puis placer le point P' tel que la droite (MN) soit la médiatrice du segment [PP'].



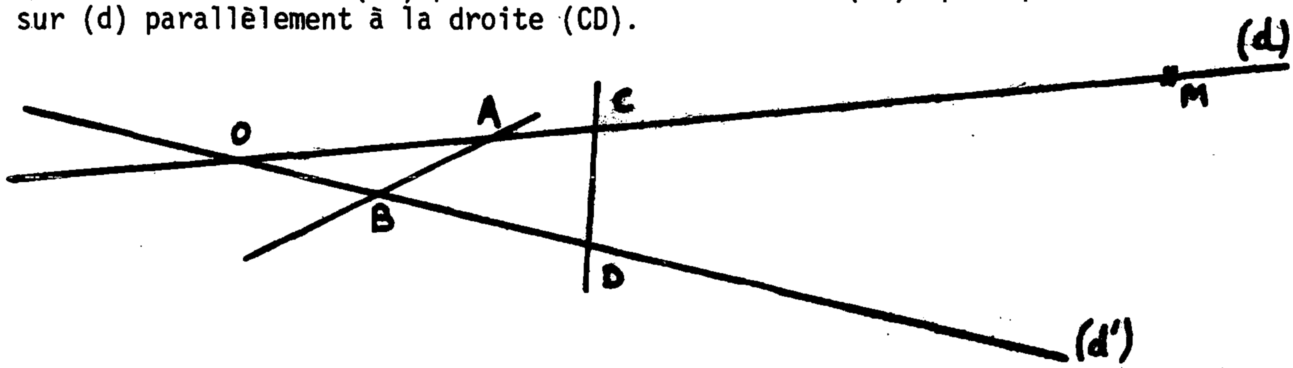
PLACER un point M sur le segment [AB] tel que la distance du point M à la droite (d) soit 3cm.



13

14

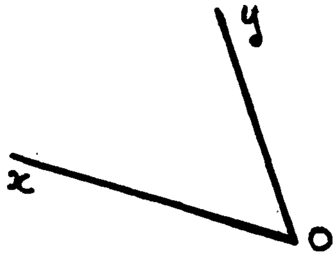
PROJETER M en M' sur (d') parallèlement à la droite (AB), puis projeter M' en M" sur (d) parallèlement à la droite (CD).



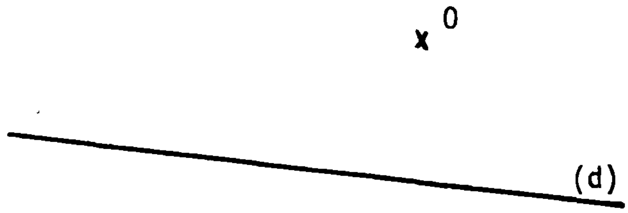
15

TRACER la BISSECTRICE de l'angle $\widehat{xOy}$

TRACER ensuite la demi-droite [Oz) telle que [Oy) soit la bissectrice de l'angle xOz.



TRACER un cercle de centre O tangent à la droite (d).



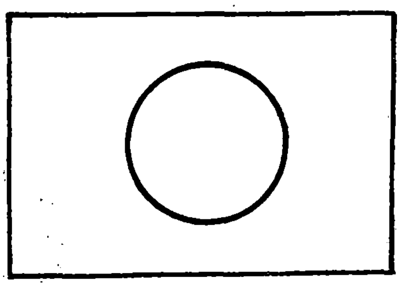
16

17

COLORER EN ROUGE l'ensemble des points situés à l'intérieur du rectangle et d'où l'on peut mener deux tangentes au cercle.

COLORER EN BLEU l'ensemble des points situés à l'intérieur du rectangle et d'où l'on ne peut mener qu'une tangent au cercle.

COLORER EN VERT l'ensemble des points situés à l'intérieur du rectangle et d'où il n'est pas possible de mener une tangente au cercle.



18

Deux carrés sont tels que leurs côtés se coupent en DEUX points (c'est-à-dire que deux des points de l'un sont aussi des points de l'autre). TRACER trois cas de figures différentes.

Soit un carré ABCD et un rectangle MNPQ dont les côtés ont quatre points communs. Après lecture de cet énoncé, on peut affirmer :

- Les droites (AB) et (CD) sont parallèles | OUI | NON |
- Le centre du carré est intérieur au rectangle | OUI | NON |
- Les points M, N, P et Q sont extérieurs au carré | OUI | NON |
- Les côtés du rectangle sont parallèles aux côtés du carré | OUI | NON |
- Les segments [MN] et [PQ] ont même longueur | OUI | NON |

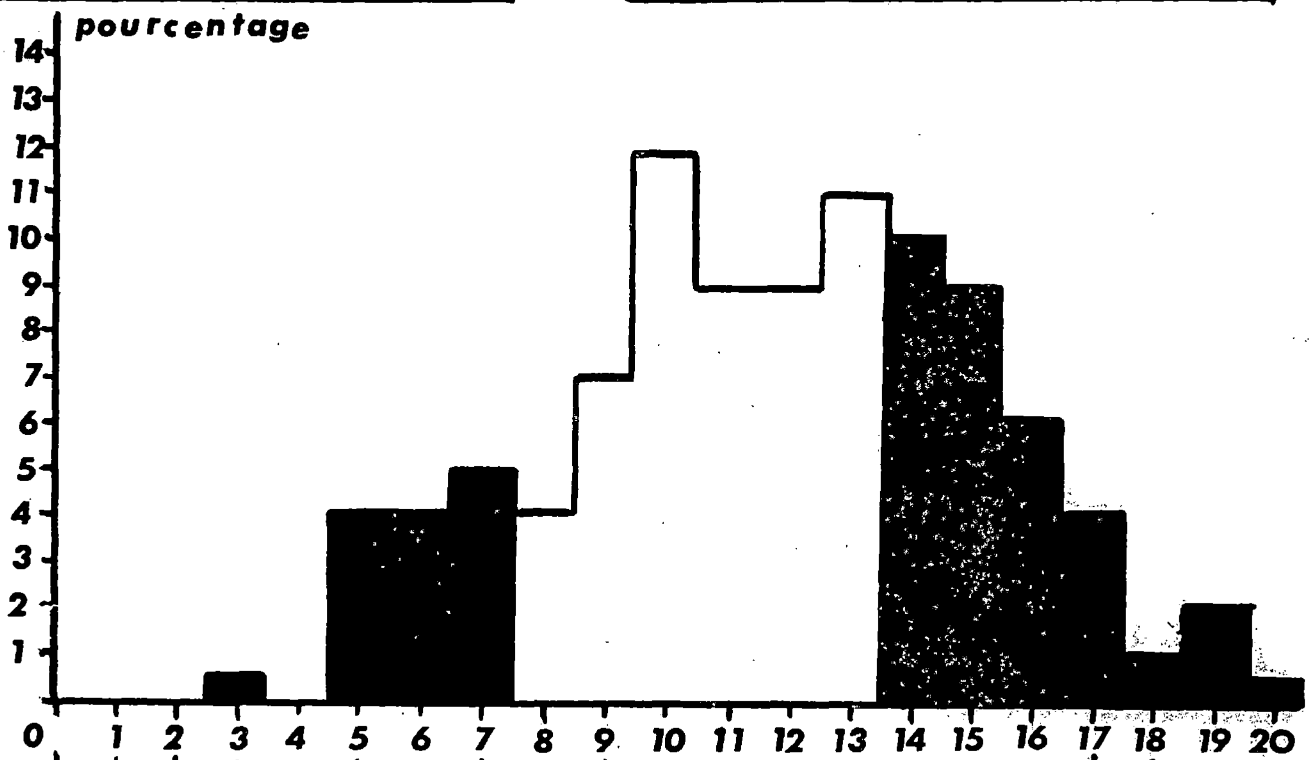
19

20

ETALONNAGE du TEST 4 D

effectif : 201 élèves

score moyen : 11,7 / 20



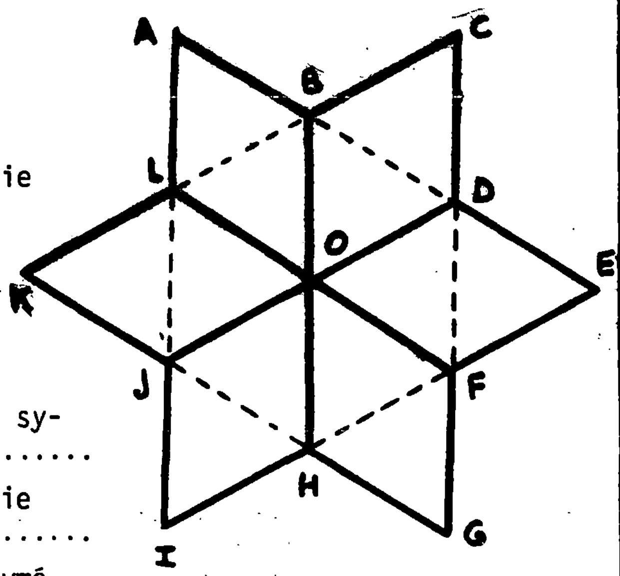
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
pourcentage	0	0	0	0,5	0	4	4	5	4	7	12	9	9	11	10	9	6	4	1	2	0,5
% cumulés	0	0	0	0,5	0,5	4	9	14	19	26	38	47	56	67	77	86	92	96	97	99	100
	14%								53%						33%						
diagnostic proposé	échec								maîtrise insuffisante						réussite						

réussite item par item																				
item n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
% réussite	91	80	62	98	31	69	87	44	57	46	55	79	52	57	76	42	85	28	19	16

nom : _______________ classe : __________

La figure ci-contre est formée de TRIANGLES EQUILATERAUX.

Utiliser les propriétés de cette figure pour répondre aux questions suivantes :



Quelle est l'image du point L dans la symétrie de centre O ?..............................

Quelle est l'image du point A dans la symétrie de centre B ?................ 1

Quelle est l'image du segment [KL] dans la symétrie de centre J ?..................

Quelle est l'image de la droite (AL) dans la symétrie de centre O ?............................ 2

Quelle est l'image du point K dans la symétrie orthogonale d'axe (AG) ?..........................

Quelle est l'image du segment [LB] dans la symétrie orthogonale d'axe (IC) ?.................... 3

Quelle est l'image du point D dans la translation qui à A associe L ?............

Quelle est l'image du segment [AB] dans la translation qui à K associe H ? 4

Cette figure admet-elle un centre de symétrie ?........... Si oui, quel est-il ? 5

Cette figure admet-elle un ou plusieurs axes de symétrie ?.................... 6

Si oui, quels sont-ils ?..

On a découpé les définitions de la symétrie par rapport à un point, de la symétrie par rapport à une droite, de la translation, en petits morceaux de phrase, ensuite on a mélangé tous ces morceaux, puis on les a numérotés. ON a obtenu, après avoir éliminé les doubles :

1 - L'application qui a tout point M du plan

2 - Tel que O soit le milieu du segment [MM']

3 - On appelle symétrie

4 - On appelle translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

5 - Associe le point M'

6 - Orthogonale d'axe (d)

7 - Par rapport à un point O

8 - Tel que (d) soit la médiatrice du segment [MM']

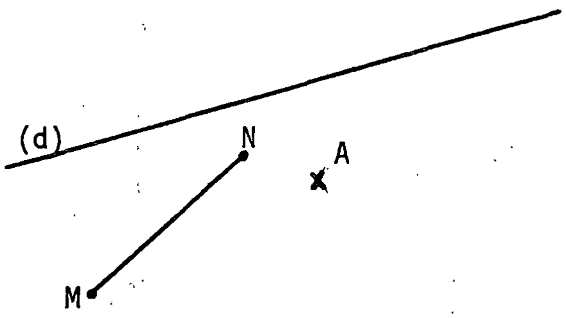
9 - Tel que ABM'M soit un parallélogramme

IL S'AGIT DE RECONSTITUER LES DEFINITIONS. Pour cela, il vous suffit d'écrire, DANS L'ORDRE, les numéros des morceaux de phrases utilisés.

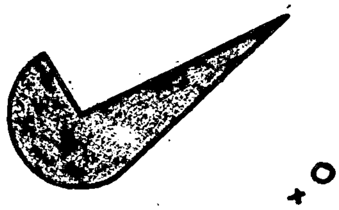
DEFINITION DE LA TRANSLATION		7
DEFINITION DE LA SYMETRIE CENTRALE		8
DEFINITION DE LA SYMETRIE ORTHOGONALE		9

TRACER, en ROUGE, l'image de la droite (d) dans la symétrie centrale de centre A.

TRACER en BLEU, l'image du segment [MN] dans la symétrie centrale de centre A.



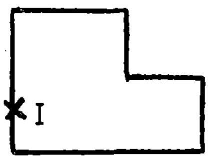
Construire l'image de la figure ci-dessous dans la symétrie de centre O.



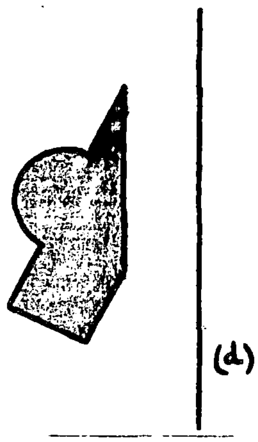
10

11

Compléter cette figure de façon à ce que le point I soit centre de symétrie de la figure obtenue.



Construire l'image de la figure ci-dessous dans la symétrie orthogonale d'axe (d).

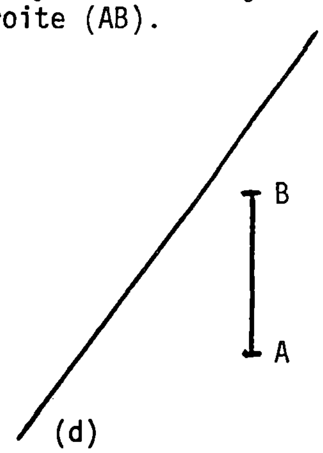


12

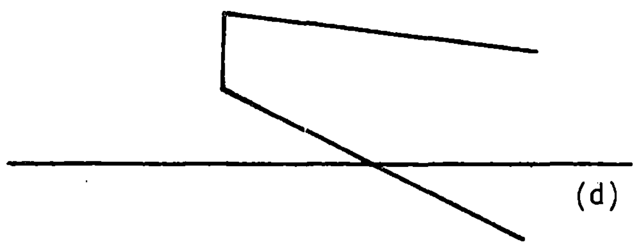
13

Construire l'image du segment [AB] dans la symétrie orthogonale par rapport à la droite (d).

Construire l'image de la droite (d) dans la symétrie orthogonale par rapport à la droite (AB).



COMPLETER cette figure de façon à ce que la droite (d) soit axe de symétrie orthogonale de la figure obtenue.

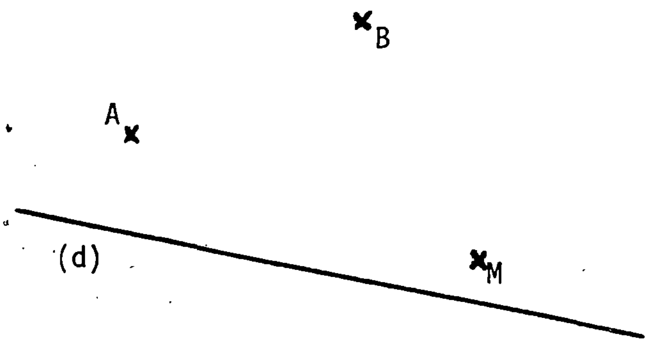


14

15

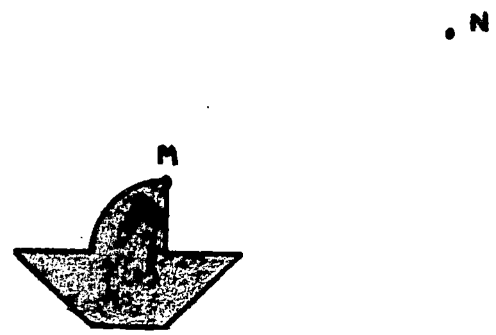
Construire l'image du point M dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Construire l'image de la droite (d) dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.



Construire l'image de la figure ci-dessous dans la translation de vecteur $\overrightarrow{MN}$.

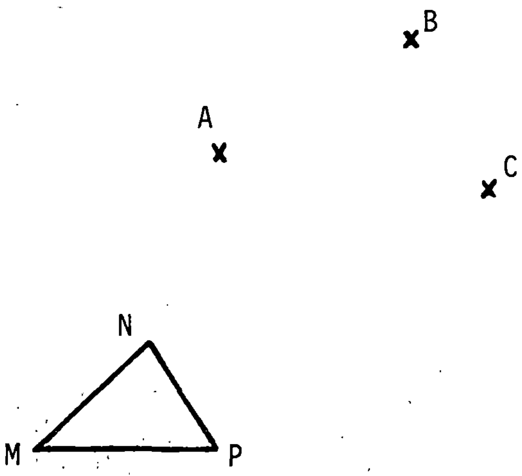
16



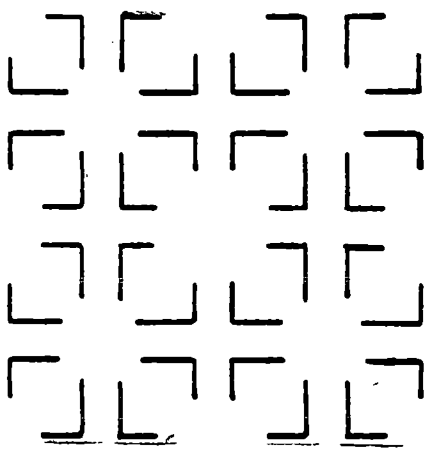
17

Soit t la transformation obtenue en COMPOSANT la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ et la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

CONSTRUIRE l'image du triangle MNP par cette transformation t.



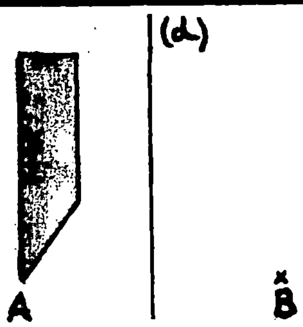
18



COLORER EN ROUGE la plus petite partie de cette figure qui permette de la reconstituer en entier en n'utilisant que des symétries ou des translations.

REPRODUIRE cette partie du dessin ci-dessous.

19



20

Soit s la symétrie orthogonale d'axe (d). Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

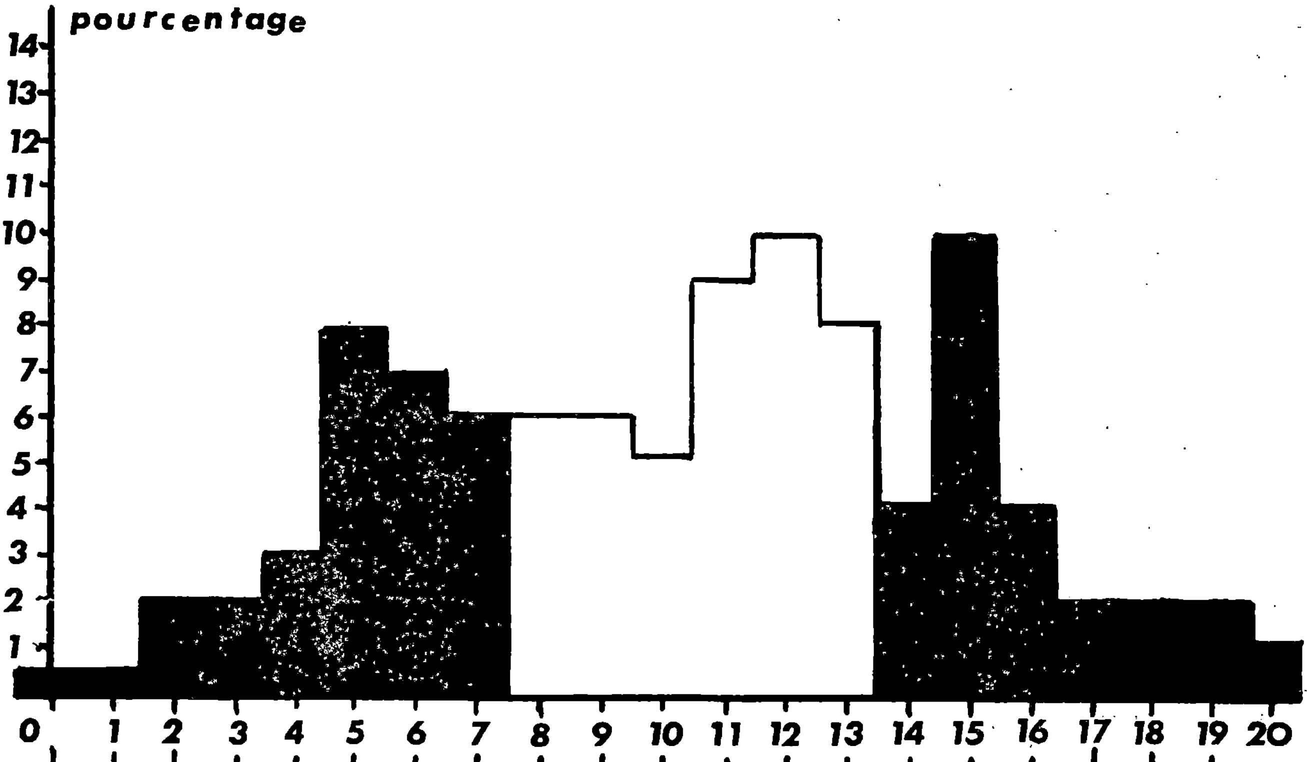
CONSTRUIRE l'image par s de la figure noire. On obtient ainsi une figure formée de deux "morceaux".

CONSTRUIRE l'image par t de cette nouvelle figure.
CONTINUER en faisant successivement s, puis t, puis s.

ETALONNAGE du TEST 4E

effectif : 170 élèves

score moyen : 10,3 / 20



pourcentage	0,5	0,5	2	2	3	8	7	6	6	6	5	9	10	8	4	10	4	2	2	2	1
% cumulés	0,5	1	3	5	9	17	24	30	36	43	48	57	67	75	79	89	93	95	97	99	100
	30%								45%						25%						
diagnostic proposé	échec								maîtrise insuffisante						réussite						

réussite item par item																				
item n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
% réussite	95	72	45	28	85	50	51	31	45	75	74	58	66	62	53	45	65	19	10	5

OBJECTIFS 4F et 3F : le RAISONNEMENT GEOMETRIQUE

INSTRUCTIONS OFFICIELLES

Le programme : Voir objectifs 4D - 4E auxquels il faut ajouter en 3ème :

- Propriété de Thalès.
- Propriété de Pythagore et sa réciproque.
- Symétries laissant globalement invariant : un cercle, la réunion de deux demi-droites de même origine, la réunion de deux droites.
- Exercices sur le triangle isocèle, le triangle équilatéral, le losange, le rectangle, le carré, les polygones réguliers.

Les instructions : Rôle de l'enseignement des mathématiques au collège :

....

On attend également de l'enseignement mathématique qu'il contribue pour une large part à la formation intellectuelle de l'élève de ce collège.

L'enseignement doit notamment :

....

Entraîner l'élève à la pensée déductive, l'inciter à la rigueur logique, lui apprendre à bâtir une chaîne de déductions, à déceler éventuellement une faille dans un raisonnement ; développer - de façon constructive - son esprit critique ; lui montrer par exemple les incertitudes que comporte une induction non contrôlée ;

....

Habituer l'élève à s'exprimer clairement, avec un vocabulaire simple mais dans un langage précis (décrire un objet mathématique, formuler une hypothèse, énoncer une définition ou une propriété, exposer une démonstration...) ;

....

Ainsi que le dit l'académie des Sciences :

"Toute la difficulté de l'enseignement de la géométrie dans les classes de Quatrième et de Troisième provient du fait qu'il faut partir de l'intuition acquise en Sixième et Cinquième par l'usage expérimental des instruments de dessin (règle graduée, équerre, compas, rapporteur) et, à partir de cette intuition, amener progressivement l'élève à raisonner et à manipuler consciemment les instruments pour lui faire acquérir peu à peu la notion de plan euclidien. (...). Il n'est pas question de donner à l'élève une présentation axiomatique de la géométrie. En revanche, il devra apprendre à faire de courts raisonnements, à partir de faits géométriques considérés comme évidents et donc admis comme vrais.
Dans cet apprentissage de la réflexion et de la méthode déductive, il importe que le maître observe strictement quelques règles.
Tout d'abord, les faits que l'on admet à un instant donné et qui vont servir de base au raisonnement doivent être clairement énoncés et ne prêter à aucune confusion dans l'esprit de l'élève. Ensuite le raisonnement doit être rigoureux, il ne doit jamais faire appel à des hypothèses non explicitement formulées et a fortiori doit se garder des cercles vicieux. Enfin il faut éviter qu'une propriété simple, qui est presque évidente aux yeux de l'enfant, soit déduite par le raisonnement d'une autre propriété moins évidente ou plus compliquée, car alors l'élève ne pourra pas comprendre quelle est la règle du jeu.

L'opérationnalisation de tels objectifs (formulés de façon très vague...) ne vas pas de soi.

Ce qui suit ne constitue qu'une tentative modeste et incomplète livrée à la critique des collègues.
Il conviendrait sans doute de reprendre ce travail en s'attachant davantage aux schémas de démonstration, aux difficultés liées aux raisonnements proprement dits, plutôt qu'aux concepts mis en oeuvre.

OBJECTIF 4 F

1) LES PREREQUIS

Nous considérons à priori que les prérequis relatifs au raisonnement géométrique sont d'une part la connaissance du vocabulaire et les savoir-faire concernant les constructions (objectifs 4D-4E), d'autre part la capacité à relier des arguments et à utiliser la structure "SI.... ALORS". Il est certain qu'une étude sérieuse serait nécessaire et il est possible que les prérequis réels soient différents selon les élèves.

2) SAVOIR MINIMUM

4 F1	L'élève sait reconnaître un parallélogramme dans un quadrilatère : - ayant ses côtés opposés parallèles. - ayant deux côtés opposés parallèles et de même longueur, dans le cas non croisé. - dont les diagonales se coupent en leur milieu. Il sait utiliser ces connaissances dans la résolution de problèmes simples.
4 F2	L'élève connaît le théorème concernant les milieux de deux côtés d'un triangle et sa réciproque. Il sait utiliser ces théorèmes dans la résolution de problèmes simples.
4 F3	L'élève connaît le théorème de conservation du milieu, par projection, ainsi que le théorème des parallèles équidistantes. Il sait utiliser ces théorèmes dans la résolution de problèmes simples.
4 F4	L'élève est capable de résoudre un problème dont l'énoncé utilise le langage des projections.
4 F5	L'élève est capable de résoudre un problème utilisant les notions suivantes : médiatrice d'un segment, triangle isocèle, losange, rectangle.
4 F6	L'élève est capable de résoudre un problème faisant explicitement appel à la translation.
4 F7	L'élève est capable de résoudre un problème faisant explicitement appel à la symétrie centrale.

4 F8	L'élève est capable de résoudre un problème faisant explicitement appel à la symétrie orthogonale.

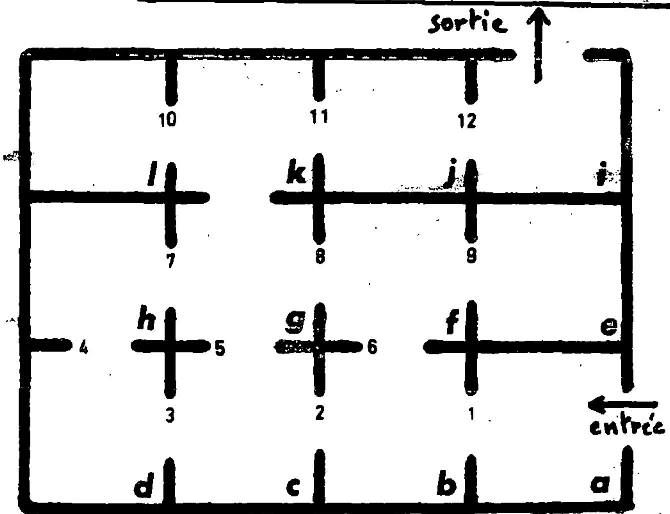
3) A P P R O F O N D I S S E M E N T

4 FR1	L'élève connaît le théorème des médianes d'un triangle et est capable de l'utiliser dans un problème simple.

PREREQUIS

4 F	**réussite**	↑	↗	**échec**	→	↘	↓	**nom :**	**date :**

Tolérance : 0 ***erreur***	***Temps :*** 10 ***minutes***



VOICI LE PLAN D'UN LABYRINTHE.

PAUL a traversé ce labyrinthe, de l'entrée à la sortie, sans passer deux fois par la même pièce.

Parmi les affirmations ci-dessous, certaines sont VRAIES, d'autres sont FAUSSES, mais pour certaines on ne peut pas savoir si elles sont vraies ou fausses.

Les lettres minuscules désignent les pièces du labyrinthe, les nombres sont les numéros des portes.

A la suite de chacune des phrases écrire VRAI, FAUX ou ON NE SAIT PAS.

PAUL est passé dans la pièce f	PAUL est passé dans la pièce h
PAUL est passé dans la pièce l	PAUL est passé dans la pièce g
SI Paul est passé dans la pièce c, ALORS il est passé dans la pièce d	
SI Paul est passé dans la pièce h, ALORS il est passé dans la pièce d	

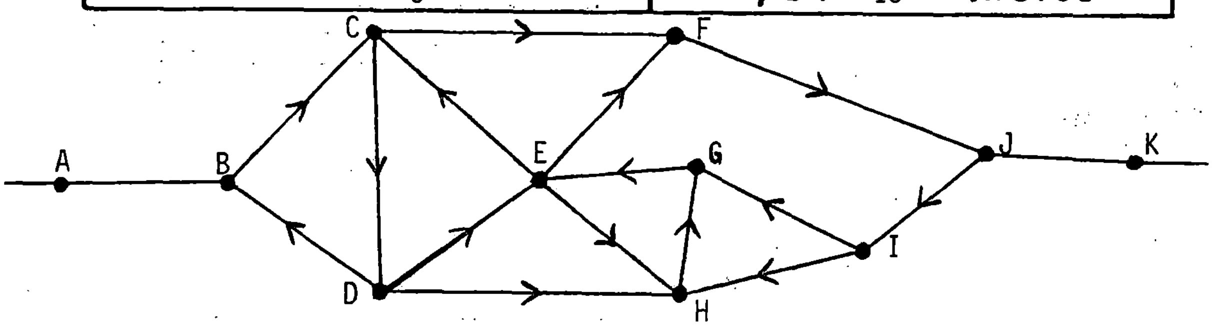
Combien existe-t-il de chemins traversant ce labyrinthe et ne passant pas deux fois dans la même pièce. ____________

Il suffit de fermer l'une des portes pour qu'il ne reste plus qu'un seul chemin possible. Quel est le numéro de cette porte ?

~~PREREQUIS~~

4F Bis	**réussite**	↑	↗	**échec**	→	↘	↓	**nom :**	**date :**

Tolérance : 0 ***erreur***	***Temps :*** 10 ***minutes***



Voici un plan. Il y a des sens interdits, les flèches indiquent les SENS OBLIGATOIRES. On note A-B-C-D le chemin partant de A qui passe par B, par C, et qui se termine en D. Il y a des chemins possibles, d'autres qui ne le sont pas.

A-B-C-E-F-J-K est-il un chemin possible ?	OUI	NON	JE NE SAIS PAS
A-B-C-D-E-F-J-K est-il un chemin possible ?	OUI	NON	JE NE SAIS PAS

Sylvie est entrée dans la ville venant de A, elle en est sortie par K, sans jamais prendre de sens interdit et sans passer deux fois au même endroit.

Compléter ce qui suit (en entourant la réponse qui convient).

Sylvie est passée par C	VRAI	FAUX	On ne sait pas
Sylvie est passée par I	VRAI	FAUX	On ne sait pas
Sylvie est passée par E	VRAI	FAUX	On ne sait pas
SI Sylvie est passée par E elle est aussi passée par D	VRAI	FAUX	On ne sait pas
SI Sylvie est passée par E elle est aussi passée par H	VRAI	FAUX	On ne sait pas

4 F1	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 4/5	Temps : 25 minutes

Travail à faire sur copie.

Faire une figure, écrire les hypothèses et rédiger les démonstrations (tous les résultats doivent être démontrés).

Soit un parallèlogramme ABCD.

Soient M, N, P, Q les milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD] et [DA].

1° Quelle est la nature du quadrilatère ANCQ ?

2° Quelle est la nature du quadrilatère AMCP ?

3° Démontrer que les segments [AC], [MP] et [NQ] ont même milieu.

4° En déduire la nature du quadrilatère MNPQ.

5° Les droites (QM), (AN), (MC), (NP), (CQ) et (PA) déterminent un hèxagone. Cet hèxagone a une particularité. Laquelle ? Démontrez.

4 F2	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :

Tolérance : 1 erreur	Temps : 10 minutes

Trois points A, B, C sont tels que :

AB = 17 000

AC = 12 000

BC = 20 000

Soit M le milieu du segment [AB].

Soit N le milieu du segment [AC].

BROUILLON ET FIGURE

Que pouvez-vous dire de la droite MN ? ....

et du segment [MN] ? quelle est sa longueur ? ....

La droite parallèle à AC passant par M coupe la droite BC en P.

Quelle est la distance BP ? (longueur du segment [BP])........................

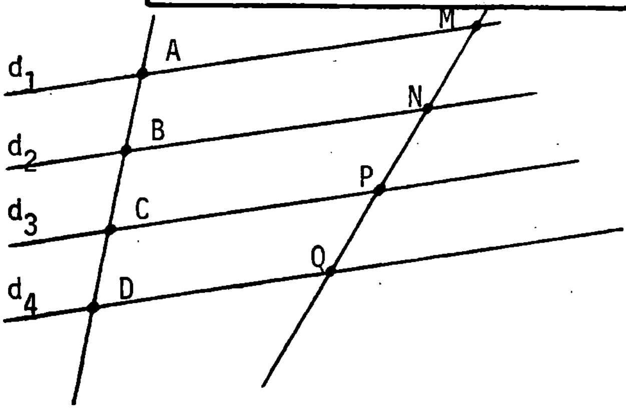
ENONCEZ LES THEOREMES QUE VOUS VENEZ D'UTILISER.

....

....

....

4 F3	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :
	Tolérance : 0 erreur				Temps : 10 minutes				



Soient d_1, d_2, d_3, d_4 des droites parallèles. Les points A,B,C,D,M,N,P,Q, étant placés comme il est indiqué sur la figure, on suppose que :

AB = CD ; NP = PQ.

Comparer les longueurs des segments [AB] et [BC] :

- -

Comparer les longueurs des segments [MN] et [NP] :

- -

La parallèle à la droite (AB) passant par N coupe d_3 en N', et la parallèle à (AB) passant par Q coupe d_3 en Q'. Comparer les longueurs des segments [PN'] et [PQ'].

- -

Enoncez le théorème que vous avez utilisé.

- -

- -

- -

Sur la figure ci-dessus, pouvez-vous placer trois points ALIGNES, R,S et T tels que :

$R \in d_1$; $S \in d_2$; $T \in d_3$; et tels que : RS < ST ?

OUI	NON	Je Ne Sais Pas

Si oui, faites-le.

4 F4	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom :	date :
	Tolérance : 1 erreur				Temps : 15 minutes				

Problème à traiter sur copie.

Faire une figure, écrire les hypothèses et rédiger les démonstrations.

Soient (d_1) et (d_2) deux droites sécantes en O.

Soit un quadrilatère ABCD du plan.

Dans la projection sur (d_1), de direction (d_2), les points A,B,C et D se projettent respectivement en A',B',C',D' tels que :

A'B' = B'D' = D'C'.

Dans la projection sur (d_2), de direction (d_1), les points A,B,C et D se projettent respectivement en A",B",C",D" tels que :

A"D" = D"C" = C"B".

Soit M le milieu du segment [BD], N le milieu du segment [AC].

1° Quelles sont les projections de M et N dans les deux projections définies ci-dessus ?

2° Comparer les directions de (MN) et de (d_2).

4 F5	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date:

Tolérance: 1 erreur.	Temps: 20 minutes

Problème à traiter sur copie. Tous les résultats doivent être démontrés.

Soit un rectangle ABCD dont les diagonales se coupent en O.

La parallèle à (AC) passant par B coupe en M la parallèle à (BD) passant par A.

1) Quelle est la nature du quadrilatère AMBO ?
2) Démontrer que (MO) est la médiatrice de [DC] ; quelle est la nature du triangle DMC ?

Soit I le milieu de [DC] .

(MD) coupe (AC) en N ; (MC) coupe (BD) en P.

3) Quelle est la nature du quadrilatère MNIP ?

4 F6	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date:

Tolérance: erreurs	Temps: minutes

Problème à rédiger sur copie. Tous les résultats doivent être démontrés.

Soit ABC un triangle et M un point du plan.

On appelle t la translation qui à A associe M.

Soient P l'image de B par t et O_2 l'image de C.

1) Quelle est l'image par t de la médiatrice du segment [AB].

2) Quelle est l'image par t du cercle circonscrit au triangle ABC.

4 FR1	**réussite**	↑	↗	**échec**	→	↘	↓	**nom :**	**date :**

Tolérance : 0 ***erreur***	***Temps :*** 15 ***minutes***

Problème à traiter sur copie. Tous les résultats doivent être démontrés.

Soit ABC un triangle quelconque, et soit AA', BB', CC', ses médianes. (A' est le milieu du segment BC, etc...). Soit G le point d'intersection des médianes AA' et BB'.

1) On suppose que la longueur de GC est égale à 2.
   Quelle est alors la longueur de CC' ?

2) On considère maintenant le triangle A'B'C'. Quel est le point de concours de ses médianes ?

	réussite	↑	↗	**échec**	→	↘	↓	**nom :**	**date :**

Tolérance : ***erreurs***	***Temps :*** ***minutes***

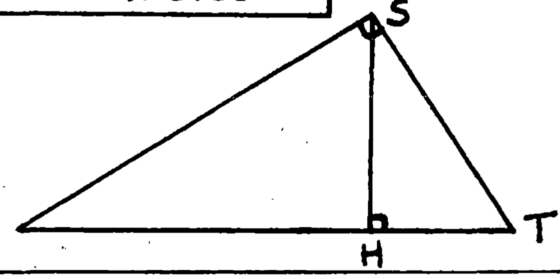
OBJECTIF 3F

3 F1	L'élève connaît le théorème de Pythagore et sa réciproque. Il est capable d'énoncer ces théorèmes et de les utiliser dans des cas numériques simples.
3 F2	L'élève connaît, sait énoncer et utiliser les théorèmes suivants : Dans un triangle ABC rectangle en A, soit AH la hauteur relative à l'hypotenuse, alors : * $\overline{AH}^2 = \overline{BH}.\overline{HC}$ * $\overline{BA}^2 = \overline{BH}.\overline{BC}$
3 F3	L'élève est capable d'utiliser le théorème de Pythagore pour résoudre un problème simple, dans une situation non numérique.
3 F4	L'élève connaît le théorème de Thalès, il sait l'énoncer sous une de ses formes et est capable de l'appliquer à la résolution de problèmes simples, dans des cas numériques.

3 F1	**réussite**	↑	↗	**échec**	→	↘	↓	**nom :**	**date :**

Tolérance : 1 **erreur** | **Temps :** 10 **minutes**

Pour répondre aux questions ci-dessous, il faudra se référer à la figure ci-contre où RST est un triangle rectangle en S, et où SH est la hauteur relative à l'hypoténuse.



<u>1er cas</u> : RH = 4 ; HT = 9.
Calculer SH.

<u>2e cas</u> : RH = 3 ; RT = 7.
Calculer RS.

<u>3e cas</u> : RS = 8 ; RH = 4.
Calculer RT.

<u>Enoncer les théorèmes que vous venez d'utiliser</u>.

---

3 F2	**réussite**	↑	↗	**échec**	→	↘	↓	**nom :**	**date :**

Tolérance : 1 **erreur** | **Temps :** 10 **minutes**

Soit un triangle ABC rectangle en A,
et tel que :

AB = 8 ; AC = 6.

Calculer BC.

Soit un triangle MNP rectangle en N,
et tel que :

MP = 15 ; NP = 9.

Calculer MN.

Soit un triangle dont les côtés ont pour longueurs : 3, 5, et 6 unités.

Ce triangle est-il rectangle ?

Enoncer le théorème de Pythagore.

Enoncer le théorème réciproque du théorème de pythagore.

3 F3	**réussite**	↑	↗	**échec**	→	↘	↓	**nom :**	**date :**

Tolérance : 0 *erreur*	*Temps :* 15 *minutes*

Problème à rédiger sur copie.

Soit ABC un triangle rectangle en A.
Soit AH la hauteur issue de A, elle coupe le côté BC en H.

- tracer le rectangle BHMN, extérieur au triangle ABC et tel que : BN = BC.
- tracer le carré ABPQ extérieur au triangle ABC.

Démontrer que le carré et le rectangle ont la même aire.

	réussite	↑	↗	**échec**	→	↘	↓	**nom :**	**date :**

Tolérance : *erreurs*	*Temps :* *minutes*

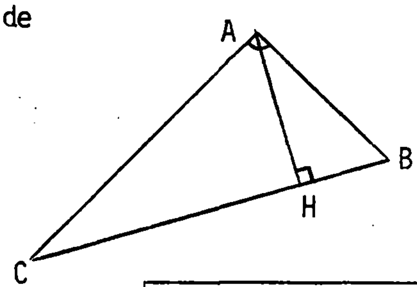
nom : _______________ **classe :** __________

Les parties 1, 2, 3, 4, 5 sont indépendantes, vous pouvez donc les traiter dans l'ordre qui vous convient le mieux. Les places laissées libres sont destinées à la rédaction des démonstrations. On ne tiendra compte des réponses que si elles sont accompagnées des démonstrations correspondantes.

1 - ABC est un triangle rectangle, A est le sommet de l'angle droit, (AH) est la hauteur passant par A.

On donne : | AC = 5 | HC = 4 |

ON DEMANDE DE CALCULER LES DISTANCES AH, BH et AB.

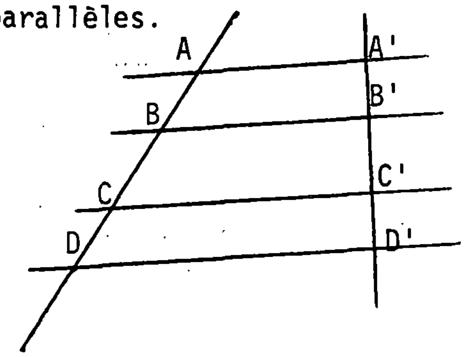


REPONSES	
AH =	1
BH =	2
AB =	3
	4

2 - Les droites (AA'), (BB'), (CC') et (DD') sont parallèles.
On donne de plus les distances suivantes :

AB = 5	CD = 3	A'B' = 4	B'C' = 6

a) CALCULER LES DISTANCES BC et C'D'.



REPONSES	
BC =	5
C'D' =	6

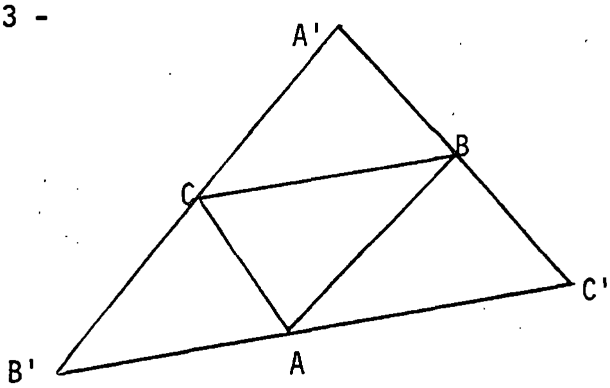
b) Soit M un point de la droite (AB) tel que : AM = 6
Soit N un point de la droite (A'B') tel que A'N = 5

Avec ces hypothèses, il y a plusieurs façons de placer la droite (MN) ; on dit qu'il y a plusieurs cas de figures.

COMBIEN IL-Y-A-T-IL DE CAS DE FIGURES ? 7

DANS L'UN DE CES CAS, EST-IL POSSIBLE que les droites (AA') et (MN) soient parallèles ? ....
.... 8

3 -



VOICI UN PROBLEME :

Les points A, B, C, A', B', C' étant disposés comme il est indiqué sur la figure, on sait de plus que :

- Les droites (AB) et (A'B') sont parallèles
- Les droites (BC) et (B'C') sont parallèles
- Les droites (AC) et (A'C') sont parallèles

Il s'agit de DEMONTRER QUE A est le milieu du segment [B'C']
Voici, DANS LE DESORDRE, les différents points d'une démonstration :

1 - BCB'A est un parallélogramme

2 - $\vec{AC'} = \vec{CB}$

3 - Les droites (AB) et (B'C) d'une part, (BC) et (B'A) d'autre part, sont parallèles

4 - A est le milieu du segment [B'C']

5 - BCAC' est un parallélogramme

6 - Les droites (CA) et (BC') d'une part, (BC) et (C'A) d'autre part, sont parallèles

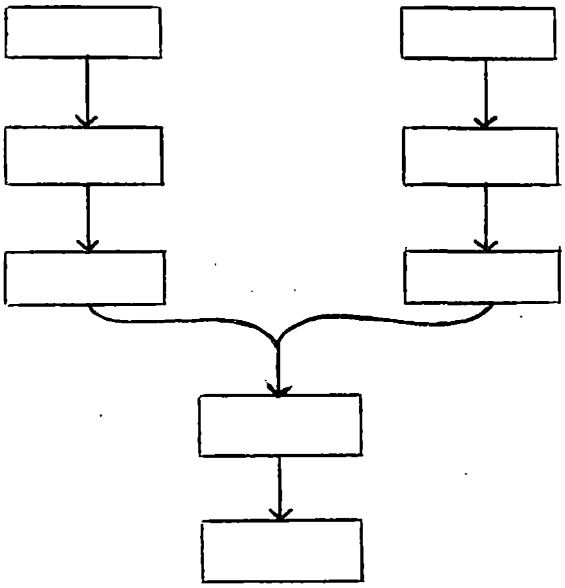
7 - $\vec{B'A} = \vec{CB}$

8 - $\vec{B'A} = \vec{AC'}$

a) Ecrire ci-dessous, en utilisant les numéros (de 1 à 8) l'ordre dans lequel on pourrait utiliser ces morceaux de phrases pour obtenir une démonstration correcte de ce problème.

....

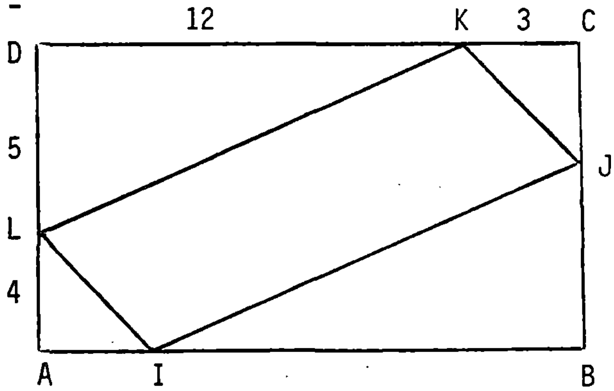
b) Reconstituer la démonstration en numérotant convenablement (de 1 à 8) les cases de l'organigramme ci-dessous.



9

10

4 -

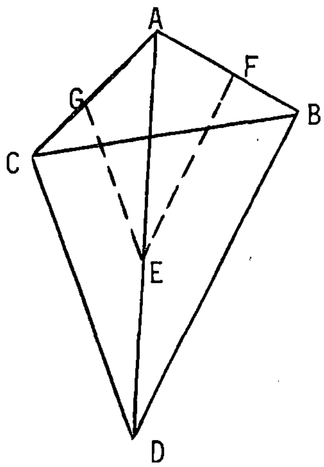


ABCD est un rectangle, IJKL est un parallélogramme.
Mesurées avec une certaine unité de longueur on a les distances indiquées sur la figure. 11

CALCULER LE PERIMETRE DU PARALLELOGRAMME IJKL. 12

(On pourra remarquer que ABCD et IJKL ont même centre de symétrie) 13

5 -



ABDC est un quadrilatère quelconque.

E est un point quelconque du segment AD.

(EG) est parallèle à (CD).
(EF) est parallèle à (BD).

DEMONTRER QUE (GF) est parallèle à (CB).

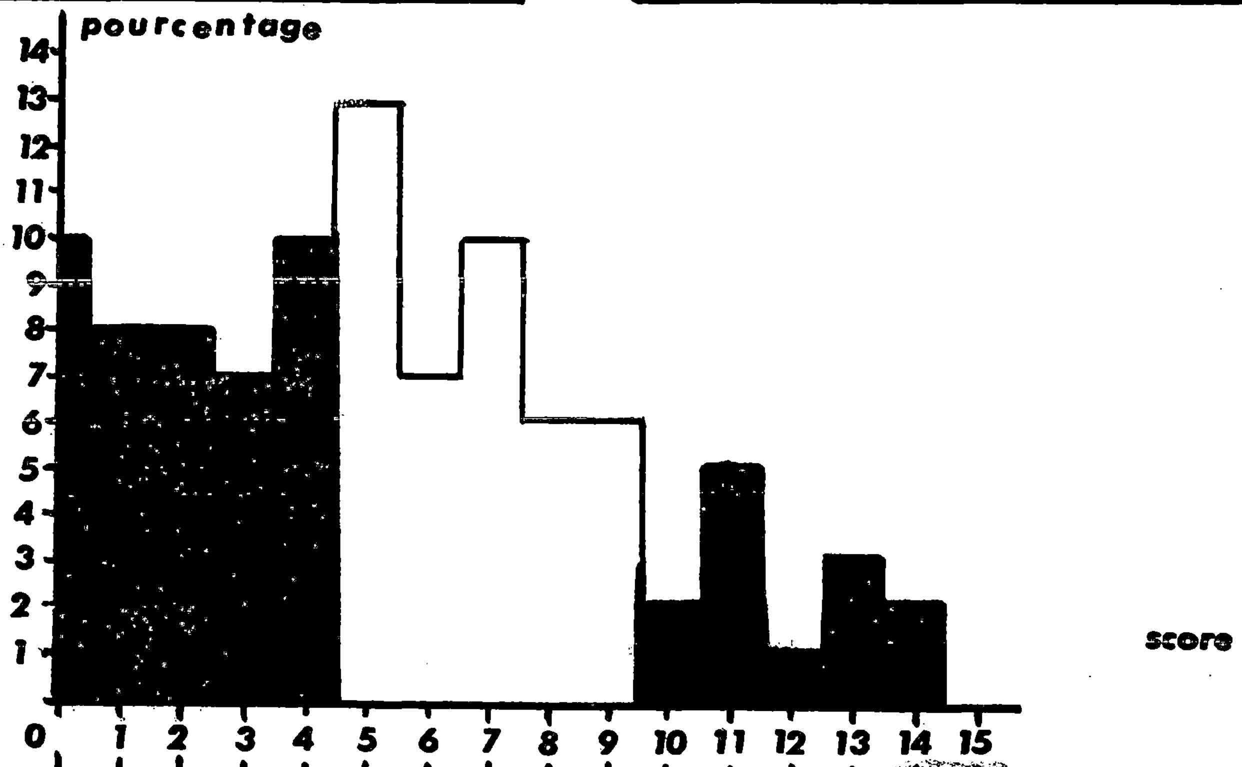
14

15

ETALONNAGE du TEST 3F

effectif : 86 élèves

score moyen : 5,3 / 15



score	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
pourcentage	10	8	8	7	10	13	7	10	6	6	2	5	1	3	2	0
% cumulés	10	18	27	34	44	57	64	74	80	86	88	93	94	98	100	100
	44%					42%					14%					
diagnostic proposé	échec					maîtrise insuffisante					réussite					

réussite item par item															
item n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
% réussite	72	41	37	24	35	28	13	13	33	37	65	60	52	10	7

Etalonnage donné à titre indicatif - Effectif insuffisant

OBJECTIF 4G : LE VECTORIEL

INSTRUCTIONS OFFICIELLES

Le programme : - Abscisse d'un point d'une droite dans un repère de cette droite ; notation $\overline{MN}$, relation de Chasles .
- Coordonnées d'un point dans un repère quelconque .
- .... Vecteur ; addition des vecteurs .

Les commentaires - savoir minimum : Savoir additionner deux vecteurs .

1°) LES PREREQUIS

- Pratique du calcul sur les réels .
- L'élève connait et sait utiliser le vocabulaire suivant : point , droite , plan , demi-droite , segment de droite , milieu . Il est capable de distinguer , éventuellement après rappel des notations utilisées , les écritures où figurent deux points :

  (AB) ; (A , B) ; [AB] ; [AB) ; AB ; .....
- L'élève connaît une définition et les propriétés du parallélogramme .
- Il connaît et sait utiliser la projection sur une droite dans une direction donnée et en particulier la projection orthogonale .

2°) SAVOIR MINIMUM

LA DROITE

4 G1	L'élève connaît et sait utiliser le vocabulaire suivant : repère d'une droite , abscisse d'un point dans un repère , origine du repère . IL est capable de graduer une droite connaissant l'origine et le point unité . Il sait placer un point d'abscisse donnée sur une droite graduée et , réciproquement donner l'abscisse d'un point marqué sur cette droite . Pour ce type d'exercice , il est capable de changer de repère .
4 G2	L'élève connaît la notation $\overline{AB}$ et est capable d'exprimer et de calculer la mesure algébrique d'un bipoint dont les abscisses des extrémités sont connues . Dans les mêmes conditions , il sait exprimer et calculer la distance de deux points et connaît au moins l'une des notations : AB , d(A,B).
4 G3	L'élève connaît la relation de Chasles et sait l'utiliser pour transformer simplifier des écritures dans lesquelles figurent des mesures algébriques.
4 G4	L'élève sait calculer l'abscisse du milieu d'un segment connaissant les abscisses de ses extrémités . Il est capable de trouver l'abcisse d'un point B connaissant l'abscisse d'un point A et celle du milieu M du segment [AB].

LE PLAN

4 G5	L'élève connaît et sait utiliser le vocabulaire suivant : abscisse , ordonnée , coordonnées d'un point dans un repère donné . Il sait placer un point de coordonnées données dans un plan repéré ,il sait de même lire les coordonnées d'un point donné d'un tel plan .

VECTEURS

4 G6	L'élève connaît et sait utiliser le vocabulaire suivant : bipoint , bipoints équipollents , ainsi que la notation (A , B) . Il est capable de reconnaitre et de construire des bipoints équipollents en utilisant les noeuds d'un quadrillage . Sans quadrillage , il peut reconnaitre des bipoints équipollents dans une figure géométrique mettant en jeu des parallélogrammes . Il sait construire un bipoint équipollent à un bipoint donné , connaissant l'un des deux points .
4 G7	L'élève connaît la notation $\vec{AB}$ et sait l'utiliser pour désigner un vecteur dont (A , B) est un représentant parmi d'autres . Une situation géométrique étant donnée , mettant en jeu des parallélogrammes , l'élève saura traduire l'énoncé en utilisant la notation vectorielle . En particulier , il saura écrire sous forme vectorielle : M est le milieu de AB .
4 G8	L'élève sait représenter et exprimer la somme de deux ou plusieurs vecteurs représentés par des bipoints .
4 G9	L'élève sait écrire la relation de Chasles pour les vecteurs et sait l'utiliser pour simplifier des écritures vectorielles .

3°) O B J E C T I F S d' A P P R O F O N D I S S E M E N T

4 GR1	Dans le cas où la figure n'est pas donnée , étant donné des points A , B , C d'abscisses données ,dans un repère (O,I) donné , l'élève est capable d'en déduire l'abscisse de A dans le repère (A,B) ....
4 GR2	L'élève sait calculer les coordonnées du milieu d'un segment connaissant les coordonnées de ses extrémités,Il peut utiliser cette capacité pour étudier la nature d'un quadrilatère dont on connaît les coordonnées des sommets .
4 GR3	L'élève est capable de résoudre des équations dans lesquelles interviennent des mesures algébriques .
.....	à compléter ...

OBJECTIF 4G

Cette famille d'objectifs : mesure algébrique et vecteurs en quatrième , n'opérationnalise qu'une partie des objectifs que l'on pourrait classer sous cette rubrique . Il manque au moins :

- rapport entre vecteurs et translation , vecteurs et symétrie centrale, qui seront intégrés à 4E .
- Utilisation des vecteurs pour la démonstration en géométrie , qui interviendra dans 4F (le raisonnement en géométrie) .

Rappelons à ce propos que notre découpage en objectifs et micro-objectifs n'a rien à voir avec un programme linéaire d'exposition des notions .Il est clair que la maitrise de certains objectifs de 4G par exemple peuvent , et dans certains cas doivent , être poursuivis avant celle de certains objectifs de 4E ou 4F .

CONSIGNES pour la correction du test 4G

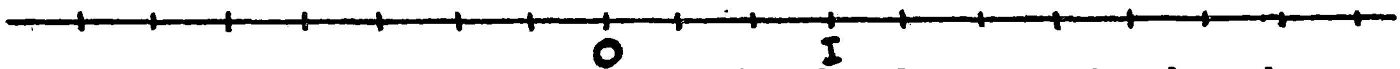
Les numéros des item n'ont pas toujours été placés bien en face des questions . Il convient de les lire dans le même ordre que les questions . Par exemple l'item 1 est : " Ecrire les nombres qui permettent ...."

L'item 14 correspond à : "placer les points P , Q et R tels que ...."

Les item 6 et 10 correspondent sur notre liste d'objectifs à des objectifs d'approfondissement . Nous les avons placés dans le test pour éprouver les limites des élèves . En fait, selon l'apprentissage préalable , ces questions peuvent faire appel à des automatismes et être alors très faciles , ou bien faire appel à la compréhension et à la traduction d'un langage dans un autre ainsi qu'au transfert de capacité et se révéler assez difficiles . Il serait souhaitable que les collègues expérimentateurs nous précisent sur la fiche de résultats dans quelle mesure ce type de questions a fait l'objet d'un apprentissage .

4 G1	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date:

Tolérance:	2 erreurs	Temps :	10 minutes



Sur la droite dessinée ci-dessus, où les points O et I sont marqués, placer les points :

A d'abscisse +3 dans le repère (O,I).

B d'abscisse -1 dans le repère (O,I).

C d'abscisse $+\frac{5}{3}$ dans le repère (O,I).

D d'abscisse $-\frac{5}{3}$ dans le repère (O,I).

Quelle est l'abscisse du point I dans le repère (D,B) ?	
Quelle est l'abscisse du point A dans le repère (I,O) ?	
Quelle est l'abscisse du point O dans le repère (C,D) ?	
Quelle est l'abscisse du point C dans le repère (D,I) ?	

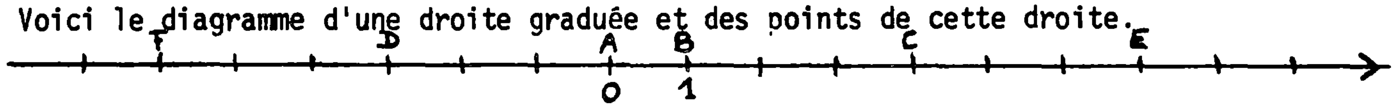
Soit M le point d'abscisse +1000 dans le repère (C,B).

Le point A appartient-il au segment [CM] ?	oui	non	je ne sais pas
Le point D appartient-il au segment [CM] ?	oui	non	je ne sais pas

4 G2	réussite	↑	↗	échec	→	↘	↓	nom:	date:

Tolérance:	2 erreurs	Temps :	10 minutes

Voici le diagramme d'une droite graduée et des points de cette droite.



On rappelle que $\overline{MN}$ désigne la mesure algébrique du bipoint (M,N), et que MN désigne la distance de M à N.

Compléter en donnant le détail des calculs :

$\overline{AE}$ =	$\overline{BD}$ =	$\overline{CD}$ =
$\overline{FA}$ =	$\overline{CB}$ =	$\overline{EF}$ =
$\overline{AB}$ =	$\overline{BA}$ =	$\overline{FE}$ =

En déduire :	AE =	BD =	CD =	FA =	EF =

Soit une droite munie d'un repère et soient les points M, N, P de cette droite dont les abscisses respectives dans ce repère sont : 3,5 ; -2,7 ; 5,8.

Compléter en donnant le détail des calculs :

$\overline{MN}$ =	$\overline{NP}$ =
$\overline{PM}$ =	$\overline{NM}$ =

4 G3	**réussite**	↑	↗	**échec**	→	↘	↓	**nom :**	**date :**

Tolérance : 2 ***erreurs***	***Temps :*** 10 ***minutes***

Etant donnée une droite munie d'un repère (O,I), on considère des points A, B, C, D, E, M de cette droite. M et N étant deux points de cette droite, $\overline{MN}$ désigne la mesure algébrique du bipoint (M,N) dans le repère (O,I).

Utiliser le théorème de Chasles pour écrire plus simplement chacune des sommes suivantes :

$\overline{AB} + \overline{BC}$	$\overline{DE} + \overline{ED}$
$\overline{BC} - \overline{BD}$	$\overline{ED} + \overline{DB} + \overline{BC} + \overline{CA} + \overline{AB}$
$\overline{EA} + \overline{EB} + \overline{CE} + \overline{AE}$	
$\overline{AB} + \overline{CB} - \overline{AD} - \overline{CD}$	

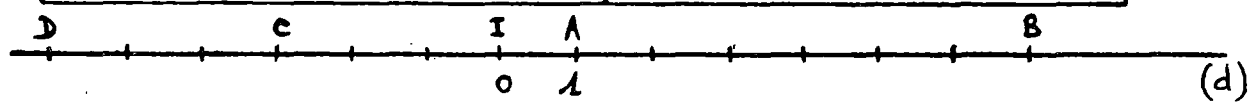
Démontrer l'égalité suivante : $\boxed{\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = 3.\overline{MB} + \overline{BA} + \overline{BC}}$

Que peut-on déduire si l'on sait que B est le milieu du segment [AC] ?

---

4 G4	**réussite**	↑	↗	**échec**	→	↘	↓	**nom :**	**date :**

Tolérance : 1 ***erreur***	***Temps :*** 10 ***minutes***



La droite (d) est munie du repère (I,A). Dans ce repère les points B,C et D ont pour abscisse respectives : (+7), (-3) et (-6).

- Quelle est l'abscisse du milieu du segment [BC]?............
- Quelle est l'abscisse du milieu du segment [AD]?............
- Quelle est l'abscisse du point E tel que B soit le milieu de [DE]?.........

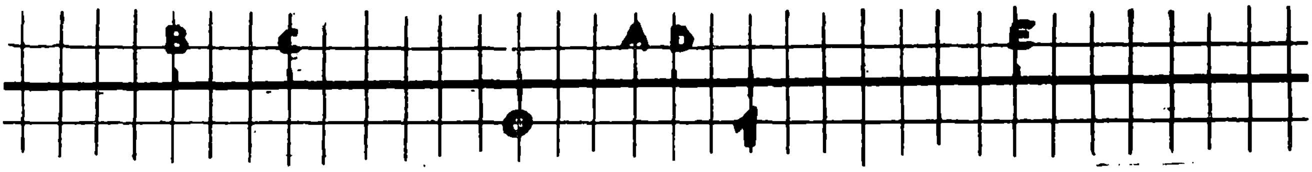
Une droite (l) est munie d'un repère (O,S). Dans ce repère, les points M, N et P ont pour abscisse respectives : (+3), $(+\frac{5}{3})$, $(-\frac{7}{2})$.

- Quelle est l'abscisse du milieu de [MN] ?.......
- Quelle est l'abscisse du milieu de [NP] ?. .....
- Quelle est l'abscisse du point Q tel que P soit le milieu de [NQ] ?......

I R E M de BESANCON | **TEST 4G**

nom :________________ **classe** :__________

Compléter la graduation suivante en plaçant tous les entiers possibles



1

Sur cette droite graduée le point A est repéré par le nombre 1/2.

Ecrire les nombres qui permettent de repérer les points B, C, D, E,

B(   ), C(   ), D(   ), E(   ). 2

(F, G) est le repère de cette graduation ; placer F et G.

Que représente F pour la graduation ? 3

Placer le point H tels que A et H aient des abscisses opposées.

Placer les points suivants : P(-2), Q($-\frac{4}{3}$), R($\frac{3}{2}$), S(3) 4

A, B et C sont trois points d'une droite graduée d'abscisses respectives :
7 ; -2 et - 8.

Calculer : $\overline{AB}$ = $\overline{BC}$ = $\overline{CA}$ = 5

Quelle est l'abscisse du point M de cette droite graduée vérifiant: $\overline{AM} + \overline{BM} + \overline{CM} = 0$

.... 6

A, B et C sont trois points d'une droite graduée d'abscisses respectives :
5, -3 et 7. Calculer les distances suivantes :

AB = ... BC = ... CA = ... 7

Quelles sont les abscisses des points M de cette droite graduée vérifiant

BM = CA ? 8

A, B, C et D désignant quatre points d'une droite graduée, écrire plus simplement :

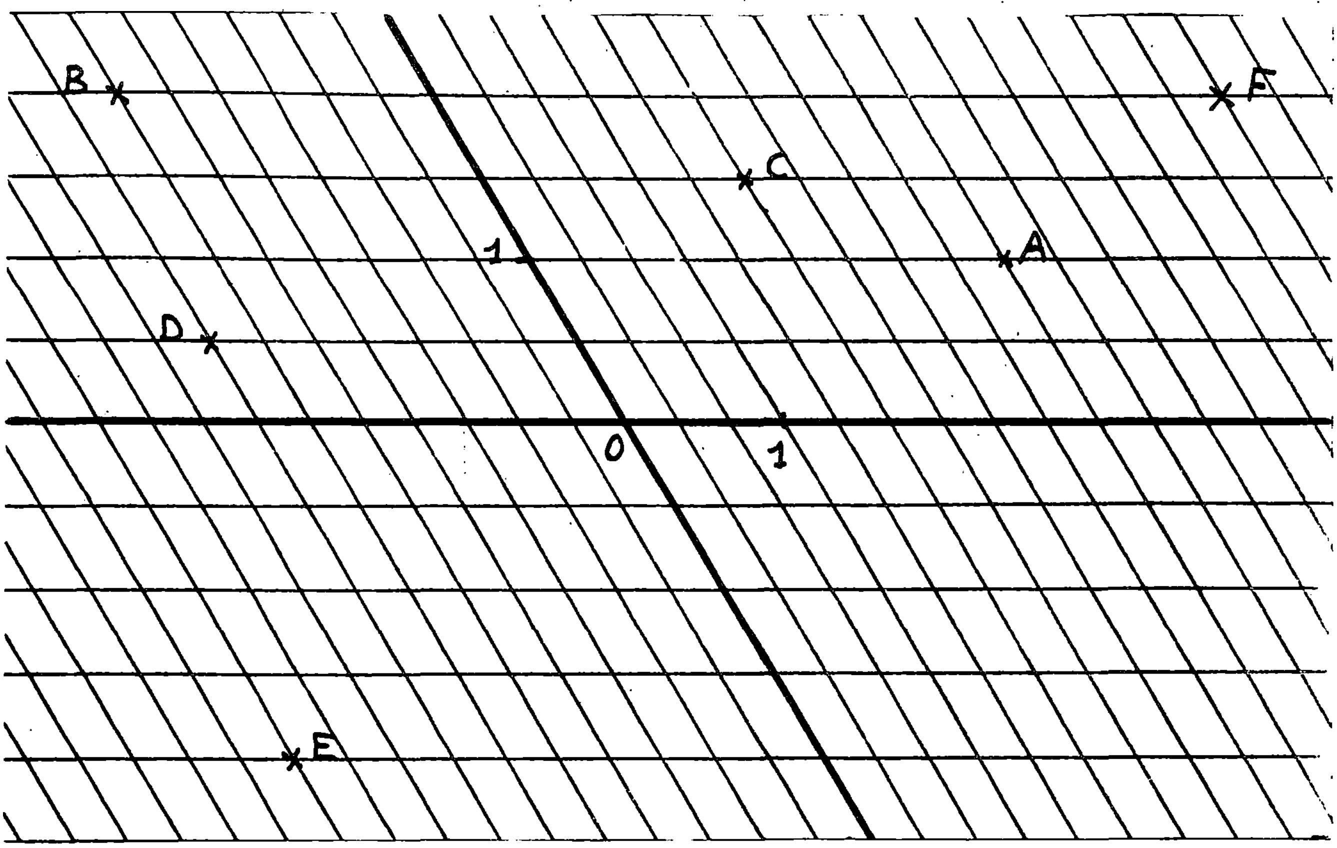
$\overline{AB} + \overline{CA} + \overline{BD} + \overline{AD} + \overline{DC}$ = ... 9

$\overline{AB} - \overline{DC} - \overline{CB} + \overline{CA}$ = ... 10

Quatre points A, B, C et D d'une droite graduée ont pour abscisses respectives
-14,3 ; -18 ; -12,3 ; 28.

L'abscisse du milieu de [BD] est : 11

L'abscisse du milieu de [AC] est : ....



Dans ce quadrillage le point A est repéré par le couple (3 ; 1).

Ecrire les couples permettant de repérer les points B, C, D, E, F ;

B(;), C(;), D(;), E(;), F(;) 12

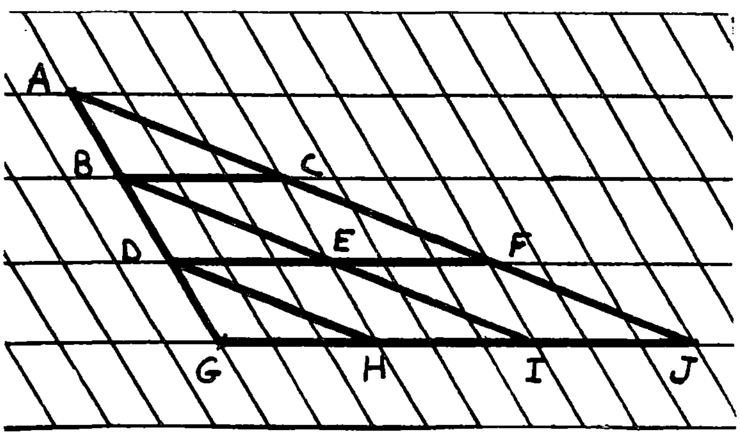
Placer sur ce quadrillage les points suivants :

G(-2 ; 0), H(0 ; -1), K(-2 ; -1), L(1 ; -2), M(-2 ; 1) 13

Placer le point P tel que A et P aient la même abscisse et des ordonnées opposées

Placer le point Q tel que A et Q aient la même ordonnée et des abscisses opposées 14

Placer le point R tel que A et R aient des coordonnées opposées.



Ecrire, en utilisant des points de la figure, 5 bipoints équipollents au bipoint (A, C) :

....

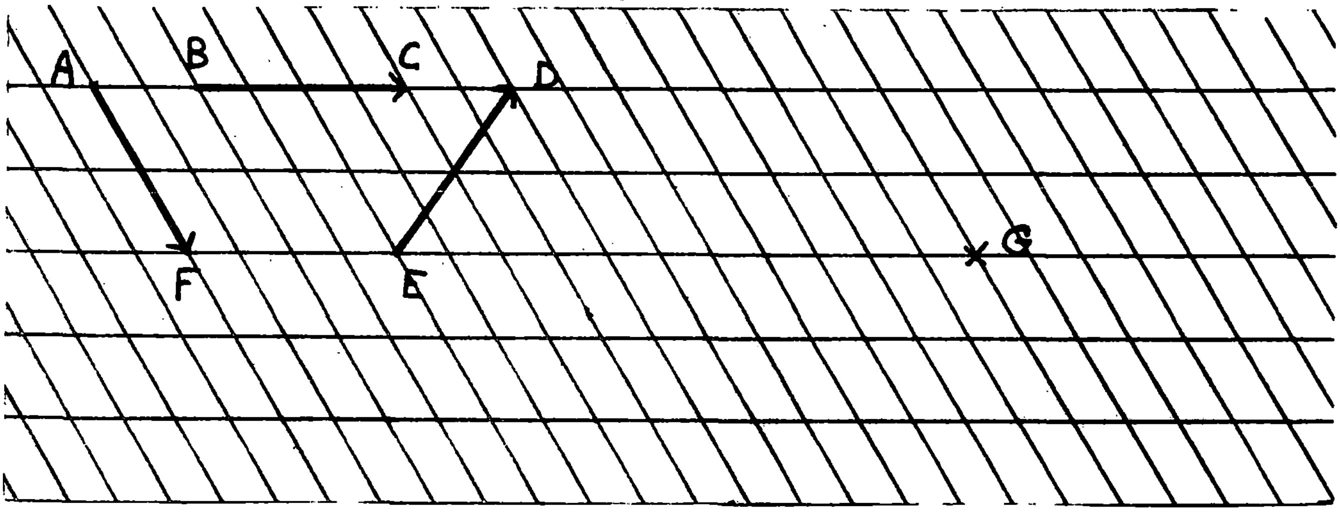
....

.... 15

....

Compléter, en utilisant des points de la figure :

$\overrightarrow{BC}$ = ... = ... = ... = ... = ... 16

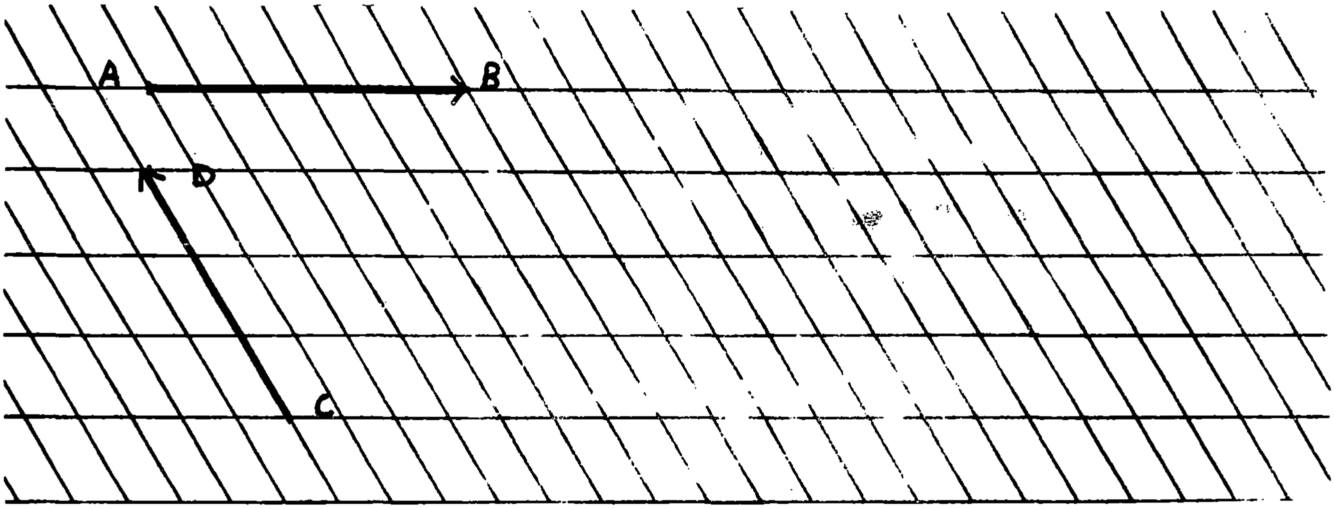


Placer les points I et J tels que (B, C) soit équipollent à (I, G) et (G, J)

Placer le point H tel que (A, F) soit équipollent à (G, H)

Placer le point K tel que (E, D) soit équipollent à (K, G)

17



Le bipoint (A, B) représente un vecteur $\vec{u}$

Le bipoint (C, D) représente un vecteur $\vec{v}$

Placer un bipoint (E, F) représentant le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$

18

Considérons un triangle A B C.

Compléter les égalités suivantes :

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \ldots\ldots$ $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \ldots\ldots$ $\overrightarrow{CA} = \ldots\ldots + \overrightarrow{BA}$

19

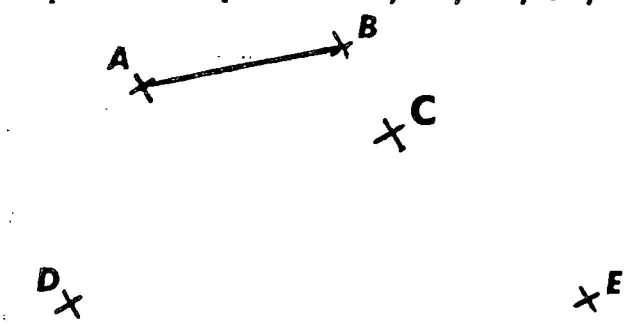
Soient A, B, C et D quatre points du plan.

Déterminer le point M du plan tel que : $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CD}$

20

nom : ________________ **classe :** ___________

Observer la figure ci-dessous , où sont déjà placés les points A , B , C , D , E , puis placer les points F , G , H , I , J , K vérifiant les conditions suivantes :



F est tel que : $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

G est tel que : $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. 1

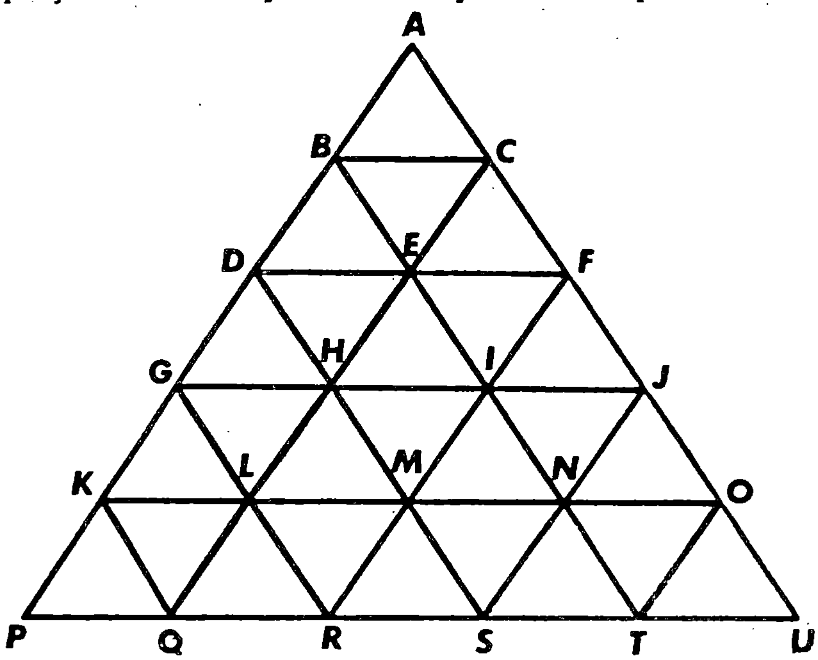
H est tel que : $\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{AB}$.

I est tel que : $\overrightarrow{EI} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$. 2

J est tel que : $\overrightarrow{DJ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE}$

K est tel que : $\overrightarrow{DK} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CE}$ 3

Dans la figure ci-dessous , les quadrilatères ACEB , DBEH , etc... sont des parallèlogrammes . On demande de compléter les égalités vectorielles en remplaçant dans chaque cas les pointillés par la lettre qui convient (A,B,C,etc..)



$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{M\ldots} = \overrightarrow{\ldots R}$

$\overrightarrow{LE} = \overrightarrow{R\ldots} = \overrightarrow{\ldots A}$ 4

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{A\ldots}$

$\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{EN} = \overrightarrow{A\ldots}$ 5

$\overrightarrow{KM} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{P\ldots}$

$\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{\ldots S}$ 6

Dans toute la suite , on suppose que le plan est muni d'un repère orthonormé .

On note A(a ; b) le point A dont les coordonnées dans ce repère sont a et b .

On note $\overrightarrow{V}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ le vecteur $\overrightarrow{V}$ dont les composantes dans ce repère sont a et b .

Soient les points A(2 ; 3) , B(5 , 7) et C(1 ; 1) .

a) Ecrire les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}$. 7

b) Calculer les coordonnées du milieu I de (A , B) . 8

c) Calculer les coordonnées du point M tel que : $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$. 9

d) Calculer les coordonnées du point P tel que : $\overrightarrow{BP} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{CA}$.

10

e) Calculer la distance AB .

11

f) Ecrire une équation de la droite (AB) .

12

Soient les vecteurs $\vec{U}\begin{pmatrix}6\\8\end{pmatrix}$ et $\vec{V}\begin{pmatrix}9\\x\end{pmatrix}$

a) Pour quelle valeur de x, $\vec{U}$ et $\vec{V}$ ont-ils même direction ?

13

b) Pour quelle valeur de x les vecteurs $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont-ils orthogonaux ?

14

Soit (d) la droite d'équation : $y = 3x + 4$.

a) Le point P(45 ; 130) appartient-il à cette droite ? Expliquer votre réponse .

15

b) Soit Q le point d'intersection de la droite (d) avec l'axe des abscisses . Calculer les coordonnées du point Q .

16

c) Pour quelle valeur de a le point de coordonnées (a ; 7) appartient-il à (d) ?

17

d) Quelle est l'équation de la droite parallèle à la droite (d) passant par le point R(0 ; 3) ?

18

e) Quelle est l'équation de la droite perpendiculaire à (d) passant par le point R(3 ; 0) ?

19

Soient les droites (e) et (f) d'équations respectives :

$2x + 3y - 4 = 0$ et $x - 5y + 3 = 0$

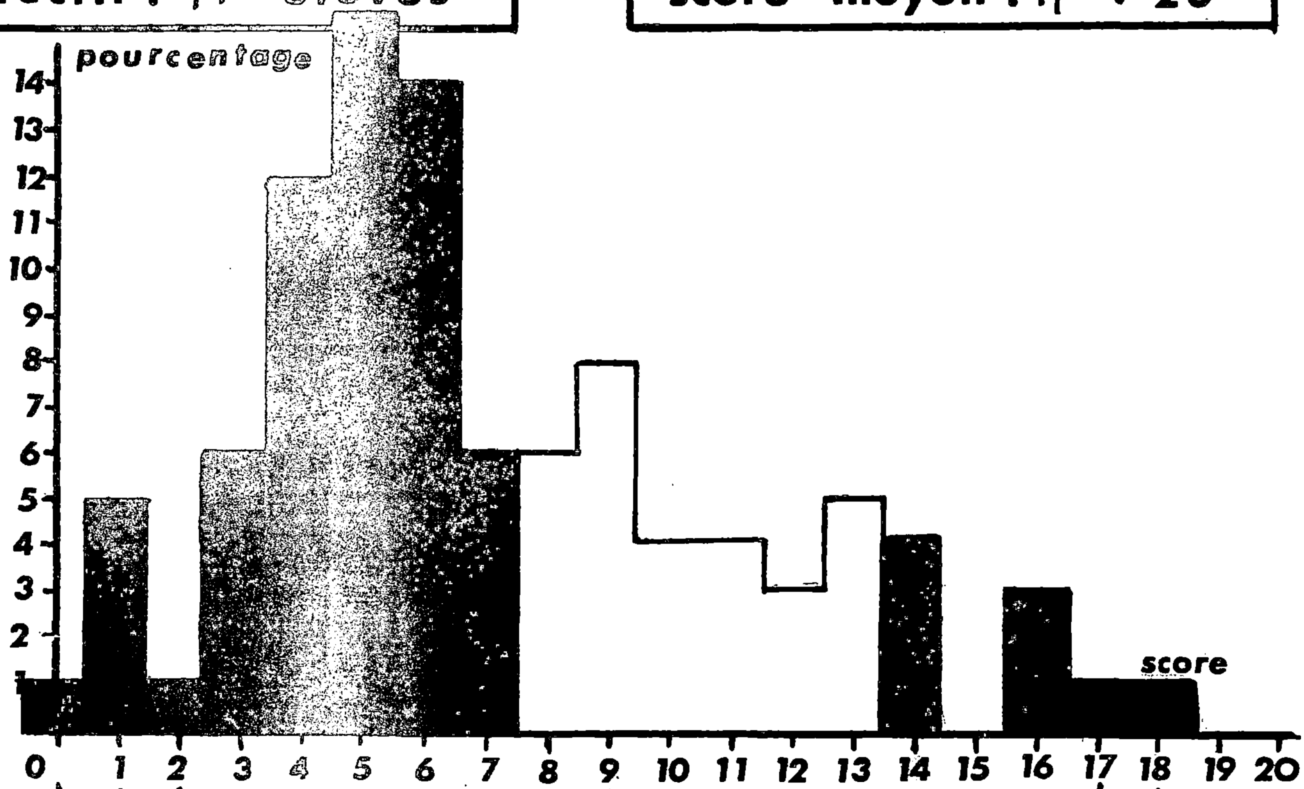
Calculer les coordonnées du point d'intersection de ces deux droites .

20

ETALONNAGE du TEST 3G

effectif : 77 élèves

score moyen : 7,05 / 20



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
pourcentage	1	5	1	6	12	16	14	6	6	8	4	4	3	5	4	0	3	1	1	0	0
% cumulés	1	6	7	13	25	41	55	61	67	75	79	83	86	91	95	95	98	99	100	100	100
	61%								30%						9%						
diagnostic proposé	échec								maîtrise insuffisante						réussite						

réussite item par item

item n°		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
% réussite	80	32	18	86	38	18	70	62	32	23	45	13	19	18	58	14	48	19	5	10

Etalonnage donné à titre indicatif - Effectif insuffisant

OBJECTIF V.E : VOCABULAIRE ET CONCEPTS ENSEMBLISTES OBJECTIFS TERMINAUX DU PREMIER CYCLE .

Nous avons longtemps hésité à proposer une présentation des objectifs concernant le vocabulaire et les concepts ensemblistes . Nous voulions éviter de retomber dans les pièges de l'inflation du vocabulaire et du formalisme que nous avons connu avec les programmes de 1968 . (Bien que ceux-ci ne soient sans doute pas en cause , les conseils de prudence et de modération abondaient dans les commentaires) . Les nouveaux programmes (1978 en sixième) ont été diversement interprétés , tant par les auteurs de manuels que par les enseignants . Il nous semble cependant possible de proposer des objectifs minimaux en termes d'objectifs du premier cycle . Il s'agit donc de savoir et de savoir-faire que tout élève devrait maîtriser à la fin de la scolarité obligatoire .

INSTRUCTIONS OFFICIELLES

Les Programmes :

CLASSE DE SIXIEME : Le langage des ensembles et les symboles $\in$, $\subset$, $\cap$, $\cup$, $\emptyset$, seront utilisés dans l'étude des différentes parties du programme ; ils n'ont pas à faire l'objet d'un apprentissage pour eux-mêmes .

CLASSE DE CINQUIEME : On se bornera à étudier :

1°) Application d'un ensemble dans un ensemble ; bijection .

2°) Exemples de partition d'un ensemble et de relation d'équivalence .

CLASSE DE QUATRIEME : Les notions suivantes :

Applications ; composition des applications ;
Bijection ; bijection réciproque ;
Partition d'un ensemble et relation d'équivalence ,

n'ont pas à faire l'objet d'un apprentissage pour elles mêmes : on les dégagera progressivement à partir des exemples qui se présenteront dans l'étude du programme .

CLASSE DE TROISIEME : RIEN

Les commentaires : savoir minimum à la fin de la seconde année des collèges :

Description d'une application , d'une bijection .
Relation d'équivalence et partition associée .
Toute généralité sur les questions précédentes est inutile ; la terminologie sera restreinte au minimum et introduite à propos d'exemples.

Pour l'opérationnalisation des objectifs nous serons amenés à utiliser des mots ou expressions qui bien que courants , ne figurent pas explicitement au programme (diagramme sagittal , diagramme cartésien , diagramme de Venn , produit cartésien ,etc...), mais dans les épreuves destinées aux élèves nous veillerons à n'utiliser que le vocabulaire minimum ; en effet notre but eST D'accéder au concept et non seulement à la terminologie .

S A V O I R   M I N I M U M

VE 1	L'élève sait lire et construire des diagrammes représentant des ensembles finis . Dans ce contexte , il sait lire et utiliser les symboles : $\in$, $\notin$, $\subset$, $\not\subset$ Il sait lire et écrire des ensembles finis sous la forme : $\{a , b , c , \ldots , e\}$ ou $\{x \in E \mid x$ vérifie la propriété $p\}$. Il connaît et sait utiliser les notations $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ pour désigner les divers ensembles de nombres .
VE 2	Dans le cas d'ensembles infinis , dénombrables ou non , l'élève manifeste les capacités décrites en VE 1 . Dans le cas particulier des intervalles de $\mathbb{R}$, l'élève connaît et sait utiliser les notations $[a ; b]$, $[a ; b[$, $]a ; b]$, $]a ; b[$.
VE 3	Dans le cas d'ensembles finis , l'élève connaît , distingue et sait utiliser les symboles $\cup$ et $\cap$. Il est capable de représenter sur un diagramme , la réunion ou l'intersection de deux ensembles . Il connaît et sait utiliser le symbole $\emptyset$.
VE 4	Dans le cas d'ensembles infinis , dénombrables ou non (en particulier intervalles de $\mathbb{R}$) , l'élève manifeste les capacités décrites en VE 3 .
VE 5	Une relation $\mathcal{R}$ d'un ensemble E vers un ensemble F étant donnée de façon concrète (représentation graphique ou"lien verbal"), l'élève sait reconnaître , distinguer et désigner les couples qui vérifient $\mathcal{R}$. Il sait produire des représentations de type sagittal ou cartésien . Dans le cas E = F , l'élève sait décider si $\mathcal{R}$ est ou n'est pas une relation d'équivalence . Pour cela , l'utilisation des mots : réfléxivité, symétrie , transitivité , n'est pas indispensable , encore moins l'écriture formalisée des propriétés correspondantes .
VE 6	L'élève connaît l'expression "partition d'un ensemble" et sait décider si un ensemble de parties de E forme ou non une partition de E . Il est capable de produire des partitions d'un ensemble donné .
VE 7	Une relation d'équivalence sur un ensemble E étant donnée , l'élève sait lui associer une partition de E . Réciproquement , une partition de E étant donnée , l'élève sait lui associer une relation d'équivalence sur E .

VE 8	Une application d'un ensemble E dans un ensemble F étant donnée , l'élève sait rechercher l'image d'un élément quelconque de E , il sait rechercher les antécédents d'un élément de F . Dans le cas discret , il sait écrire l'ensemble des couples $(x ; y)$ tels que : $y = f(x)$. Il connaît et sait utiliser cette dernière notation . Deux ensembles E et F étant donnés , l'élève est capable de produire au moins une application de E dans F .
VE 9	Dans le cadre défini par VE 8 , l'élève est capable de décider si f est ou n'est pas une bijection de E vers F . Dans le cas ou f est une bijection , il sait déterminer la bijection réciproque .
VE 10	Deux applications étant données, l'élève sait à quelle condition il est possible de les composer , et dans quel ordre . Si $f \circ g$ ou $f \circ f$ existe , il sait trouver $(f \circ g)(x)$ ou $(f \circ f)(x)$, x désignant soit la variable , soit une valeur particulière de cette variable .

nom : ________________ classe : ________________

Dans tout ce qui suit, E désigne l'ensemble des nombres entiers naturels inférieurs ou égal à 99. $E = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; .... ; 98 ; 99\}$

Soient A, B, C les parties suivantes de E :

$A = \{2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12\}$ $B = \{7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14\}$

$C = \{7 ; 9 ; 11\}$

COMPLETER les écritures ci-dessous en remplaçant les pointillés par l'un des symboles : $\in$, $\notin$, $\subset$, $\not\subset$.

13 .... A	13 .... B	75 .... E	1
$\{2 ; 4\}$...... A	$\{6 ; 7 ; 8\}$...... B	C ...... B	2
$\{8\}$...... A	$\emptyset$ C	$\{9\}$ ..... A	3

COMPLETER les écritures suivantes :

$A \cap B = \{$	$B \cap C =$	4
$A \cup C =$	$B \cup C =$	5
$A \cap C$	$B \cup E =$	6

Soit G_0 l'ensemble des éléments de E dont le chiffre des unités est 0.

COMPLETER : $G_0 = \{$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 7

de même, G_1 est l'ensemble des éléments de E dont le chiffre des unités est 1. G_2 est l'ensemble des éléments de E dont le chiffre des unités est 2. etc..., jusqu'à G_9.

On obtient ainsi une PARTITION de E en 10 classes.

Comment se note la classe de 14 ? ______ la classe de 26 ? ______ 8

Cette partition définit une RELATION D'EQUIVALENCE dans E.

ECRIRE trois nombres liés à 17 par cette relation d'équivalence. 9

Sur le diagramme de E ci-contre, ENTOURER soigneusement chacun des ensembles G_0, G_1, ..., G_9 et écrire leurs noms.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

E

10

Soit f l'application de G_3 dans G_6 qui a tout nombre x de G_3 associe le nombre $x + 3$.

Exemple : $f(23) = 23 + 3$, donc : $f(23) = 26$.

COMPLETER la représentation par flèches de f :

G_3 : x3 x13 x23 x33 x43 x53 x63 x73 x83 x93

f ↓

G_6 : x6 x16 x26 x36 x46 x56 x66 x76 x86 x96

11

f est-elle une BIJECTION ? Expliquer votre réponse .

12

Si f est une bijection , quelle est la bijection réciproque ?

13

Soit g l'application de G_6 dans G_1 qui à tout nombre x de G_6 associe le nombre $x - 5$. COMPLETER la représentation par tableau de g .

g	6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
1										
11										
21										
31										
41										
51										
61										
71										
81										
91										

14

f et g sont toujours les applications définies ci-dessus . On note g o f l'application obtenue en composant , dans l'ordre , f et g .

$$\begin{tikzcd} G_3 \arrow[r, "f"] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & G_6 \arrow[r, "g"] & G_1 \end{tikzcd}$$

COMPLETER :

(gof)(23) = | (gof)(83) = 15

fog existe-t-elle ? POURQUOI ? 16

Soit h l'application de E dans E qui à tout élément de E associe la somme de ses chiffres .Exemples : $h(34) = 3 + 4 = 7$; $h(5) = h(05) = 0 + 5 = 5$.

COMPLETER :	h(42) =	h(76) =	h(9) =

17

h est-elle une bijection de E ? Expliquer votre réponse .

18

Soit H l'ensemble des images des éléments de E par l'application h .

COMPLETER : H = { 19

Soit R la relation définie dans E par :

"pour tout couple (x , y) d'éléments de E , x R y équivaut à : $h(x) = h(y)$"

R est-elle une relation d'équivalence dans E ? ______________

Si OUI , combien de classes d'équivalence compte-t-elle ? ______________ 20

II - COMPLÉMENTS

NOUS AVONS REGROUPÉ DANS CETTE PARTIE QUELQUES DOCUMENTS QUI SE SITUENT PLUS OU MOINS EN MARGE DU TRAVAIL PRÉCEDENT.

1 - D'ABORD UNE ÉPREUVE PORTANT SUR LA CAPACITÉ DE L'ÉLÈVE À S'INVESTIR DANS UNE TÂCHE DONNÉE. IL NE S'AGIT PLUS D'ÉVALUER DES SAVOIR OU SAVOIR-FAIRE MAIS PLUTÔT L'INTÉRÊT, LA MOTIVATION ET L'APTITUDE À METTRE EN OEUVRE DES MÉTHODES. NOUS N'AVONS SANS DOUTE PAS ASSEZ TRAVAILLÉ DANS CETTE VOIE QUI NOUS SEMBLE COMPLÉMENTAIRE DE L'ÉVALUATION TELLE QUE NOUS LA PROPOSONS DANS LA PREMIÈRE PARTIE ET QUI PERMETTRAIT D'EN ATTÉNUER LES INCONVÉNIENTS. NOUS NE PUBLIONS DONC CETTE ÉPREUVE QUE POUR INDIQUER UNE PISTE POSSIBLE.

2 - ENSUITE UNE UTILISATION DE LA TAXONOMIE NLSMA POUR ANALYSER UNE ÉPREUVE DE BEPC ET EN PROPOSER UNE REFORMULATION PLUS COMPLÈTE MAIS AUSSI PLUS DIFFICILE. NOUS AVONS UTILISÉ L'ÉPREUVE REMANIÉE COMME <u>TEST RENFORCÉ</u>.

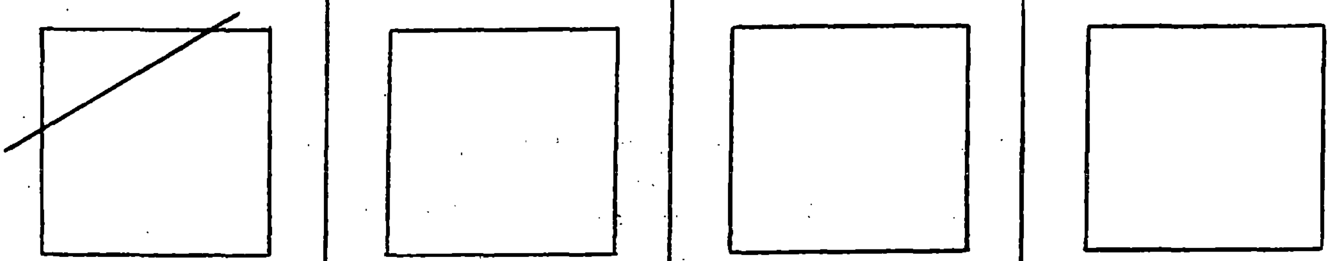
3 - UN TRAVAIL SUR LES SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE ATTENDUS EN FIN DE QUATRIÈME, DÛ À MICHEL MAGNENET DE L'IREM DE BESANCON.

4 - UN DOCUMENT SUR LES PRÉREQUIS À L'ENTRÉE EN SECONDE ET EN LEP.

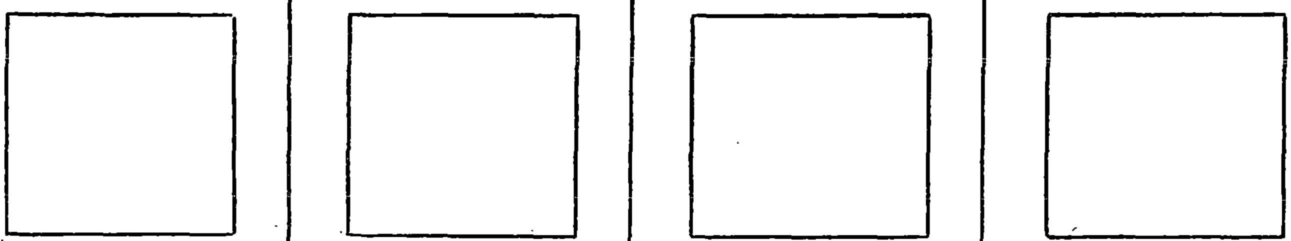
TEST ACTIVITES - 4 ACT 1

NOM : DATE : CLASSE :

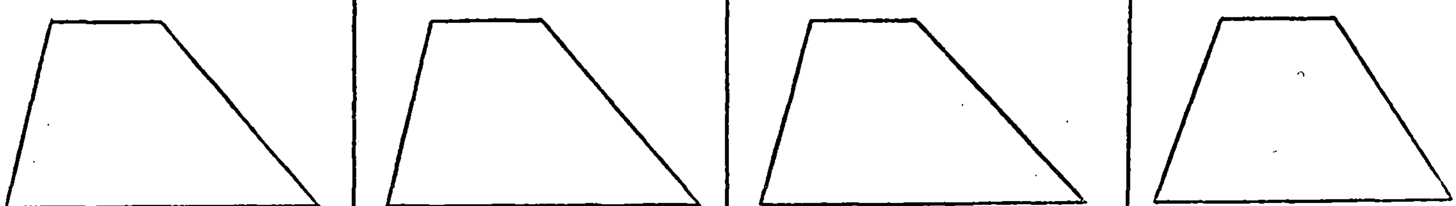
Voici un exercice. Il s'agit de trouver toutes les façons possibles de découper un carré en deux parties, en traçant un trait droit dans son plan. Pour te faciliter le travail, les carrés sont déjà dessinés. Tu devras écrire à chaque fois les noms des deux figures obtenues. LE premier cas est donné en exemple. Il faudra faire un brouillon.

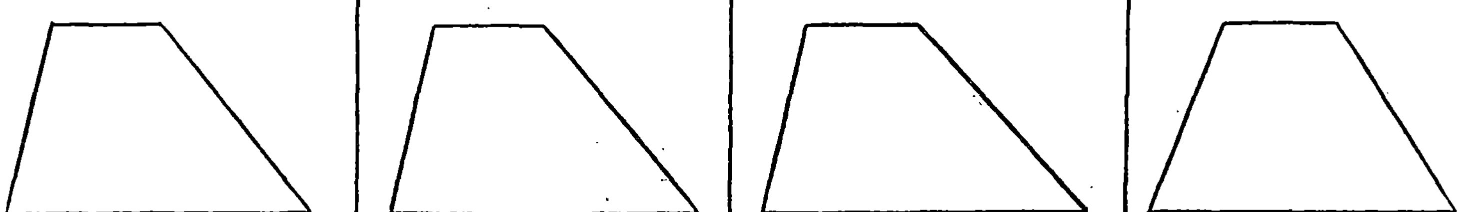


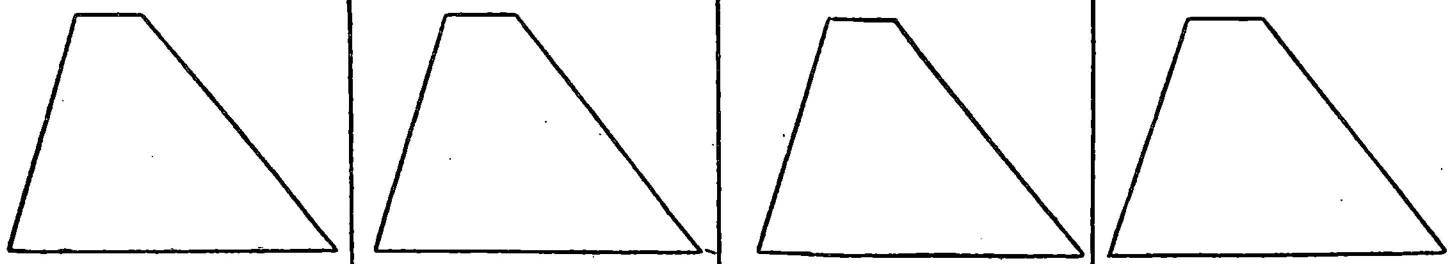
Un triangle rectangle
Un pentagone



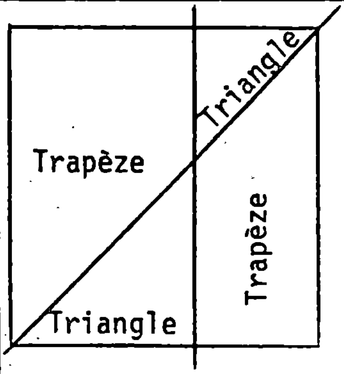
Fais la même chose avec un trapèze. Il y a peut-être plus de trapèzes qu'il n'en faut.







Il s'agit maintenant de découper un carré en plusieurs morceaux, en traçant DEUX DROITES dans son plan, de façon à ce que le découpage corresponde à ce qui est indiqué sous le carré. Découpe les quatre derniers à ton idée, mais de façon différente.



Deux triangles Deux trapèzes	Trois trapèzes	Deux carrés Deux rectangles	Deux trapèzes Un parallélogramme
Deux triangles Un hexagone	Trois triangles	Deux triangles Deux pentagones	Un hexagone Un quadrilatère Deux triangles

LECTURE D'UNE EPREUVE DE B.E.P.C.
A TRAVERS LA GRILLE TAXONOMIQUE N.L.S.M.A.
ANALYSE DES TACHES
RECONSTRUCTION DE L'EPREUVE

Le travail présenté ci-dessous est issu du stage de formation à l'évaluation des professeurs de collège.

Partant d'une épreuve a priori quelconque, l'analyse des tâches permet de mieux saisir le niveau de complexité des questions posées, elle permet de mettre en évidence la diversité éventuelle des méthodes à utiliser et des types de savoir-faire à mettre en oeuvre. Cette analyse des tâches est par ailleurs nécessaire si l'on veut classer les questions suivant le système N.L.S.M.A. dont nous rappelons ci-dessous les critères.

L'épreuve remaniée cherche à s'éloigner des automatismes pour s'intéresser davantage à la compréhension. De ce fait elle présente des difficultés supplémentaires pour les élèves. Nous l'avons fait passer dans plusieurs classes de troisième mais ne possédons pas suffisamment de résultats pour proposer un étalonnage valable. Si des collègues ont la possibilité de faire passer cette épreuve dans leurs classes, ils pourraient nous faire parvenir les résultats obtenus. Nous suggérons de laisser aux élèves le temps qui leur sera nécessaire (1 heure 30 à 2 heures) et de corriger suivant la loi du tout ou rien.

Il ne s'agit nullement de proposer un modèle, mais seulement une épreuve qui soit compatible avec notre réflexion sur l'évaluation sans être trop éloigné des sujets traditionnels.

Analyse des tâches - Classification N.L.S.M.A. (VOIR FASCICULE 1)

Epreuve analysée : ALGEBRE - B.E.P.C. 1978 - BESANCON : (voir texte initial à la fin de l'article)

ENONCE	ANALYSE DE LA TACHE	N.L.S.M.A.(x)
On considère les deux fonctions polynômes définies par : $f : x \mapsto f(x) = 4x^2 - 9$ $g : x \mapsto g(x) = (x-2)^2+(x-2)(x-1)$	- Lecture Traduction	
1°) Mettre g(x) sous forme d'un polynôme réduit et ordonné	- Rappel de l'identité : $(a-b)^2 = \ldots$ - Application au développement de $(x-2)^2$ - Rappel des règles de distributivité - Application au développement de $(x-2)(x-1)$ - Sommer les expressions obtenues - Réduire - Ordonner	A3
2°) Factoriser f(x)	- Reconnaissance de la forme $a^2 - b^2$ - Rappel de l'identité $a^2 - b^2 = \ldots$ - Application	C1
et g(x)	- Reconnaître le facteur commun - Rappel de la technique de factorisation - Application - Réduction du second facteur	C1
3°) Calculer $f(\sqrt{2})$	- Choix d'une "forme" de f(x) - Substitution de $\sqrt{2}$ à x dans f(x) - Rappel et utilisation de : $(\sqrt{2})^2 = 2$	A3
et $f(1 + \sqrt{2})$	- Choix d'une forme de f(x) - Substitution - Calcul du développement de $(1 + \sqrt{2})^2$ - Réduction des termes semblables	C1
4°) Calculer $g(\frac{3}{2})$	- Choix d'une forme de g(x) - Substitution - Simplification du résultat	A3

5°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ $f(x) = 0$	- Choix d'une forme de $f(x)$ - Selon la forme utilisée : Utilisation de : $x^2 = a^2 \Longleftrightarrow \lvert x\rvert = \lvert a\rvert$ ou de : $ab = 0 \Longleftrightarrow a = 0$ ou $b = 0$	C1
$g(x) = 0$	- Choix de la "bonne forme" - Utilisation de $ab = 0 \Longleftrightarrow a = 0$ ou $b = 0$	C1
$f(x) + g(x) = 0$	- Choix des "bonnes formes" - Penser à factoriser - Factorisation - Utilisation de : $ab = 0 \Longleftrightarrow$	D2
6°) Soit h la fonction rationnelle définie par : $h(x) = \dfrac{2x - 3}{x - 2}$ a) Déterminer l'ensemble de définition de h	- Lecture - Traduction - Rappel de la définition	A2
b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations : $h(x) = 1$	- Transformation de l'équation - Résolution	C1
$h(x) = 2$	- Transformation de l'équation - Résolution	C1
c) Calculer $h(\sqrt{3})$ (on rendra le dénominateur entier)	- Substitution - Rappel technique "nombre conjugué" - Développement de : $(2\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} - 2)$ - Réduction	C1

L'épreuve analysée ci-dessus a été choisie pour des raisons pratiques et non pour l'intérêt qu'elle pourrait présenter.

La plupart des questions posées se situent aux mêmes niveaux taxonomiques :

A3 : Aptitude à effectuer des algorithmes

C1 : Aptitude à résoudre des problèmes routiniers

Toutes les questions font appel à des automatismes.

Nous avons essayé de reconstruire cette épreuve en changeant le moins possible de contenu, mais en essayant de recouvrir davantage le champ des objectifs cognitifs. De plus, nous l'avons adaptée aux actuels programmes de la classe de 3ème.

Pour l'épreuve remaniée, la classification proposée est la suivante :

QUESTION	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
NIVEAU N.L.S.M.A.	A1	B1	A2	A2	A3	A3	B1	C1	C1	C1	B4	A3	A3	A3	C1	D2	C3	D2	C2	D1

Du fait de cette répartition, l'épreuve devrait être nettement plus discriminante que l'épreuve initiale, mais cela reste à vérifier.

Cette épreuve remaniée est publiée dans les pages qui suivent comme EPREUVE RENFORCEE 3 R 1.

TEXTE INITIAL

ACADEMIE DE BESANÇON

Session : Normale 1978
Epreuve : Mathématiques
Durée : 2 H
Coefficient : 6

Concours Examen : B.E.P.C.

TEXTE de l'EPREUVE

ALGEBRE

On considère les deux fonctions polynômes f et g définies par :

$f : x \longmapsto f(x) = 4x^2-9$

$g : x \longmapsto g(x) = (x-2)^2 + (x-2)(x-1)$

1°) - Mettre g(x) sous forme d'un polynôme réduit et ordonné

2°) - Factoriser f(x) et g(x)

3°) - Calculer $f(\sqrt{2})$ et $f(\sqrt{2}+1)$

4°) - Calculer $g(\frac{3}{2})$

5°) - Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$f(x) = 0 \qquad g(x) = 0 \qquad f(x) + g(x) = 0$

6°) - Soit h la fonction rationnelle définie par

$h(x) = \frac{2x - 3}{x - 2}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de h

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$h(x) = 1 \qquad h(x) = 2$

c) Calculer $h(\sqrt{3})$ - (on rendra le dénominateur entier)

o

o o

COLLEGE :	NOM :
Date	CLASSE

MATHEMATIQUES - CLASSE DE TROISIEME

Il est conseillé de traiter les questions dans l'ordre où elles se présentent. Il convient de faire un brouillon et de reporter les réponses au fur et à mesure. Lorsque la place le permet, il faut reporter les résultats intermédiaires.

SOIENT DEUX NOMBRES REELS a ET b TELS QUE : $a \times b = 0$

Parmi les énoncés ci dessous, on peut distinguer ceux qui sont obligatoirement vrais (CERTAIN), ceux qui peuvent être vrais sans que cela soit certain (POSSIBLE), et ceux qui sont IMPOSSIBLES.

Compléter le tableau en écrivant, selon le cas, OUI ou NON dans chaque case.
(ne pas oublier que a et b vérifient l'égalité encadrée ci dessus)

	CERTAIN	POSSIBLE	IMPOSSIBLE
Les nombres a et b sont nuls			
Le nombre a est nul			
Ni a ni b ne sont nuls			
L'un au moins des nombres a et b est nul			
a et b sont apposés et non nuls			
a et b sont inverses l'un de l'autre			

1

On donne les applications suivantes de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définies de la façon suivante:

$A(x) = x^2 + 4x + 5 + 3x^2 - 1$

$B(x) = 3x^2 - 7x - 6$

$C(x) = (3x - 4)(x - 1) - 7$

$D(x) = (3x + 2)(2 - 5x)$

$E(x) = -7x + 6 + 3x^2$

$F(x) = (4x^2 - 1)(x - 3)$

Compléter le tableau ci dessous en écrivant, selon le cas, OUI ou NON dans chaque case. (Chaque colonne du tableau correspond à l'une des applications A, B, C, D, E, F définies ci-dessus.)

L'expression écrite au second membre est

	A	B	C	D	E	F
Réduite						
Ordonnée						
Réduite et ordonnée						
Un produit de facteurs du premier degré						

2

DANS TOUTE LA SUITE DE L'EPREUVE, f et g sont les applications de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définies par :

$$f(x) = 1 + (4x^2 - 10)$$

$$g(x) = (x - 2)^2 + (x - 2)(x - 1)$$

page 2

Calculer les images pour f et pour g , des nombres : -2 , 0 , 2 , -5 . 3 4

$f(-2) =$	$f(0) =$	$f(2) =$	$f(-5) =$
$g(-2) =$	$g(0) =$	$g(2) =$	$g(-5) =$

Parmi les nombres : -2 , 0 , 2 , -5 , il y en a-t-il un qui soit solution de l'équation : $f(x) = g(x)$? OUI NON

Si OUI , lequel ? 5

Pour quelle raison ? ....

— Ecrire $g(x)$ sous forme réduite et ordonnée . 6

— Ecrire $f(x)$ sous forme d'un produit de facteurs du premier degré . 7

— Ecrire $g(x)$ sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré . 8

Reportez les résultats des questions précédentes dans le tableau ci-dessous . 9

1	forme donnée dans l'énoncé	$1 + (4x^2 - 10)$	$(x - 2)^2 + (x-2)(x-1)$
2	forme réduite et ordonnée		
3	produit de facteurs du premier degré .		

On demande maintenant de calculer $g\left(\frac{3}{2}\right)$, $f(\sqrt{2})$, $g(1 + \sqrt{2})$.
Parmi les formes 1 , 2 , et 3 reportées dans le tableau précédent , choisissez à chaque fois celle qui vous semble convenir le mieux . Les résultats doivent être donnés sous forme simplifiée , et les calculs intermédiaires reportés .

$g\left(\frac{3}{2}\right)$ 10

$f(\sqrt{2})$ 11

$g(1 + \sqrt{2})$ 12

— Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $g(x) = 0$ 13

— Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x) + g(x) = 0$

14

Soit l'application qui à tout nombre réel différent de 2 associe le nombre $h(x)$ tel que : $h(x) = \frac{2x + 3}{x - 2}$

— Pour quelle raison avons-nous précisé : " à tout nombre réel différent de 2" ?

15

— Quelle relation existe-t-il entre f, g, et h ?

16

— Vérifier que pour tout x différent de 2,

$$h(x) = 2 + \frac{1}{x - 2}$$

17

— Déduire de ce qui précède les valeurs de x pour lesquelles $h(x)$ est un nombre entier.

18

SAVOIR EN FIN DE QUATRIEME

Indépendamment du travail du groupe EVALUATION DE L'IREM, et avant même de nous apporter régulièrement et efficacement son concours, Michel MAGNENET avait écrit cet article sur les savoir en fin de quatrième.

Il nous a semblé intéressant de reproduire ici cet article qui a été initialement publié dans le n° 10 du bulletin de l'I.R.E.M. (Septembre 1980).

o
o o

LISTE DE SAVOIR, SAVOIR FAIRE EN FIN DE CLASSE DE 4ème

Par Michel MAGNENET

Ayant enseigné dans une classe de quatrième durant l'année scolaire 1979-1980, il m'a semblé utile de dresser une liste de savoir-faire en fonction des objectifs du programme de mathématiques de cette classe. Cette liste n'est peut-être pas exhaustive, et certainement pas définitive ; elle facilite la construction d'exercices-tests. Il importe, bien sûr, que chaque objectif soit décomposé en micro-objectifs. Cette liste, suivie d'un certain nombre d'exercices est communiquée aux élèves, à la fin de l'année scolaire.

× Calcul numérique

- Savoir simplifier une écriture fractionnaire
- Savoir modifier une écriture fractionnaire d'un rationnel
- Savoir additionner, soustraire, multiplier, diviser deux rationnels écrits sous forme fractionnaire
- Savoir supprimer les parenthèses dans une suite d'additions et de soustractions
- Savoir développer une suite de multiplications et d'additions
- Savoir développer un "produit remarquable"
- Savoir "factoriser" des écritures simples

× Ordre - Valeur absolue - Equations - Inéquations

- Savoir comparer deux nombres
- Savoir écrire une expression sans les barres de la valeur absolue
- Savoir résoudre une équation simple dans un ensemble de nombres
- Savoir résoudre une inéquation simple

× Applications

- Savoir reconnaitre une application
- Savoir composer deux applications
- Savoir reconnaitre une bijection
- Savoir déterminer une bijection réciproque

Géométrie

* Repérage

- Savoir repérer un point sur une droite munie d'un repère
- Savoir calculer avec des mesures algébriques
- Savoir utiliser la relation de Chasles dans les exercices simples
- Savoir déterminer un point sur une droite tel que : $2\overline{MA} + 3\overline{MB} = 0$
- Savoir repérer un point dans un plan
- Savoir déterminer un ensemble de points (quadrants, axes, demi-axes)
- Savoir trouver les coordonnées du milieu d'un bipoint
- Savoir trouver les coordonnées du 4ème sommet d'un parallélogramme

* Droites - Quadrilatères - Transformations

- Savoir démontrer que deux droites sont parallèles
- Savoir démontrer que deux droites sont orthogonales
- Savoir démontrer que trois points sont alignés
- Savoir démontrer qu'un point est milieu d'un segment
- Savoir démontrer que deux segments ont la même longueur
- Savoir démontrer qu'une droite est médiatrice d'un segment
- Savoir démontrer qu'un quadrilatère convexe est un : parallélogramme, losange, rectangle, carré
- Savoir reconnaitre que l'on est en présence d'une : symétrie orthogonale, symétrie centrale, projection, translation
- Savoir utiliser les propriétés d'une transformation connue
- Savoir reconnaitre que des bipoints représentent le même vecteur
- Savoir représenter un vecteur
- Savoir représenter une somme de deux vecteurs
- Savoir représenter l'opposé d'un vecteur

Quelques exercices pouvant illustrer la liste de "savoir-faire"

1 - Simplifier les écritures fractionnaires suivantes : $\frac{6}{9}$; $-\frac{18}{33}$; $\frac{250}{15}$; $\frac{3434}{34}$

2 - Compléter en remplaçant les pointillés par un entier naturel

$\frac{11}{5} = \frac{...}{100} = \frac{1001}{....} = \frac{55}{..} = \frac{...}{55}$

3 - Effectuer les additions suivantes :

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$; $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8}$; $\frac{5}{9} - \frac{2}{8}$; $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$; $\frac{5}{9} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

4 - Effectuer les multiplications suivantes :

$\frac{2}{7} \times \frac{21}{36}$; $\frac{2}{3} \times \frac{3}{12} \times 5$; $\frac{-4}{12} \times \frac{15}{7}$; $\frac{a}{2} \times \frac{6}{a}$ (a entier non nul)

5 - Calculer (donner une écriture la plus simple des nombres suivants)

$(3 + \frac{3}{4}) - (2 + \frac{1}{2})$; $(\frac{19}{16} - 1) - (2 - \frac{9}{16})$; $7 + \frac{2}{3} - (\frac{5}{7} - \frac{1}{3}) + (\frac{12}{7} - 1)$

$2 \times (\frac{3}{4} - \frac{1}{3})$; $\frac{7}{3} \times \frac{11}{4} + \frac{7}{3} \times \frac{1}{4}$; $\frac{7}{3} \div \frac{11}{3}$; $\frac{-12}{7} \times \frac{1}{\frac{12}{8}}$

6 - Développer : $(a + 1)^2$; $(b + 3)^2$; $(c - 3)^2$; $(d + 1) \times (d - 1)$. a, b, c, d désignent des nombres

7 - **Développer** : $a \times (a - 3)$; $2a(a - 3b)$; $5a \times (3b + 4c - 1)$. a, b, c désignent des **nombres**

8 - **Factoriser** : $7x - 7y + 35$; $x \cdot y + x \cdot z - x$; $5x^2 - 10x$. x, y, z désignent des **nombres**

9 - **Comparer** les rationnels : $\frac{7}{5}$ et $\frac{13}{5}$; $\frac{-4}{7}$ et $-\frac{3}{7}$; $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{5}$; $\frac{-3}{4}$ et $\frac{-7}{5}$; $\frac{-3}{4}$ et $\frac{7}{6}$;

$\frac{5}{8}$, $\frac{12}{5}$, $\frac{7}{5}$ et 2 ; $-\frac{1}{10}$, -0,82 et $-\frac{81}{99}$

10 - Calculer $|+\frac{5}{2} - \frac{1}{2}|$; $|+\frac{5}{2}| - |\frac{2}{3}|$; $|\frac{4}{7} - \frac{11}{7}|$; $1 - |\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}|$

11 - Calculer les valeurs de l'expression $|x + 2| - |x - 3|$ lorsque x prend ses valeurs dans l'ensemble $\{-5 ; -2{,}1 ; -3 ; 2{,}7 ; \frac{10}{3}\}$

12 - Résoudre dans l'ensemble des rationnels les équations suivantes :

$2 \cdot x = 5$; $2 + x = -8$; $\frac{7}{3} \cdot a = \frac{8}{5}$; $\frac{2}{3} + 3 \cdot b = \frac{-14}{3}$

13 - Résoudre dans l'ensemble des réels les inéquations suivantes :

$2 + x \geqslant 5$; $3 \cdot x \leqslant 5$; $-4 \cdot x < +10$; $2 + 3 \cdot x \leqslant 7$

Pour chacune d'elles, indiquer sur un axe l'ensemble solution.

14 - Etant donné un point N du plan P, construire l'ensemble des points T de P vérifiant:

$\vec{OT} = -\vec{ON}$ (O point donné du plan)

Est-ce que l'on peut définir une application de P dans P ? Comment peut-on l'appeler ? Est-elle bijective ? Quelle est sa réciproque ?

15 - Soit f l'application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = 2x + 3$. f est-elle bijective ? Si oui quelle est sa réciproque ?

16 - Soient f et g les deux applications

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \xrightarrow{f} & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & -x + 7 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \xrightarrow{g} & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array}$$

Déterminer g o f.

17 - Soient D et Δ deux droites orthogonales du plan P.

S_D désigne la symétrie orthogonale par rapport à D

S_Δ désigne la symétrie orthogonale par rapport à Δ

Déterminer $S_D \circ S_\Delta$. Comment s'appelle cette application ?

18 - A et B deux points du plan P. S_A la symétrie centrale de centre A. S_B la symétrie centrale de centre B. Construire l'image M' d'un point M du plan par S_A, puis M" image de M' par S_B. Soit C le point symétrique de A par rapport à B. Démontrer que (MACM") est un parallélogramme. En déduire que : $\vec{AC} = \vec{MM''}$. Déterminer l'application $S_B \circ S_A$. Comment peut-on l'appeler ?

19 - Une droite D est munie d'un repère. Placer sur cette droite les points A, B, C, D, E, F, G d'abscisses respectives :

$-2{,}5$; -3 ; 4 ; 3 ; $\frac{5}{2}$; $-\frac{1}{2}$; $\frac{4}{3}$

20 - Soient deux points distincts O et I d'une droite Δ ; dans le repère (O, I) soient les points A d'abscisse - 4 ; B d'abscisse $\frac{3}{2}$; C d'abscisse $\frac{7}{3}$

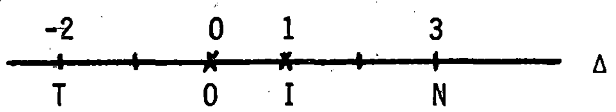
Calculer : $\overline{AB}$; $\overline{BC}$; $\overline{AC}$; $\overline{BB}$; $\overline{CB}$; d(A, B) ; d(C, B)

Ecrire plus simplement les nombres suivants :

$\overline{AB} + \overline{BC}$; $\overline{CB} + \overline{AC}$; $\overline{EF} + \overline{FK} + \overline{TE}$. (E, F, K, T sont des points de Δ)

21 - Sur une droite Δ du plan, on choisit un repère (O, J) relativement à ce repère tracer les points C et D d'abscisses - 5,2 et 3,4.
Déterminer l'abscisse du milieu I du bipoint (C, D), le construire.
Calculer l'abscisse du point M de Δ vérifiant $\overline{CM}$ = 2.
Déterminer l'ensemble des points N de Δ vérifiant d(C, N) = 2

22 -



Déterminer l'ensemble des points J de la droite dessinée ci-dessus pour que la relation : $3\overline{TJ} + 2\overline{NJ} = 0$ soit vérifiée.

23 - Tracer un repère du plan.
Construire les points dont les coordonnées sont les couples suivants :

(1 ; 2) ; (2 ; 3) ; (0 ; 2) ; (3 ; 0) ; (-1 ; 1) ; (-2 ; 3) ; (-4 ; 0) ; $(-\frac{5}{2} ; \frac{5}{3})$

(-2 ; -4) ; $(-\frac{3}{2} ; -\frac{7}{2})$; (0 ; -4) ; (2 ; -3) ; $(\frac{3}{2} ; -7)$; (0 ; 0) ; (2 ; 2)

24 - Soient (O ; I, J) trois points non alignés du plan.
(O ; $\vec{OI}$, $\vec{OJ}$) désigne un repère du plan P. Tracer les points T et S de coordonnées respectives (-2 ; 3) ; (4 ; 10). Déterminer les coordonnées du milieu A du bipoint (T, S), puis celles du milieu de (O, T). Construire le point B tel que le quadrilatère non croisé (OSTB) soit un parallélogramme. Calculer les coordonnées du point B.

25 - Observer le dessin n° 1, lire les hypothèses. Que peut-on dire des deux droites (AB) et (NL) ? Justifier.

- Faire ce dessin sur une grande feuille
- Démontrer que le quadrilatère (MNCL) est un parallélogramme
- Soit D le symétrique de L par rapport au point N ; E le point tel que M soit le milieu du bipoint (E ; L)

Construire D et E

- Que peut-on dire des droites (AE) et (DC) ? Le justifier
- Démontrer que le point B est le milieu du bipoint (E, D).

26 - Observer le dessin n° 2. Lire les hypothèses.

- Tracer un cercle $\mathcal{C}$ de centre A, sécant à Δ, $\mathcal{C}$ et Δ ont deux points communs B et C. Tracer le point D image de A dans la symétrie orthogonale par rapport à la droite Δ.
- Montrer que ABCD est un losange

- Construire les carrés (ABNM) et (DBIJ) situés dans le demi-plan de bord (AD) contenant le point B.

Démontrer que la droite Δ est médiatrice du segment [IN] .

27 - Observer le dessin n° 3.

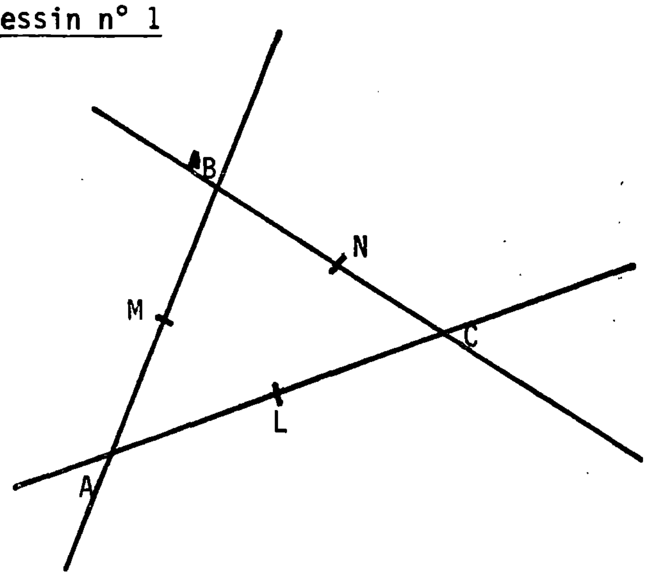
Il est constitué de 14 triangles équilatéraux de même dimension.

Indiquer une famille de bipoints représentant le même vecteur.

Combien de vecteurs différents sont représentés sur le dessin.

o
o o

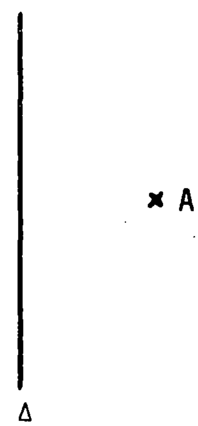
Dessin n° 1



Hypothèses : A, B, C trois points non alignés du plan P.

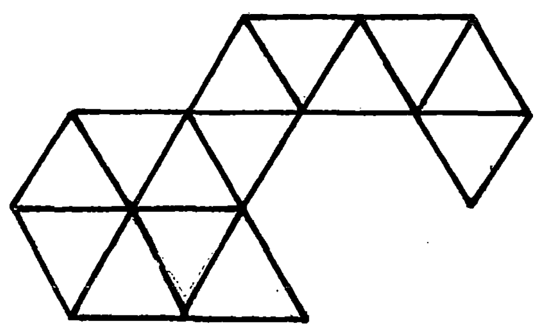
L milieu du bipoint (A, C)
M milieu du bipoint (A, B)
N milieu du bipoint (B, C)

Dessin n° 2



Hypothèses : Δ une droite du plan P. A un point n'appartenant pas à Δ

Dessin n° 3



Le document qui suit a été publié dans la brochure "Activités Mathématiques en Quatrième-Troisième" de l'APMEP (tome 2). Sa présentation a simplement été légèrement aménagée pour permettre son utilisation avec des élèves en fin de troisième. L'équipe de l'IREM n'est pas toujours d'accord avec tel ou tel des points présentés mais il nous a semblé que tel qu'il est, ce document méritait une large diffusion et pouvait compléter utilement cette brochure.

LES PREREQUIS A L'ENTREE EN SECONDE.

Le texte qui suit émane d'un groupe de travail A.P.M.E.P. qui a critiqué, complété, amendé un premier projet d'un de ses membres.

Il s'agissait de déterminer ce qu'on attendait d'élèves entrant en seconde de détermination sur le plan des capacités relativement aux contenus d'un programme de premier cycle. Parallèlement, le groupe a travaillé sur un texte analogue concernant l'entrée en L.E.P., en fin de troisième ou en fin de cinquième.

Une telle entreprise présente des dangers sérieux :

a) Elle semble subordonner l'enseignement en premier cycle aux exigences, plus ou moins fondées, des enseignements ultérieurs. Nous pensons au contraire que le premier cycle, faisant partie de la scolarité obligatoire, n'est pas - ne devrait pas être - l'antichambre sélective du second cycle.

b) Chacun plaide éloquemment en faveur de tel ou tel aspect des Mathématiques "qu'il faut absolument" maintenir ou introduire au premier cycle, sur "ce qu'il n'est pas permis d'ignorer", etc... . La réunion de tous ces voeux risque de constituer un contenu trop abondant et trop ambitieux (c'est, en gros, ce qui s'est passé pour la plupart des programmes de Mathématiques du second degré ces dernières années).

L'avenir dira si notre groupe a évité ces écueils. Pour l'instant, que le lecteur de ce texte veuille bien le considérer comme provisoire et destiné à être utilisé dans la visée plus ample d'une réflexion sur l'enseignement des Mathématiques au premier cycle.

Louis DUVERT

MATHEMATIQUES

.... APRES LA TROISIEME (LYCEE , LEP)

..........APRES LA CINQUIEME (LEP) .

Ce document a été élaboré par un groupe de professeurs de l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématique de l'Enseignement Public) , et a été initialement publié dans une brochure :"activités mathématiques en quatrième-troisième" déstinée aux enseignants . Il est ici présenté sous une forme utilisable par les élèves (et leurs parents) . A gauche du texte , objectif par objectif , des cases permettent à l'élève de cocher les questions qu'il pense maitriser , et de faire ainsi son propre bilan . Ces tableaux pourront ainsi le guider dans ses révisions car , pour les questions dont il ne comprendrait pas la formulation ou qui ne lui sembleraient pas familières , il faudrait qu'il se reporte à sa documentation : manuel ou cours de l'année .

Les pages qui suivent n'ont pas un caractère officiel. Les prérequis implicites ou explicites adoptés par tel ou tel professeur de lycée ou de LEP peuvent donc légèrement s'éloigner de cette liste . A quelques nuances près , ce document nous semble cependant refléter une attitude générale .

LES PRÉREQUIS A L'ENTRÉE EN SECONDE

1. CALCUL NUMERIQUE

- Savoir trouver mentalement un ordre de grandeur et penser spontanément à le faire.
- Savoir utiliser une calculatrice "4 opérations" et en connaître les limites.
- Savoir simplifier spontanément une fraction numérique simple.
- Savoir passer, pour un décimal, de l'écriture décimale à une écriture fractionnaire, et inversement.
- Savoir ramener une somme, une différence, un produit, un quotient de deux fractions à une seule fraction.
- **Inutile** : savoir réduire à un même dénominateur raffiné (exemple : $\frac{374}{1981} + \frac{28}{3287}$), savoir calculer "à la main" 372,493 : 0,7329 ou $\sqrt{385,234}$.
- Savoir que $(\sqrt{2})^2 = 2$
- Savoir utiliser les puissances de 10 à exposants naturels (*souhaitable :* savoir utiliser les puissances de 10 à exposants entiers).
- Savoir calculer le "$t\%$" d'un nombre et, inversement, étant donné deux nombres, trouver quel $t\%$ permet de passer de l'un à l'autre.

2. CALCUL LITTERAL

- Savoir, devant une écriture (littérale ou numérique), écrire un programme de calcul (par exemple sous forme d'arbre), en tenant compte des règles de priorité.
- Savoir cataloguer une écriture (est-ce une écriture polynome ? Si oui, est-elle réduite ? Quel est son degré ?...).
- Savoir transformer une écriture (développer, factoriser,...) en utilisant deux ou trois identités remarquables et la distributivité de la multiplication sur l'addition (et sur la soustraction). Mais, d'abord, savoir quel type d'écriture (factorisée ? développée ?) on souhaite.
- Savoir simplifier $\frac{2a+6b}{4a}$, $1-\frac{x-1}{2}$, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$,...
- Savoir exploiter une égalité pour substituer, ailleurs, un membre à l'autre, substitution qui requiert souvent l'introduction de (nouvelles) parenthèses.
- Savoir que $\sqrt{a}$ ne désigne jamais plusieurs nombres à la fois.
- Savoir que $|a|$ désigne a si $a>0$, $-a$ si $a<0$.
- Savoir que le machin-du-truc n'est pas toujours égal au truc-du-machin.

3. FONCTION LINEAIRE

- Savoir utiliser le modèle linéaire pour des problèmes d'échelles, de pourcentages, plus généralement d'opérateurs fractionnaires.
- Savoir associer une fonction linéaire, un tableau de nombres, une représentation graphique.
- Savoir compléter deux suites proportionnelles.
- Savoir reconnaître si une situation est de type linéaire ou non.

4. RESOLUTIONS (d'équations, d'inéquations,...)

- Savoir distinguer entre trouver *une* (ou *des*) solution(s) et résoudre (c'est-à-dire trouver l'ensemble des solutions).
- Une fois la résolution terminée, voir, pour chaque solution, si elle appartient à l'ensemble de nombres imposé par le problème initial.
- Savoir traduire un problème simple à une inconnue en une équation.
- Savoir résoudre graphiquement (avec interprétation) un système (d'équations et inéquations du premier degré) traduisant des contraintes.

5. STATISTIQUES. PHENOMENES ALEATOIRES

- Savoir lire et faire un graphique cartésien simple (*souhaitable :* savoir lire un graphique "en fromage"), un tableau à double entrée, et savoir les interpréter en termes de "tendance".
- Savoir interpréter et calculer des pourcentages liés à des données de nombres.

Et, dans le cadre de programmes de premier cycle révisés :

- Savoir condenser l'information numérique par des valeurs-types : moyenne, médiane, écart-type.
- Savoir faire un pari sensé, réfléchi, ou savoir refuser un pari, dans des situations simples (dé, pièces de monnaie, loto, tiercé).
- Savoir que, dans le cas d'événements indépendants, le hasard n'a pas de mémoire.

6. INFORMATIQUE

- Savoir utiliser une calculatrice ("4 opérations", au moins), en liaison avec des écritures numériques ou littérales.
- Savoir analyser, et traduire par un ordinogramme, un algorithme simple (1 test, 1 boucle).

7. GEOMETRIE

- Savoir manier les instruments de dessin ordinaires.
- Savoir distinguer les notations où figurent deux points (par exemple [AB], (A,B), {A,B}, $\overrightarrow{AB}$, AB, (AB),...) et savoir distinguer les notions associées.
  Inutile : notation $\overline{AB}$
- Maîtriser un minimum de vocabulaire : milieu, centre, hauteur, médiane, médiatrice,... ; savoir que de nombreux mots usuels (diamètre, côté, hauteur,...) ont chacun plusieurs sens.
- Savoir calculer aires et volumes de figures usuelles, à partir de formules.

- Savoir schématiser une situation topographique réelle simple (appartement, collège,...) en un plan ; et, inversement, savoir utiliser un plan pour se déplacer dans un lieu.
- Savoir transporter, agrandir ou réduire une figure sous certaines contraintes (faire tenir dans tel emplacement, laisser tel élément invariant,...)
- Etant donné une figure et son image par une transformation (translation, symétrie, projection), savoir reconnaître, à vue, quelle est cette transformation.
- Savoir relier "Thalès" à la proportionnalité.
- Savoir calculer des longueurs dans des "situations" de Thalès ou de Pythagore. Savoir reconnaître qu'un triangle est rectangle quand on connaît ses trois côtés.

- Savoir extraire une sous-figure d'une figure donnée.
- Savoir rédiger (en français, ou sous forme d'un déductogramme) une démonstration (cherchée et trouvée en groupe).

8. GEOMETRIE ANALYTIQUE

- Savoir placer un point dans le plan ou dans l'espace connaissant ses coordonnées. Savoir, inversement, lire les coordonnées d'un point déjà marqué dans le plan repéré.
- Savoir calculer la distance de deux points en repère orthonormé.
- Savoir, pour des distances ou des angles, contrôler les mesurages par les calculs et inversement.
- Savoir établir le parallèle entre une fonction f et sa représentation graphique R, entre l'équation $f(x) = 0$ et l'intersection de R et de l'axe des abscisses,...
- *Souhaitable :* Savoir choisir et associer trois aspects : figure sans repère, calcul analytique après choix d'un repère, calcul vectoriel.
  Savoir utiliser $x\vec{i} + y\vec{j}$ ou le couple des composants (x,y) du vecteur.
- **Inutile** : Savoir par cœur des formules donnant une équation d'une droite passant par deux points donnés, ou passant par un point donné et perpendiculaire à une droite donnée,...

9. TRIGONOMETRIE

- Connaissant 2 côtés, ou 1 côté et 1 angle aigu, d'un triangle rectangle, trouver les autres angles et côtés.
- *Souhaitable :* Savoir retrouver rapidement les sinus, cosinus, tangentes de 0°, 90°, 180°, 30°, 45°, 60° (sauf tg 90°...).

10. METHODOLOGIE

- Savoir lire l'énoncé, globalement, puis mot par mot.
- Savoir utiliser une documentation personnelle pour retrouver le sens d'un mot, l'énoncé d'un théorème.
- Savoir analyser un problème : de quoi s'agit-il ? ai-je une théorie générale à ma disposition ?...
- Savoir critiquer (courtoisement) un énoncé.
- Savoir conclure (une étude, un calcul, une résolution, une démonstration).
- Savoir tirer profit des résultats acquis ou admis dans les questions précédentes.
- Savoir distinguer entre constatation et démonstration, entre illustration (par des exemples) et démonstration.
- *Souhaitable :* Ne pas être paralysé devant un problème d'un genre nouveau, essayer, tâtonner, . . , savoir mettre en équation puis revenir au problème posé.

LES PREREQUIS A L'ENTREE EN L.E.P.

Présentation

Le document rédigé ci-après est une tentative d'inventaire des compétences qui semblent nécessaires pour suivre l'enseignement d'un LEP après la cinquième (vers un CAP en trois ans) ou après la troisième (vers un BEP en deux ans).

Il a été conçu en tenant compte, bien entendu, des besoins du professeur de mathématique et de physique, mais aussi de ceux des autres matières et notamment de l'enseignement professionnel : pratique, technologie, dessin.

Ce n'est qu'un projet qu'il conviendra de discuter et aussi de moduler selon les spécialités préparées. En effet, les besoins mathématiques ne sont pas les mêmes dans une préparation BEP électromécanicien, BEP constructeur en bâtiment, BEP comptable mécanographe...

Jean-Pierre ORHAN

A. Les prérequis à l'entrée en LEP, préparation CAP (en 3 ans après la cinquième).

	1) *Calcul numérique*
	• Ecrire des nombres décimaux (D* et sept chiffres maximum)
	• Ordonner une liste de décimaux (liste de 3 nombres de même partie entière. Exemple : 45,25 ; 45,02 ; 45,2).
	• Effectuer sur des décimaux une opération isolée (+ ; × ; − ; :) — à la main sur des nombres simples (deux ou trois chiffres) — à la machine (sans notation scientifique).
	• Effectuer mentalement les multiplications et divisions par 0,1 ; 0,01 ; 10 ; 100 ; 2 sur des nombres de trois chiffres au plus.
	• Calculer le carré et le cube d'un nombre décimal.
	• Calculer la valeur numérique d'une expression littérale ne faisant intervenir ni parenthèses, ni exposant autre que 2 ou 3 ($V = \frac{4}{3} \pi R^3$; $S = \frac{b \times h}{2}$)

	2) *Lecture de tableaux*
	• Trouver par lecture directe, dans un tableau à double entrée, la valeur numérique correspondant à une valeur fixée.
	3) *Représentation graphique*
	• Exploiter une courbe tracée sur papier millimétré (c'est-à-dire : abscisse fixée → ordonnée ; ordonnée fixée → abscisse).
	• Représenter graphiquement sur papier millimétré un tableau de valeurs (axes fournis et gradués).
	4) *Mesures*
	• Mesurer un segment à l'aide d'une règle graduée.
	• Mesurer un angle inférieur à un plat à l'aide d'un rapporteur.
	5) *Unités de mesures*
	• Connaître le sens de *centi, déci, milli, déca, hecto, kilo.*
	• Transformer des cm en mm et inversement, des m en cm et inversement.
	• Calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle. Calculer le volume d'un pavé droit.
	6) *Proportionnalité*
	• Traiter des problèmes relatifs à deux suites proportionnelles (étant donné un tableau : compléter le tableau par application des critères de linéarité et calculer le coefficient de proportionnalité, éventuellement par enchaînement d'opérateurs : $\otimes$, $\odot$).
	• Reconnaître la proportionnalité ou non (par application des critères au calcul du coefficient) de deux suites de nombres (trois nombres au maximum dans chaque suite).
	7) *Vocabulaire et figures en géométrie*
	• Savoir reconnaître, à l'aide d'instruments, la perpendicularité de deux droites, le parallélisme de deux droites, la perpendicularité d'une droite et d'un plan, le parallélisme de deux plans.
	• Savoir reconnaître, visuellement, un rectangle, un carré, un triangle rectangle, une médiatrice, une bissectrice.
	8) *Constructions (instruments au choix)*
	• Tracer un segment isométrique à un segment donné.
	∘ Tracer une parallèle à une droite donnée et passant par un point donné.
	∘ Tracer une perpendiculaire à une droite donnée et passant par un point donné.
	• Tracer un cercle de rayon donné.
	• Tracer un secteur angulaire d'angle donné.

B. Les prérequis à l'entrée en LEP, préparation BEP (en deux ans après la troisième)

1) *Calcul numérique*

- Simplifier dans Q⁺ l'écriture des fractions (par 2 ; 3 ; 5 et 10...).
- Effectuer dans Q⁺ une opération isolée (+ ; × ; − ; :).
- Calculer la valeur numérique d'une grandeur donnée par son expression littérale (Ex. : $S = \frac{(b+B)h}{2}$) avec des chaînes de calculs courtes (par exemple : $I = \frac{\pi h^3}{3}(A_1 + \sqrt{A_1 A_2} + \ldots$ est exclu !)
- Transformer les égalités du type $a * b = c$ (* est + ; − ; × ; :) pour exprimer a ou b en fonction des deux autres.

2) *Fonction linéaire*

- Une situation de proportionnalité étant présentée sous l'une des formes suivantes : tableau numérique, expression algébrique, représentation graphique, passer d'un mode de représentation à chacun des deux autres.
- Utiliser le modèle linéaire pour traiter des problèmes d'échelles : connaissant deux des données suivantes : échelle, dimension réelle, dimension du dessin, trouver la troisième.
- Traiter* des problèmes d'opérateurs fractionnaires, en particulier ceux liés aux pourcentages : prendre tant % de ; augmenter ou diminuer une quantité de tant % ; savoir inverser un opérateur.
- Traiter* des problèmes relatifs à deux suites proportionnelles : trouver le coefficient de proportionnalité, l'écrire sous forme d'un pourcentage, compléter un tableau.
- Déduire si une situation est du type linéaire ou non, soit
  — en faisant une représentation graphique qui sera interprétée
  — en trouvant la forme algébrique standard } éventuellement
  — en calculant le coefficient de proportionnalité }

3) *Fonction affine*

- Une situation liée à une fonction affine étant présentée sous l'une des formes suivantes : tableau numérique, expression algébrique standard, représentation graphique, passer d'un mode de représentation à un autre (tableau → expression algébrique et graphique → expression algébrique : exclus).

* *Traiter* : Ce mot signfie ici . "programmer une chaîne de calculs ou une méthode de travail qui conduira, après exécution, à la résolution de la situation"
Il est extrait d'un document officiel dont il a été largement fait usage dans la rédaction du présent document.

4) *Constructions et tracés*

- Exécuter les tracés suivants : segment isométrique à un autre, parallèle à une droite donnée, perpendiculaire à une droite donnée, cercle de rayon donné, secteur angulaire d'angle donné (instruments au choix).
- En utilisant les tracés précédents, tracer un triangle connaissant les mesures des côtés, construire un secteur angulaire de même angle qu'un secteur angulaire donné, construire un rectangle connaissant les mesures des côtés.
- Tracer la médiatrice d'un segment donné.
- Tracer un cercle passant par deux points donnés et de rayon donné ; ayant pour diamètre un segment donné.
- Tracer la bissectrice d'un secteur angulaire donné.

5) *Pythagore*

- Calculer la mesure d'un côté d'un triangle rectangle connaissant les mesures des deux autres.
- Déduire si un triangle est rectangle ou non en utilisant la relation de Pythagore.

6) *Thalès*

- Calculer la longueur d'un segment en utilisant la propriété de Thalès.

7) *Vecteurs*

- Construire le vecteur somme de deux vecteurs donnés.
- Représenter graphiquement un vecteur dont les composantes sont données dans une base donnée.
- Calculer les coordonnées numériques de la somme de deux vecteurs dont les coordonnées numériques sont données.

8) *Géométrie dans l'espace*

- Conditions de perpendicularité d'une droite et d'un plan.
- Conditions de parallélisme de deux plans.

9) *Trigonométrie*

- Donner une valeur numérique approchée du cosinus, du sinus, de la tangente d'un angle inférieur à 90° (table ou calculatrice).
- Trouver, à partir du cosinus, du sinus, de la tangente d'un angle, une mesure de cet angle.
- Calculer dans un triangle rectangle la mesure d'un côté et la mesure d'un angle en utilisant une ligne trigonométrique.

COMPLEMENTS 1985 :

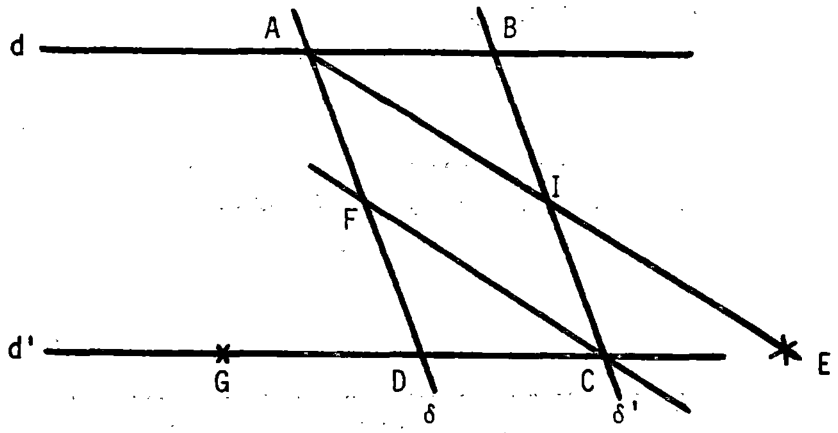
TESTS ELABORES EN 1983-1984 et 1984-1985.

Il s'agit :

- D'un test de TRIGONOMETRIE pour la classe de 3ème
- D'un test de RAISONNEMENT GEOMETRIQUE prévu pour la classe de 4ème mais qui peut aussi être utilisé en 3ème
- De deux épreuves portant sur l'activité de l'élève (classe de 3ème) et construites dans le même esprit que le test 4 ACT 1 (page 129). Ces deux épreuves peuvent être utilisées comme situations d'apprentissages : travaux dirigés collectifs ou en petits groupes.

Ces quatre dernières épreuves n'ont pas été étalonnées ni même sérieusement validées. Il convient donc de les utiliser avec prudence. Nous serions bien entendu très heureux de recevoir des informations à leur sujet.

Nom : Classe :



Hypothèses :

- d et d' sont parallèles
- δ et δ' sont parallèles
- Les droites (AE) et (CF) sont parallèles
- I est milieu du segment [BC]
- I est milieu du segment [AE]
- Les segments [AB] et [GD] ont même longueur

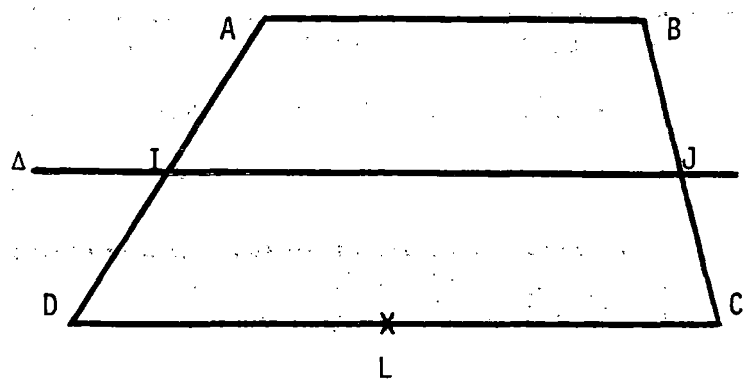
Voici 3 critères permettant de reconnaitre un parallélogramme :

1) Quadrilatère ayant ses côtés opposés parallèles
2) Quadrilatère, non croisé, ayant deux côtés opposés parallèles et de même longueur
3) Quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu

Pour chacun des cas suivants, entourer le critère qui convient et barrer les autres

ABDG est un parallélogramme	Critère 1	Critère 2	Critère 3
ABEC est un parallélogramme	Critère 1	Critère 2	Critère 3
ABCD est un parallélogramme	Critère 1	Critère 2	Critère 3
AICF est un parallélogramme	Critère 1	Critère 2	Critère 3

1



Hypothèses :

- ABCD est un trapèze
- La droite Δ est parallèle aux droites (AB) et (CD)
- I est le milieu du segment [AD]
- L est le milieu du segment [DC]

Préciser et justifier la position du point J 2

Préciser et justifier la position du point K commun à Δ et à la droite (AC) 3

Que peut-on dire de la droite (IL) ? Justifier la réponse proposée

4

Considérons un triangle équilatéral ABC, une droite quelconque Δ et un point O quelconque de cette droite Δ

Soit D, E et F les symétriques respectifs de A, B et C par rapport à O.
Que peut-on dire du triangle DEF ? Justifier la réponse proposée.

5

Quelle est l'image de la médiatrice du segment [BC] par la symétrie centrale de centre O ? Justifier la réponse proposée.

6

Soit G, H et K les symétries respectifs de A, B et C par rapport à Δ.
Que peut-on dire du triangle GHK ? Justifier la réponse proposée.

7

Quelle est l'image de la médiatrice du segment [BC] par la symétrie orthogonale suivant la droite Δ ? Justifier la réponse proposée.

8

Considérons cinq points alignés A, B, C, D et E, une droite quelconque Δ et un point O quelconque de cette droite Δ.

Soit F, G, H, I et J les symétriques respectifs de A, B, C, D et E par rapport à O.
Que peut-on dire des points F, G, H, I, J ? Justifier la réponse proposée.

9

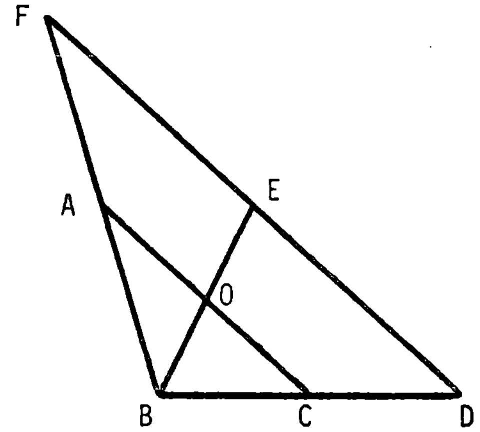
Soit K, L, M, N et P les symétriques respectifs de A, B, C, D et E par rapport à Δ.
Que peut-on dire des points K, L, M, N et P ? Justifier la réponse proposée.

10

Considérons un triangle ABC. La médiatrice du segment [BC] coupe la droite (AC) en E. Que peut-on dire du triangle BEC ? Justifier la réponse proposée.

11

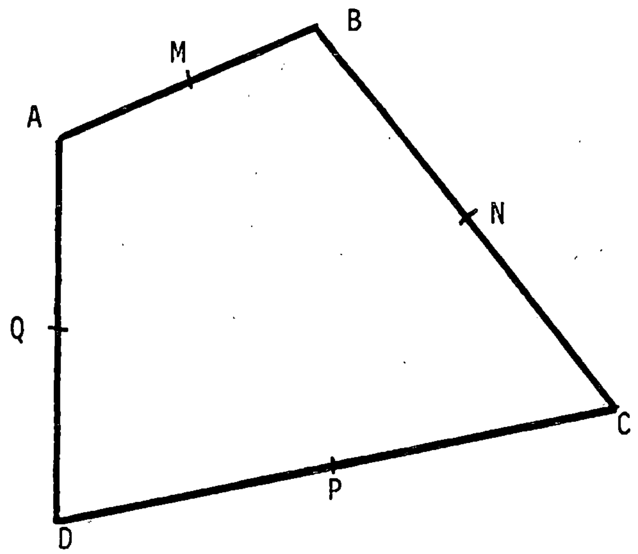
Problèmes à rédiger sur copie. Tous les résultats doivent être démontrés.



Hypothèses :

- O est le milieu du segment [BE]
- O est le milieu du segment [AC]
- C est le milieu du segment [BD]

- Montrer que les droites (AE) et (BD) sont parallèles	12
- Montrer que le point E est le milieu du segment [FD]	13
- Montrer que les droites (AC) et (FD) sont parallèles	14
- Montrer que les points F, A, B, E et C vérifient FA = AB = EC	15



Hypothèses :

ABCD est un quadrilatère quelconque

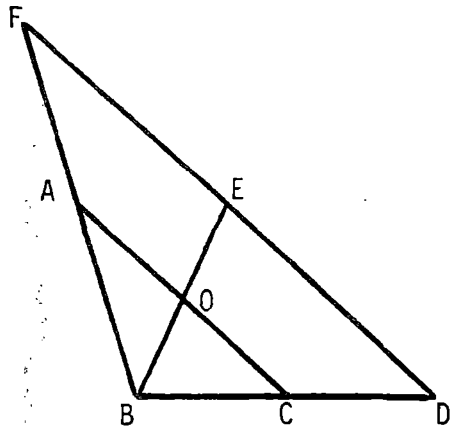
- M est le milieu du segment [AB]
- N est le milieu du segment [BC]
- P est le milieu du segment [CD]
- Q est le milieu du segment [DA]

Rappel :

La longueur du segment joignant les milieux de deux des côtés d'un triangle est égale à la moitié de celle du 3ème côté.

- Montrer que MNPQ est un parallélogramme	16
- Montrer que si ABCD est un rectangle, MNPQ est un losange	17
- Montrer que si ABCD est un losange, MNPQ est un rectangle	18
- Montrer que si MNPQ est un rectangle, les diagonales de ABCD sont perpendiculaires	19
- Montrer que si MNPQ est un losange, les diagonales de ABCD ont même longueur	20

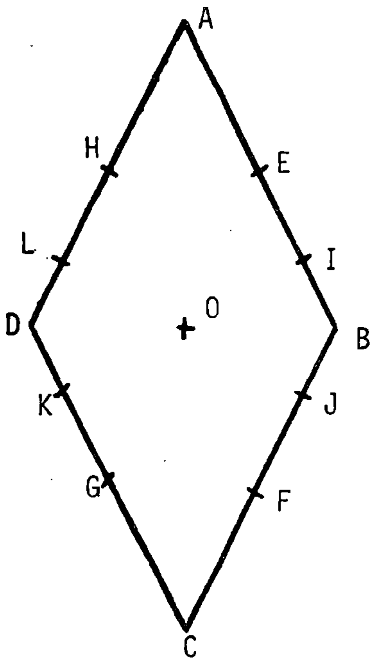
Problèmes à rédiger sur copie. Tous les résultats doivent être démontrés.



Hypothèses :

- O est le milieu du segment [BE]
- O est le milieu du segment [AC]
- C est le milieu du segment [BD]

- Montrer que les droites (AE) et (BD) sont parallèles — 12
- Montrer que le point E est le milieu du segment [FD] — 13
- Montrer que les droites (AC) et (FD) sont parallèles — 14
- Montrer que les points F, A, B, E et C vérifient FA = AB = EC — 15



Hypothèses :

ABCD est un losange de centre O

- E est le milieu du segment [AB]
- F est le milieu du segment [BC]
- G est le milieu du segment [CD]
- H est le milieu du segment [DA]

I est la projection orthogonale de O sur la droite (AB)
J est la projection orthogonale de O sur la droite (BC)
K est la projection orthogonale de O sur la droite (CD)
L est la projection orthogonale de O sur la droite (DA)

- Montrer que EFGH est un rectangle — 16
- Montrer que OI = OJ = OK = OL — 17
- Montrer que I, O et K sont alignés — 18
- Montrer que IJKL est un rectangle — 19
- Quelle particularité doit posséder le losange ABCD pour que E et I soient confondus ? Justifier la réponse proposée — 20

Nom : Classe :

Compléter le tableau suivant :

	Angles						
Mesure exacte en degrés	90	45	120			40	
Mesure exacte en radians	$\frac{\pi}{2}$			$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$		$\frac{\pi}{5}$

1

2

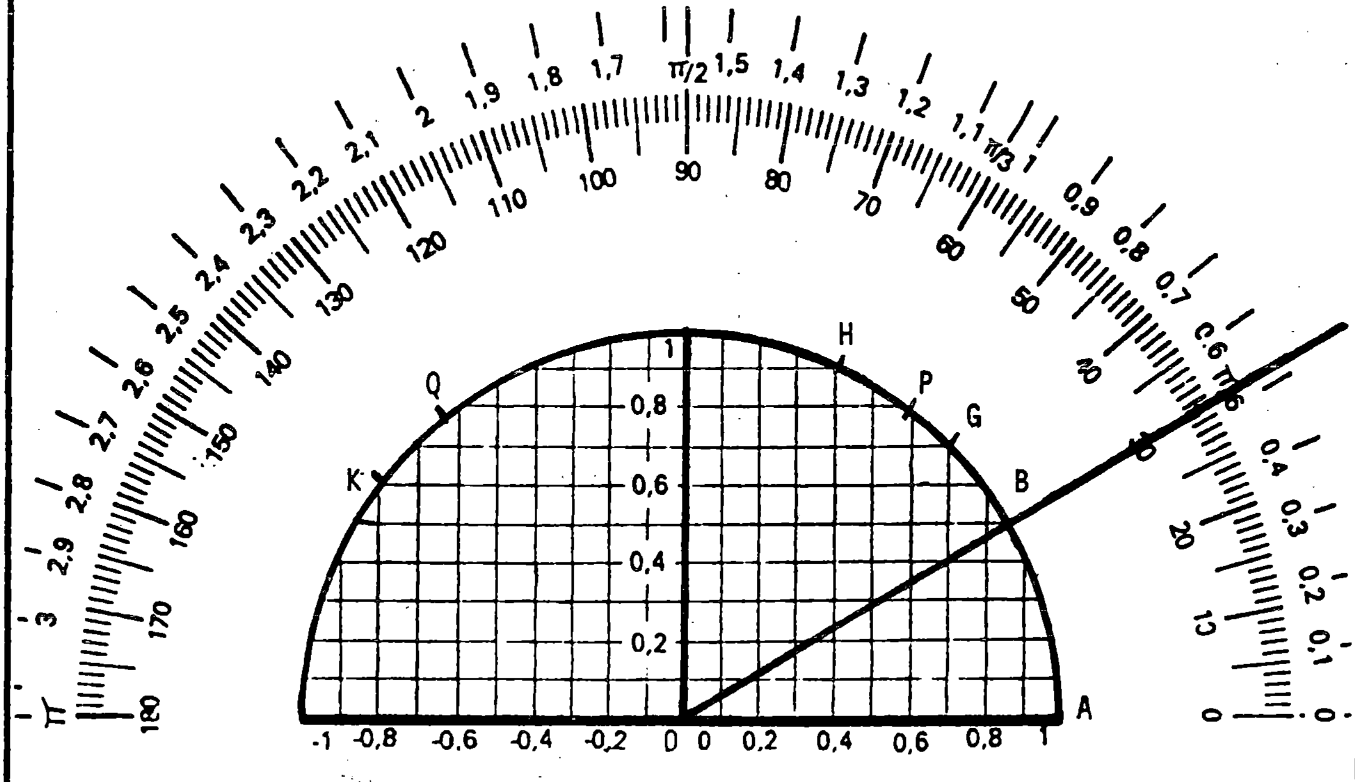
La position du point B sur le demi-cercle trigonométrique peut être repérée :

- soit par le nombre 30 qui est la mesure, en degrés, de l'angle $\widehat{AOB}$
- soit par le nombre $\frac{\pi}{6}$ qui est la mesure, en radians de l'angle $\widehat{AOB}$

Placer sur ce demi-cercle les points C, D, E et F tels que :

$\widehat{AOC}$ a pour mesure en degrés : 20 $\widehat{AOD}$ a pour mesure en degrés : 114 3

$\widehat{AOE}$ a pour mesure en radians : 0,2 $\widehat{AOF}$ a pour mesure en radians : 2,9 4



Compléter, en précisant une valeur approchée

cos $\widehat{AOG}$	cos $\widehat{AOH}$	sin $\widehat{AOH}$	cos $\widehat{AOK}$	sin $\widehat{AOK}$
0,7				

5

Donner, dans chaque cas, un encadrement d'amplitude 0,1

... < cos $\widehat{AOP}$ < ... ... < cos $\widehat{AOQ}$ < ...

... < sin $\widehat{AOP}$ < ... ... < sin $\widehat{AOQ}$ < ... 6

Parmi les nombres suivants, barrer ceux qui ne peuvent pas être le cosinus d'un angle aigu ou obtus :

- 2	$-\frac{3}{2}$	- 1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2

7

Parmi les nombres suivants, barrer ceux qui ne peuvent pas être le sinus d'un angle aigu ou obtus :

- 2	$-\frac{3}{2}$	- 1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2

8

On considère un angle x tel que : cos x = 0,6 et sin x = 0,8.
Calculer tg x.
tg x = ... 9

Compléter le tableau suivant sachant que a désigne la mesure, en degrés, d'un angle

	Degrés		
	a	180 - a	90 - a
sinus	0,276		
cosinus	0,961		

10

Compléter le tableau suivant en indiquant dans chaque case la valeur exacte

	Degrés					
	0	30	45	60	90	180
sinus						
cosinus						
tangente						

11
12
13

Item 11 : 0 et 180 Item 12 : 30 et 60 Item 13 : 45 et 90

Compléter en utilisant la table numérique suivante :

Radians	Sinus	Cosinus	Tangente	Radians	Sinus	Cosinus	Tangente
⋮				⋮			
1,40	0,985	0,170*	5,798*	2,95	0,190	– 0,982	– 0,194
1,45	0,993*	0,121*	8,238	3,00	0,141	– 0,990	– 0,143
1,50	0,997	0,071*	14,101	3,05	0,091	– 0,996	– 0,092
1,55	1,000*	0,021*	48,078	3,10	0,042*	– 0,999*	– 0,042
1,570	1,000*	0,001*	1 255,767*	3,141	0,002*	– 1,000	– 0,001

Un angle dont la mesure, en radians, est 1,4 a pour sinus : ....
Un angle dont la mesure, en radians, est 3 a pour cosinus : ....
Un angle dont la mesure, en radians, est 3,1 a pour tangente : 14

Donner un encadrement d'amplitude 0,05 de la mesure r, en radians, d'un angle aigu ou obtus sachant que la tangente de cet angle est égale à 25.

... < r < ... 15

Compléter en utilisant la table numérique suivante :

Degrés	Sinus	Tangente	Cotangente	Cosinus	
.					.
36	0.588	0.727	1.376	0,809	54
37	0,602	0.754	1.327	0,799	53
38	0.616	0.781	1.280	0.788	52
39	0,629	0.810	1.235	0.777	51
40	0.643	0.839	1.192	0.766	50
.					.
	Cosinus	Cotangente	Tangente	Sinus	Degrés

un angle dont la mesure, en degrés, est 39 a pour sinus : ....
" 39 a pour cosinus : ....
" 39 a pour tangente : ....

Un angle dont la mesure, en degrés, est 52 a pour sinus : ....
" 52 a pour cosinus : ....
" 52 a pour tangente : ....

16

Donner un encadrement d'amplitude 1 de la mesure d, en degrés, d'un angle aigu ou obtus sachant que le cosinus de cet angle est égal à : + 0,635

... < d < ...

17

Soit p l'angle de sommet P d'un triangle PQH rectangle en H.
Exprimer à l'aide des mesures PQ, PH et QH des côtés de ce triangle : sin p, cos p et tg p.

sin p = ... cos p = ... tg p = ...

18

Dans un triangle RST rectangle en R, le côté [RS] a pour mesure en cm, 10 et l'angle de sommet S a pour mesure, en degrés, 39.
Donner une valeur approchée à 0,1 près de la mesure RT du côté [RT]

19

ABC est un triangle rectangle en A dont les côtés [AB] , [AC] et [BC] ont pour mesure, en cm : 3 ; 4 et 5.
Donner un encadrement d'amplitude 1 de la mesure c, en degrés, de l'angle de sommet C.

20

... < c < ...

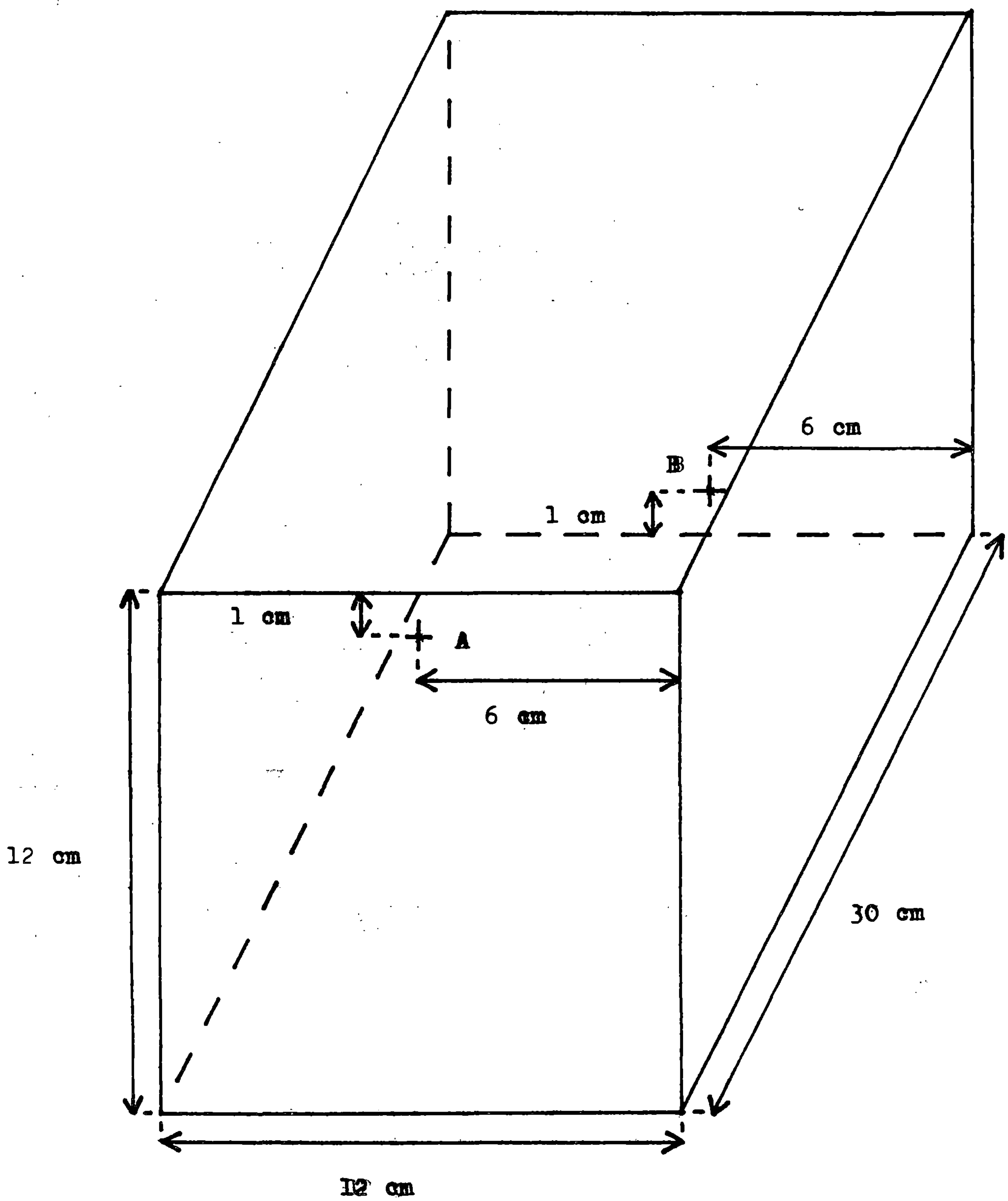
IREM DE BESANCON

3 ACT 1

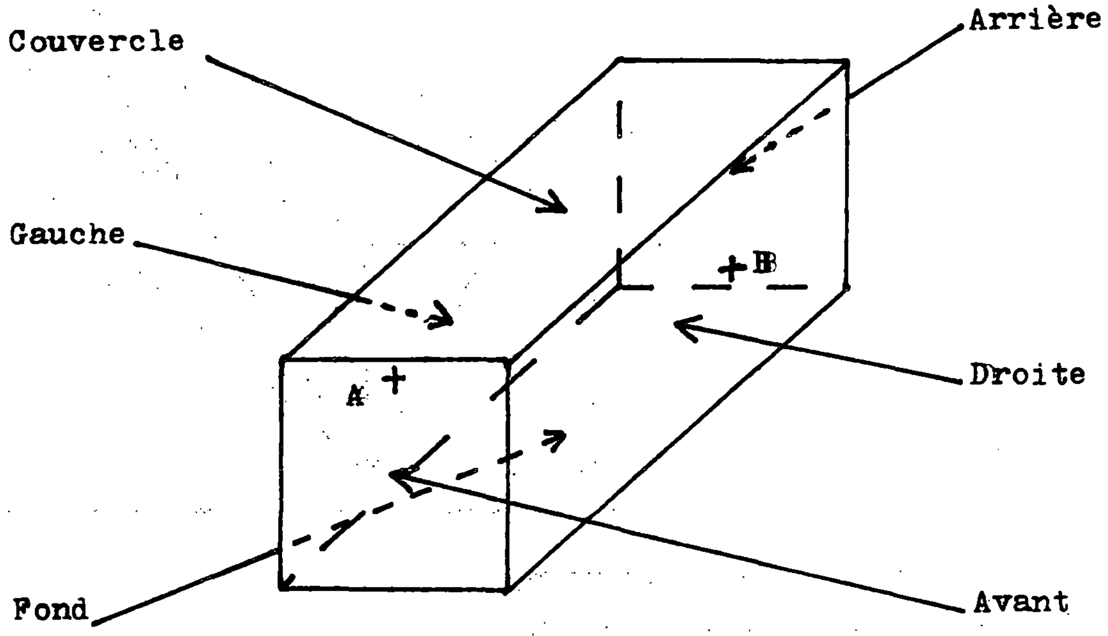
Nom :

Classe :

Voici un pavé droit (parallélipipède rectangle) sur lequel deux points A et B sont placés .



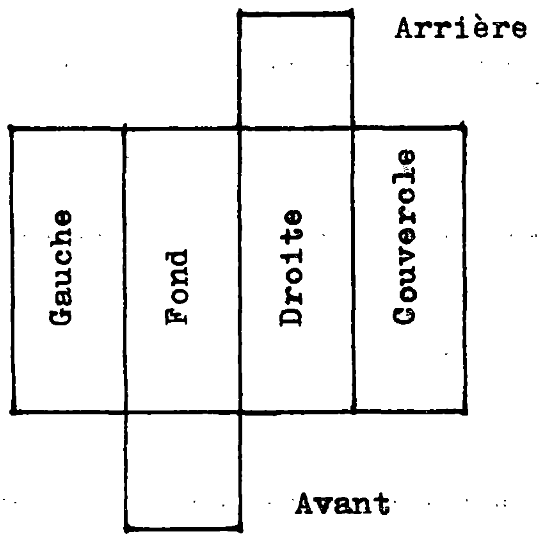
Les noms suivants sont donnés aux faces du pavé pour permettre de mieux les repérer .



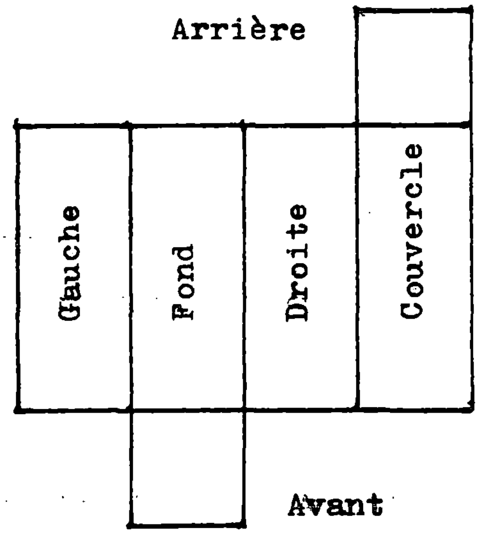
La face " avant " contient le point A .
La face " arrière " contient le point B .

Placer les points A et B sur chacun des quatre développements suivants du pavé droit .

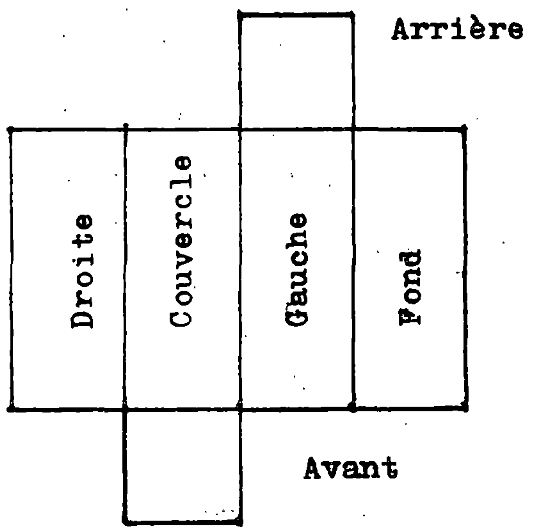
1)



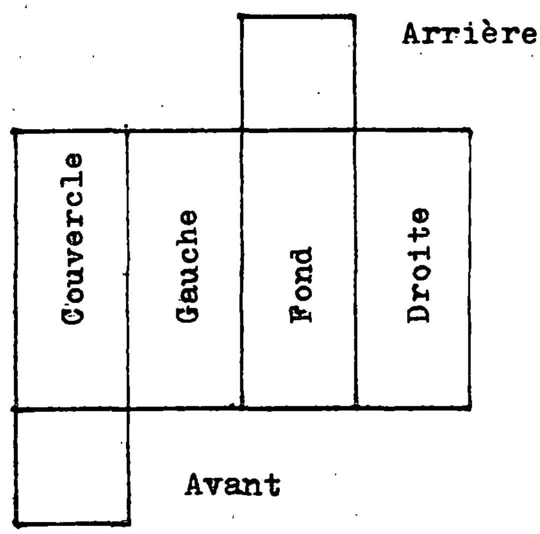
2)



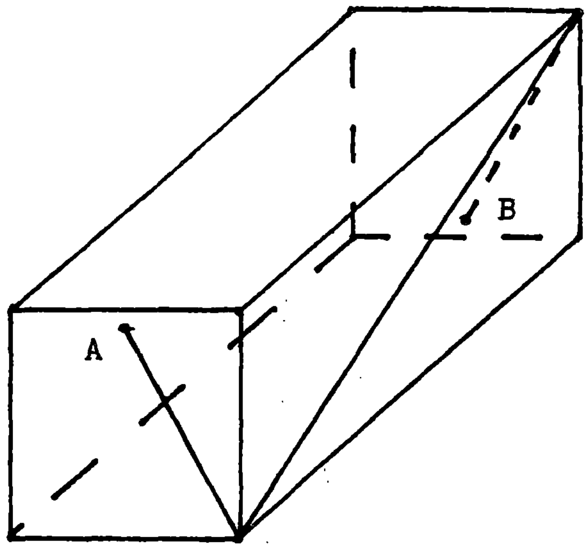
3)



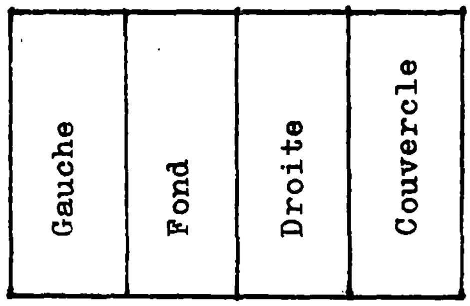
4)



Sur ce dessin est représenté le trajet d'une fourmi qui se déplace de A vers B sur les faces du pavé .



Compléter le développement du pavé de sorte que , sur le développement choisi , le trajet considéré soit une ligne brisée continue .



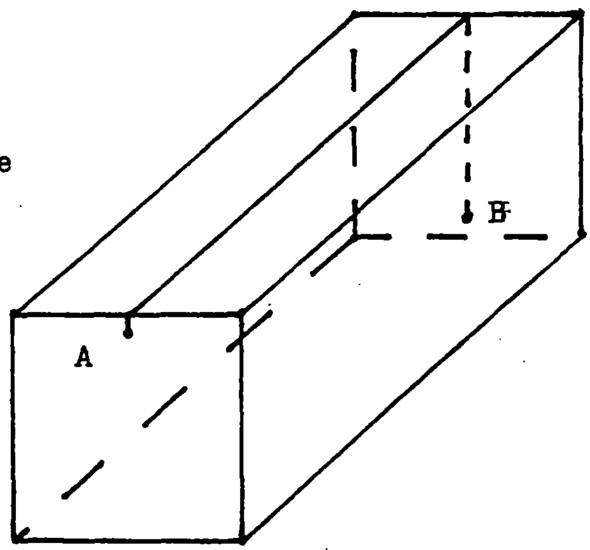
Puis dessiner ce trajet sur le développement choisi .

5

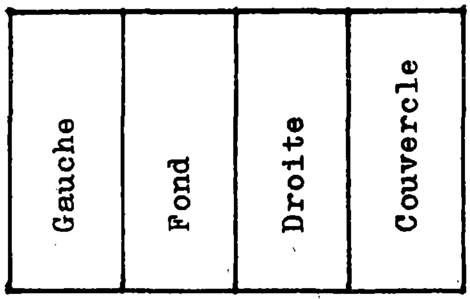
Calculer la longueur de ce trajet .

6

Sur ce dessin est représenté un autre trajet de la fourmi . La fourmi s'est encore déplacée de A vers B sur les faces du pavé .



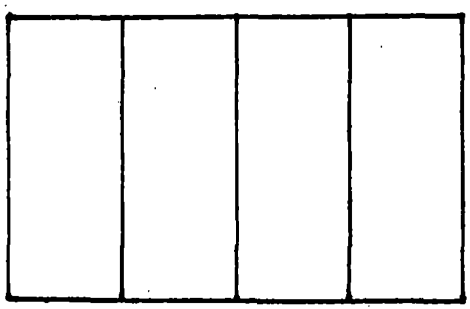
Compléter le développement du pavé, de sorte que , sur le développement choisi , le deuxième trajet considéré soit un segment .



Puis dessiner ce deuxième trajet sur le développement choisi . 7

Calculer la longueur de ce deuxième trajet . 8

Trouver , en considérant les développements de la page 2 , un cheminement , de A vers B sur les faces du pavé , plus court que les deux trajets précédents .
Compléter le développement du pavé et dessiner sur le développement choisi
le chemin proposé . 9



Calculer la longueur du chemin proposé . 10

Nom : Classe :

1ère partie

En empilant des oranges on peut obtenir des tas dont la forme fait penser à un tétraèdre (pyramide dont les quatre faces sont des triangles).

Par exemple avec 4 oranges on peut obtenir un tas à deux étages, le premier étage étant composé de 3 oranges et le 2ème d'une seule.

Combien faudrait-il d'oranges pour réaliser un tas de même forme à :

3 étages ? Réponse : 1

4 étages ? Réponse : 2

5 étages ? Réponse : 3

On dispose de 100 oranges et on souhaite construire un tas de même forme en utilisant le maximum d'oranges.

Combien le tas obtenu aura-t-il d'étages ? 4

Combien restera-t-il d'oranges ? ....

2ème partie

En empilant des oranges on peut aussi obtenir des tas dont la forme fait penser à une pyramide à base carrée.

Par exemple avec 5 oranges, on peut obtenir un tas à deux étages, le premier étage étant composé de 4 oranges et le 2ème d'une seule.

Combien faudrait-il d'oranges pour réaliser un tas de même forme à :

3 étages ? Réponse : 5

4 étages ? Réponse : 6

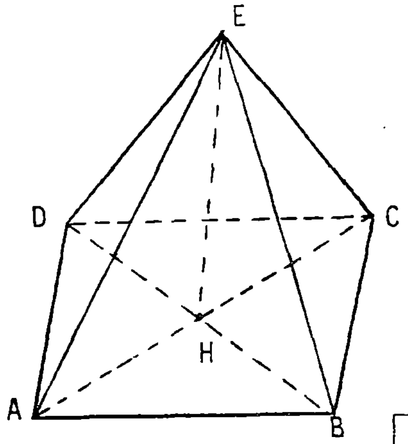
5 étages ? Réponse : 7

On dispose de 250 oranges et on souhaite construire un tas de même forme en utilisant le maximum d'oranges.

Combien le tas obtenu aura-t-il d'étages ? 8

Combien restera-t-il d'oranges ? ....

3ème partie



Considérons un tas composé de 5 oranges et ayant la forme d'une "pyramide à base carrée".

Supposons que les oranges sont bien "sphériques" et se touchent. Soient A, B, C, D et E les centres des 5 oranges.

On rappelle que la hauteur d'une pyramide de sommet E et de base ABCD est la perpendiculaire passant par E au plan de A, B, C et D.

Nous admettrons que, dans ce cas-ci, la hauteur de la pyramide est le segment [EH] , H désignant le milieu des diagonales de ABCD.

Supposons que les 5 oranges ont pour diamètre 10 cm

Compléter les égalités :

AB = ... BC = ... CD = ... DA = ... 9

AE = ... BE = ... CE = ... DE = ...

Calculer EH

EH = ... 10

Quelle est la hauteur de ce tas ? 11

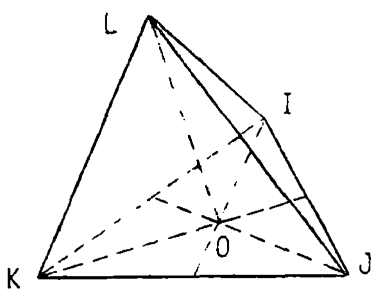
Placer le point C puis
dessiner les oranges de centres A, E et C

A × × E 12

4ème partie

Considérons un tas composé de 4 oranges et ayant la forme d'un "tétraèdre".

Supposons que les oranges sont bien "sphériques" et se touchent. Soient I, J, K et L les centres des 4 oranges.



Nous admettrons que, dans ce cas-là, la hauteur du tétraèdre est le segment [LO] , O désignant le centre de gravité du triangle IJK qui est situé aux deux tiers de chaque médiane à partir du sommet.

Supposons que les oranges ont pour diamètre 10 cm

Compléter les égalités :

IJ = ... IK = ... IL = ... JK = ... JL = ... LK = ... 13

Calculer LO

LO = ... 14

Quelle est la hauteur de ce tas ? 15

TABLE DES MATIERES

II - Compléments

0

0 0

IREM DE BESANCON
Dépôt légal 33/83
3ème Trimestre 1983