PISA, TIMSS, et les MATHÉMATIQUES

Étude réalisée pour le CNESCO

Antoine Bodin

IREM d'Aix-Marseille

(Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques)

Avec le concours de Nadine Grapin, maître de conférences à l'université Paris Est-Créteil

Étude commandée par le CNESCO (Conseil National d'évaluation du système SCOlaire) pour préparer la sortie des résultats de PISA 2015 et de TIMSS 2015.

L'essentiel de cette étude a été intégrée dans le rapport officiel du CNESCO par son directeur scientifique, Jean-François Chesné, que je remercie vivement pour l'aide constante qu'il m'a apportée.

Merci aussi a Franck Salles, chargé d'études à la Depp pour son aide amicale et pour ses conseils.

Le rapport complet du CNESCO, téléchargeable à l'adresse ci-dessous, intègre l'étude faite pour les sciences par Cécile de Hosson et Nicolas Décamp, ainsi qu'une contribution de Pierre Vrignaud pour les traitements statistiques.

Retrouvez les publications du Cnesco : www.cnesco.fr

Sommaire

1 Introduction

Dans un monde de plus en plus interconnecté, dans le secteur éducatif comme dans les autres, chacun est plus ou moins intéressé à connaître et à comprendre comment les choses se passent ailleurs. C'est le cas des chercheurs qui s'intéressent aux éventuels invariants ou aux facteurs de différenciation entre les systèmes éducatifs. C'est le cas des décideurs politiques et des responsables des systèmes éducatifs qui cherchent dans les comparaisons internationales des éléments qui seraient de nature à les aider dans leurs actions au service de l'amélioration de leurs propres systèmes (le *benchmarking*[1]). Ils cherchent aussi à s'assurer que le niveau des élèves de leurs pays ne s'éloigne pas trop des standards internationaux.

Ces éléments d'évaluation viennent compléter et mettre en perspective ceux qui sont obtenus par des sources nationales ; en France, en particulier, par les évaluations menées par la direction de l'évaluation de la programmation et de la prospective (Depp).[2]

Les programmes PISA (Programme international pour l'évaluation des élèves) et TIMSS (Tendances Internationales dans l'Enseignement des Mathématiques et des Sciences)[3] sont sans doute les plus importants des programmes mis en place pour comparer les systèmes éducatifs. À eux deux ils couvrent la quasi-totalité des pays et des systèmes éducatifs de la planète ; en tout cas, plus de 90% de son économie.

Tous les 3 ans depuis l'année 2000, les résultats de PISA sont présentés et commentés par l'OCDE (Organisation de Coopération et de Développement Économiques) dans chacun des pays concernés, puis, dans ces pays, par les instances gouvernementales. Les médias tant professionnels que généralistes présentent et commentent à leur tour les résultats obtenus et produisent ou renforcent un effet palmarès plus ou moins orienté ; les décideurs s'appuient sur ces résultats pour alerter sur tel ou tel point, pour promulguer de nouvelles instructions et, dans de nombreux pays, pour influer sur les programmes d'enseignement et sur la formation des enseignants.

TIMSS est sans doute moins connu en France car depuis 1995 le pays avait abandonné sa participation à ce programme. Cependant, celle-ci a repris en 2015 et l'on ne manquera pas d'en entendre parler lorsque les résultats seront publiés (29 novembre 2016).

De nombreuses questions se posent à propos de ces programmes et des enquêtes qu'ils conduisent ; questions qui intéressent à des titres divers tous les acteurs de notre société.

Pourquoi ces programmes ? Qui en est responsable ? En quoi sont-ils comparables ? Leurs objectifs sont-ils similaires ou sont-ils complémentaires ? Les méthodes utilisées et les résultats publiés sont-ils fiables ? Les évaluations menées sont-elles, comme on a pu le dire, « culturellement biaisées » ?

---

[1] La présente étude évite au maximum l'emploi de termes de la langue anglaise. Lorsqu'il semblera nécessaire d'utiliser de tels termes, ils seront placés en italique et entre guillemets. « *Benchmarking* » fait partie de ces mots qui n'ont pas d'équivalent en français.

[2] Signalons qu'au cours de ces dix dernières années, les méthodes statistiques utilisées par la Depp se sont considérablement rapprochées de celles utilisées par les enquêtes internationales : utilisation des modèles de réponses aux items, construction d'échelles, etc.

[3] Voir en annexe la signification des sigles et acronymes

Ces enquêtes peuvent-elles contribuer à l'amélioration de notre système éducatif ? Et si oui, comment ? Etc.

Ces questions et d'autres de nature plus philosophiques ou politiques ont suscité de nombreuses polémiques, en France et dans beaucoup d'autres pays. La bibliographie donne quelques pistes mais la production dans ce domaine est vaste et l'information facile à trouver sur le Web. L'objet du présent rapport se limite à éclairer sur les cadres de référence des programmes PISA et TIMSS et sur leurs opérationnalisations. Nous laisserons donc les polémiques de côté.

Au fil des années, les programmes PISA et TIMSS sont devenus des organisations munies de moyens humains, méthodologiques et technologiques inégalés et personne, sans doute, ne peut prétendre en maîtriser tous les aspects.

Le présent rapport se limite pour l'essentiel à une information sur les volets mathématiques et physique de ces enquêtes. Il n'aborde qu'incidemment les questions d'analyse des données et celles, habituellement mises en exergue, des résultats.

Notons encore que bien que centrées sur les mathématiques, certaines parties de la présente étude sont valables pour les autres domaines de ces enquêtes.

Au cours de l'année 2015, la France a participé à ces enquêtes pour divers niveaux de la scolarité. En complément de nombreux documents et articles publiés antérieurement (cf. bibliographie), il a paru important de proposer à un large public, sous forme synthétique, des clés de lecture et d'interprétation des résultats qui seront publiés au cours du mois de décembre 2016.

Après une présentation générale des programmes PISA et TIMSS, nous évoquerons la question des traductions des documents officiels, lesquels, dans leur grande majorité, sont d'abord rédigés en langue anglaise. Cette question nous permettra de mettre en lumière certaines différences de conceptions existantes entre les systèmes éducatifs de langue anglaise et le système éducatif Français en matière d'éducation ; différences qui peuvent expliquer certaines difficultés tant dans la compréhension des objectifs des enquêtes que dans l'interprétation des résultats.

Le rapport se poursuivra avec une présentation détaillée des cadres de référence des deux programmes. Ces cadres sont en quelque sorte des cahiers des charges définis pour piloter l'élaboration des instruments utilisés (tests, questionnaires et rapports). Une connaissance minimale de ces cadres est indispensable pour quiconque ne souhaite pas se limiter à la lecture des classements et des échelles de type palmarès qui sont régulièrement publiés.

Des exercices utilisés pour l'évaluation des connaissances et des compétences du domaine mathématique sont ensuite présentés et analysés.

2 Présentation générale des enquêtes PISA et TIMSS

Les enquêtes internationales sont de plus en plus nombreuses et touchent tous les domaines. Dans celui de l'éducation, elles concernent tous les niveaux, de l'élémentaire à l'université et la plupart des disciplines. Elles concernent même les adultes qui ne sont plus scolarisés. Les revues et ouvrages spécialisés se font régulièrement l'écho de ces enquêtes en insistant souvent davantage sur les résultats que sur les objectifs et les méthodes utilisées.

Parmi ces enquêtes, la plus connue est sans doute, au niveau du CM1, le Programme international de recherche en lecture scolaire (PIRLS), menée par l'Association internationale sur l'évaluation et la réussite scolaire (IEA). Pour les adultes, citons le Programme pour l'évaluation internationale des compétences des adultes (PIAAC) ainsi que l'enquête sur la littératie et les savoir-faire des adultes (ALL). Ces deux programmes sont aussi menés par l'OCDE et partagent avec PISA des objectifs, des analyses, et des méthodes.

D'autres enquêtes internationales concernent le préscolaire, la citoyenneté, les compétences numériques (digitales), la formation des enseignants, les pratiques pédagogiques etc. Le lecteur trouvera une information exhaustive sur les sites de l'IEA et de l'OCDE (voir adresses utiles en fin de bibliographie).

En ce qui concerne PISA et TIMSS on trouvera dans les nombreux documents en accès libre, sur Internet et partiellement en français, des descriptions plus ou moins détaillées des objectifs et des méthodes en question (cf. bibliographie).

Certains des documents publiés par l'OCDE à propos de PISA le sont en français. Toutefois, il s'agit en général de traductions des documents rédigés en anglais. Les traductions sont utiles, mais, ainsi que nous l'avons dit plus haut, elles masquent souvent les différences de culture existant entre les conceptions anglo-saxonnes et les conceptions latines en matière d'éducation (cf. chapitre 3). Nous avons donc choisi de partir des documents d'origine et le plus souvent de produire nos propres traductions. Pour TIMSS, comme il n'y a pas, jusqu'à présent, de documents en langue française, toutes les citations et tous les exercices d'évaluation ont été traduits par nous.

2.1 L'IEA et les enquêtes sur l'enseignement des mathématiques.

L'IEA est une association internationale sans but lucratif, indépendante des États et dont les membres sont des organismes de recherche universitaires ou gouvernementaux. L'IEA conduit des enquêtes internationales à grande échelle dans le domaine de l'éducation.

TIMSS s'inscrit dans l'histoire des enquêtes de l'IEA, laquelle débute dans les années 60 avec, en particulier, FIMS en 1964 (Première Étude Internationale sur l'Enseignement des Mathématiques), puis SIMS en 1982 (Seconde Étude).

TIMSS a d'abord été, en 1995 et en 1999, l'acronyme anglais de « Troisième Étude internationale sur l'Enseignement des Mathématiques et des Sciences » de l'IEA, pour devenir en 2003 celui du programme « Tendances Internationales dans l'Enseignement des Mathématiques et des Sciences ».

Depuis 1995, les enquêtes TIMSS ont lieu tous les quatre ans pour les élèves qui sont dans leur quatrième ou huitième année de scolarité (en France, élèves de CM1 et de quatrième). Ces enquêtes ont aussi lieu de façon plus irrégulière pour les élèves en fin d'études secondaires (limitées aux seuls élèves des classes à orientation scientifiques après 1995).

La dernière étude TIMSS a eu lieu en 2015, simultanément pour ces trois populations. Toutefois, la France n'a participé que pour le niveau CM1 et pour le niveau des classes terminales scientifiques (terminales S).

Le nombre de pays ou systèmes éducatifs participant aux enquêtes TIMSS est irrégulier ; de plus, les pays peuvent ne participer que pour un ou deux des niveaux concernés. En 2015, 57 pays ont participé à TIMSS, mais seulement 9 pays pour le niveau terminal (48 pour la quatrième année et 40 pour la huitième année).

La France a participé aux enquêtes FIMS et SIMS pour les élèves de quatrième et à TIMSS en 1995 pour les élèves de quatrième et pour ceux en fin d'études secondaires (toutes sections, y compris les classes de baccalauréat professionnel). Elle n'a repris sa participation qu'en 2015, mais seulement pour les élèves de CM1 (*grade 4*)[4] et pour ceux de terminale scientifique (*TIMSS Advanced*[5]).

2.2 L'OCDE et les enquêtes PISA

L'OCDE regroupe 35 pays parmi les plus riches de la planète. Sa mission « *est de promouvoir les politiques qui amélioreront le bien-être économique et social partout dans le monde* ». L'OCDE étant convaincue de l'importance de l'éducation tant pour le développement économique des pays que pour le bien-être des individus, elle ne peut manquer de s'intéresser de près à ce domaine.

Ainsi, en 1997, dans le cadre de sa réflexion sur les compétences clés, l'OCDE a lancé le programme PISA. La première étude a eu lieu en 2000 ; les autres ont suivi à intervalles de 3 ans. En 2015 a donc eu lieu la sixième étude du cycle PISA ; la septième, en préparation, aura lieu en 2018.

Les enquêtes PISA portent sur la littératie[6], dans un sens qui sera précisé plus loin ; elles concernent l'ensemble des élèves dont l'âge est compris entre 15 ans et trois mois et 16 ans et 2 mois quelle que soit la place qu'ils occupent dans le système éducatif (en 2012, en France, la moyenne d'âge des élèves qui ont passé les épreuves PISA était de 15 ans 8 mois).

Conçues en premier lieu pour les pays de l'OCDE, lesquels sont tenus d'y participer, les enquêtes PISA se sont rapidement ouvertes à tous les pays qui le souhaitaient et qui en avaient les moyens. Ainsi 71 pays ou systèmes économiques ont participé à PISA 2015 (dont les 34 pays de l'OCDE[7]).

2.3 Objectifs généraux et évolution des objectifs dans le temps

2.3.1 Les objectifs de TIMSS

TIMSS est d'abord conçu pour contribuer aux recherches sur l'enseignement des mathématiques et des sciences. Il s'agit d'étudier, dans une perspective comparatiste, les curriculums[8] mathématiques et scientifiques des pays participant aux enquêtes. Nous verrons plus loin que TIMSS distingue plusieurs niveaux de curriculum, mais précisons de suite que TIMSS s'intéresse d'abord aux contenus d'enseignement, à leur présence dans les programmes et aux acquis des élèves par rapport à ces contenus.

TIMSS cherche à mieux connaître les systèmes éducatifs en ce qui concerne l'enseignement des

[4] Noté TIMSS4 parla suite

[5] Que nous écrirons TIMSSADV dans la suite de ce rapport

[6] Littératie ou littératie ? L'orthographe n'est pas fixée mais une recherche d'occurrences sur Internet montre que littératie est environ 10 fois plus souvent utilisé que littératie. Dans cette étude, nous adoptons donc l'orthographe littératie.

[7] La Lettonie, qui participait à PISA 2015 comme pays partenaire, est devenue membre de l'OCDE en 2016.

[8] Bien que le mot commence à être utilisé dans la littérature de langue française, précisons que le curriculum concerne, certes, les programmes d'enseignement, mais aussi tout ce qui contribue à l'expérience scolaire des élèves.

mathématiques et des sciences et non, directement, à améliorer ces systèmes. En témoigne la publication d'une encyclopédie régulièrement mise à jour résumant les curriculums mathématiques et scientifiques, ainsi que les politiques éducatives de près de 80 pays ou systèmes éducatifs (Mullis, I.& *al* (ed.) 2012). De ce point de vue TIMSS mène bien des enquêtes comparatives et non des évaluations.

Le but premier de TIMSS a toujours été et reste aujourd'hui la constitution d'une base de données mise à la disposition des chercheurs concernés par l'éducation mathématique et scientifique. De ce fait, dans de nombreux pays, les centres chargés des enquêtes TIMSS sont des institutions universitaires.

Le rapport international publié par l'IEA est par conséquent peu étoffé et laisse la place à de nombreuses analyses secondaires. Alors que l'OCDE tend à être exhaustif sur le traitement statistisque des données produites par l'étude.

TIMSS est largement indépendant des États, lesquels sont libres d'y participer ou non. Toutefois, TIMSS entretient des relations étroites avec les gouvernements et avec les responsables des systèmes éducatifs qui participent à ses enquêtes. Cette participation n'est pas gratuite, ce qui donne de fait un droit de regard des gouvernements sur le déroulement des enquêtes. TIMSS ne fournit pas à ces gouvernements des évaluations toutes faites et ne cherche pas à s'immiscer dans les politiques éducatives. Il se limite à fournir des informations leur permettant de construire ou de compléter leurs évaluations nationales tout en les replaçant dans un contexte international.

2.3.2 Les objectifs de PISA

Les enquêtes PISA, organisées par l'OCDE, obéissent d'abord à des préoccupations de nature économiques et sociétales. En particulier, l'OCDE part de l'idée que le développement des économies des pays dépend largement de la qualité de leurs systèmes éducatifs. En 1997, l'OCDE a assigné à PISA la mission de « *déterminer dans quelle mesure les élèves qui approchent du terme de leur scolarité obligatoire possèdent les savoirs et les savoir-faire indispensables pour participer à la vie de la société* » (OCDE2005).

Pour l'OCDE, et donc, pour PISA, les connaissances n'ont d'intérêt pour l'ensemble des citoyens que dans la mesure où ces derniers seront capables de les utiliser pour résoudre les problèmes qu'ils sont susceptibles de rencontrer dans la « vie réelle ».

Les enquêtes PISA sont essentiellement destinées à informer les décideurs nationaux et à les aider à orienter leurs décisions. De plus, l'OCDE, à partir de ses propres objectifs et des résultats des enquêtes PISA, émet régulièrement des recommandations, plus ou moins insistantes selon les cas et selon les pays, les incitant à modifier leurs systèmes éducatifs.

PISA, comme TIMSS, produit une base de données très importante qui, elle aussi, est mise à la disposition des chercheurs.

2.4 Préparation et organisation des enquêtes

2.4.1 Éléments communs à PISA et à TIMSS

La préparation et l'organisation des enquêtes PISA et TIMSS sont des opérations complexes qui mobilisent de très nombreux acteurs sur toute la planète. De plus, pour chacun des cycles de l'étude, de 500 000 à 1 000 000 d'élèves passent les épreuves dans plus de 80 pays, et cela dans des conditions aussi sécurisées et contrôlées que possible. Évidemment dans chaque pays, seul un échantillon représentatif d'élèves est soumis aux épreuves ; en France, cet échantillon est habituellement de l'ordre de 5 000 élèves, répartis dans quelque 200 établissements publics et privés[9] (pour des informations plus précises sur la question de l'échantillonnage dans le cas français, voir les notes de synthèses de la Depp (ou DEP) citées en référence).

En ce qui concerne PISA, dans chaque établissement de l'échantillon, une ou plusieurs classes (selon la taille de l'établissement) est sélectionnée au hasard et dans chacune de ces classes un nombre précis d'élèves est choisi au hasard. Pour TIMSS, ce sont des classes entières qui sont sélectionnées et qui répondent aux questionnaires.

Pour ces deux programmes, sauf pour TIMSSADV, les cahiers de tests sont composites et comportent des exercices de plusieurs domaines (par exemple mathématiques, lecture et sciences pour PISA). Les élèves d'une même classe ne traitent pas les mêmes exercices (mais ils répondent aux mêmes items des questionnaires contextuels).

Pour TIMSSADV, les cahiers de tests sont organisés par discipline : les cahiers de mathématiques et les cahiers de physique sont séparés.

Des exercices communs à plusieurs cahiers de tests permettent des raccordements, ce qui exige des méthodes probabilistes assez complexes utilisées pour le traitement des résultats.

La préparation de chaque étude commence trois ans avant la passation des cahiers de tests et des questionnaires. Le travail d'exploitation des données se poursuit en général trois années après leur passation. Les programme PISA et TIMSS s'inscrivant dans le temps long, il y a un fort souci de continuité et de cohérence entre les différents cycles des enquêtes. Disons par exemple que dans les deux programmes, une partie des questions ont été passées de la même façon depuis 15 ou 20 ans et qu'il est possible et intéressant de voir l'évolution des résultats aussi bien question par question qu'en s'intéressant aux échelles globales.

Par exemple, la question M273Q01T dénommée « conduites » est utilisée depuis la première enquête de PISA. Cette question du domaine géométrie n'étant pas libérée, il n'est pas possible de la présenter ici. Les résultats sont cependant intéressant à observer.

> Nadine écrit à juste titre : *J'ai l'impression que ce paragraphe sur la comparaison de résultats et avec l'entrée garçons-filles est un peu long et rompt un peu le rythme de lecture parce que l'on passe d'une présentation d'éléments globaux à des choses très locales…à voir avec JFC peut être avant de changer.*
>
> Je crois en effet qu'il faut lui trouver une autre palce.

[9] Enquêtes 2015 en France : échantillon PISA : 6000 élèves dans 250 établissements. TIMSS4 : 5000 élèves dans 150 établissements. TIMSSADV : 8000 élèves dans 150 établissements (source Depp).

	2000	2003	2006	2009	2012	2015
OCDE	54%	**52%**	54%	53%	**51%**	44%
FRANCE	**52%**	**57%**	**51%**	**51%**	**49%**	**45%**
France GARÇONS	59%	63%	56%	54%	55%	50%
France FILLES	45%	51%	47%	47%	44%	39%

On remarque immédiatement que, pour cette question, la moyenne de réussites dans l'OCDE est restée stable au fil des enquêtes et que, mis à part le résultat de 2003, pour lequel on peut soupçonner un effet d'échantillonnage,[10] il en a été de même dans le cas français. Compte tenu des marges d'erreurs de l'enquête[11], les différences observées entre 2000 et 2012 ne sont pas significatives. D'une façon générale, on sait que pour la France, dans le domaine de la littératie mathématique, PISA a enregistré une baisse de niveau entre 2003 et 2012 ; toutefois, au niveau des questions posées il n'y a pas baisse systématique. Le taux de réussite à certaines questions a baissé de façon importante tandis que pour d'autres il est resté stable et que pour d'autres enfin il s'est accru.

Le tableau suivant présente les résultats d'une question du domaine quantités : question PM192Q01T dénommée « récipients » que nous ne sommes pas autorisés à publier.

	2000	2003	2006	2009	2012	2015
OCDE	37,8	**40,41**	40,32	41,12	**40,42**	?
FRANCE	**36,5**	**36**	**34,45**	**40,27**	**39,14**	**?**
France GARÇONS	43,4	42,79	37,15	48,34	45,21	?
France FILLES	29,3	23,73	31,83	33,11	33	?

Comme pour la question précédente, on observe une certaine stabilité dans les résultats, avec, même, une tendance à la hausse.

Au delà des résultats globaux, on observe que ces deux questions discriminent de façon importante les filles par rapport aux garçons ; cela de façon stable dans le temps (différence de réussite : entre 10 et 14 points).

Pour ces deux questions, il est vrai assez souvent discriminantes par rapport au genre, certains pays ont sur ce point une différence beaucoup plus faible, voire nulle ou négative.

[10] Rappelons que que tous les résultats sont accompagnés d'une marge d'erreur reconnue et assumée (due aux fluctuations d'échantillonnage).

[11] Occasion de signaler que PISA publie tous ses résultats avec des intervalles de confiance au seuil de 95%. Malheureusement, cet aspect normal des erreurs de mesure n'est pas toujours pris en compte par les commentateurs. Nous prenons 2003 et 2012 comme références principales parce que ce sont les enquêtes les plus fiables pour la littératie mathématique (domaine majeur).

En ce qui concerne le cas français, on trouve aussi des questions auxquelles les filles réussissent mieux que les garçons. Une étude approfondie serait nécessaire mais il est déjà établi que le contexte de la question influence les résultats des élèves selon les groupes auxquels ils appartiennent (garçons, filles, milieux défavorisés, favorisés, âge,…). On pourra se reporter sur ce point aux études EVAPM (cf. références).

Ces remarques faites à partir de deux exercices de PISA pourraient être faites de la même façon pour des questions de TIMSS, du moins dans le cas où les enquêtes auront été suivies dans le temps. En France, ce ne sera possible, pour l'instant, que pour les questions de TIMSSADV reprises de l'enquête de 1995.

Nous avons présenté ces deux questions pour illustrer la façon dont les programmes PISA et TIMSS utilisent des questions d'ancrage pour relier de façon fiable leurs enquêtes successives.

Il y a cependant peu de questions que l'on peut suivre de cette façon depuis plus de 10 ans et malheureusement aucune d'entre-elles n'est publiable. Les résultats accompagnés des descripteurs des questions permettent toutefois des observations intéressantes. Les méthodes statistiques et probabilistes utilisées pour présenter les résultats des enquêtes font que l'information portée par les questions d'ancrage est dissoute dans le calcul des échelles et assure la comparabilité des échelles successives ((cf. 6 9.2).

On voit bien l'intérêt qu'il y a à sortir de la contemplation d'échelles et de palmarès toujours réducteurs pour s'intéresser aux questions elles-mêmes et à ce que leurs analyses (cf. chap.8) et l'analyse des résultats qu'elles obtiennent peut apporter à l'enseignement et en particulier à la formation des enseignants.

Pour terminer ce paragraphe, signalons que, pour PISA comme pour TIMSS, les cahiers de tests sont accompagnés de questionnaires de contexte de divers type (voir plus loin cette question). Ainsi que nous l'avons dit plus haut, les données issues de ces questionnaires (cognitifs et contextuels) sont mises en relation et nourrissent nombre d'enquêtes et rapports.

Ces questionnaires comportent eux aussi des items qui sont suivis au fil des enquêtes et qui permettent des comparaisons dans le temps. Ils permettent en particulier d'associer des variations dans les résultats à des variations curriculaires ou sociétales.

En France l'organisation et l'exploitation de ces deux enquêtes est confiée à la direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance du ministère de l'éducation nationale (Depp). Voir à ce propos dans la bibliographie « Documents officiels du ministère de l'Éducation nationale », en particulier les notes d'information de la Depp et Salles 2012.

2.4.2 Spécificités des enquêtes PISA

L'OCDE, sur appel d'offres, sélectionne des organismes publics ou privés[12] qui forment le « consortium » en charge de mener l'enquête[13] et met en place un conseil de direction de PISA.

[12] Ici il faut mentionner le changement 2015 année à partir de laquelle Pearson entre dans le consortium, notamment pour la conception des cadres d'évaluation. Le conflit d'intérêt entre le concepteur du cadre PISA et le marchand international de manuels scolaires qu'est Pearson peut inquiéter.

[13] For PISA 2012, the development and implementation of the cognitive assessment and questionnaires, and of the international options, was carried out by a consortium led by the Australian Council for Educational Research (ACER). Other partners in this Consortium include :

Outre le président, ce conseil de 63 membres (chiffres 2012) comporte un représentant officiel de chacun des pays participants (OCDE ou non).

De plus, chaque pays nomme un directeur national de l'étude.

Le conseil de direction, en accord avec l'OCDE nomme ensuite les membres de divers groupes d'experts (experts choisis pour leurs compétences, qui ne représentent pas tous les pays participants et qui ne dépendent pas de leurs gouvernements).

- Groupe d'experts mathématiques (10 membres ; aucun francophone et même aucun latin de 2000 à 2009).
- Groupe d'experts « sciences » (12 membres).
- Groupe d'experts « lecture » (7 membres).
- Groupe d'experts « résolution de problèmes » (8 membres).
- Groupe d'experts « questionnaires » (8 membres).
- Groupe d'experts techniques (11 membres).

En tout, environ 60 experts (les chiffres peuvent changer légèrement d'une enquête à l'autre) dont 8 de langue française, dont 5 Français.

À cela il faut ajouter une centaine d'experts membres du consortium ou indépendants (dont 5 francophones).[14]

Les exercices d'évaluation de PISA sont proposés par les membres du consortium et par les pays. Les groupes d'experts les classent et les évaluent. Une partie de ces exercices est soumise à un essai de terrain un an avant l'étude principale. Cet essai de terrain permet un premier paramétrage des questions et le choix des celles qui seront utilisées lors de l'étude principale.

Précisons ici le vocabulaire, tel qu'il sera utilisé dans ce rapport.

- cApStAn Linguistic Quality Control in Belgium,
- the Centre de Recherche Public Henri Tudor (CRP-HT) in Luxembourg,
- the Department of Teacher Education and School Research (ILS) at the University of Oslo in Norway,
- the Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF) in Germany,
- the Educational Testing Service (ETS) in the United States,
- the Leibniz Institute for Science and Mathematics Education (IPN) in Germany,
- the National Institute for Educational Policy Research in Japan (NIER),
- the Unité d'analyse des systèmes et des pratiques d'enseignement (aSPe) at the University of Liège in Belgium,
- WESTAT in the United States,

as well as individual consultants from several countries.

ACER also collaborated with Achieve, Inc. in the United States to develop the mathematics framework for PISA 2012.

[14] Il serait incorrect de déduire des chiffres données que les Français ne sont pas les bienvenus dans ce programme, bien au contraire. C'est, me semble-t-il plutôt le traditions administratives et unversitaires de notre pays qui bloquent les coopérations. Quoiqu'il en soit les modes de pensée et la culture éducative et curriculaire française n'ont pas dans PISA (et encore plus dans TIMSS) le poids qu'ils mériteraient d'avoir.

Point de vocabulaire – tentative de clarification

Exercices – Questions – Items

Dans ce rapport, nous appelons :

- Exercice ou exercice d'évaluation : une unité de test d'évaluation pouvant comporter plusieurs questions.
    - *PISA appelle en général item ce que nous appelons exercice.*
- Question : tout élément d'un exercice d'évaluation qui demande une réponse et qui sera l'objet d'un codage relevant de consignes de corrections standardisées.
- Cahier d'exercices ou cahier de tests : les cahiers regroupant des exercices d'évaluation, tels qu'ils ont été présentés aux élèves.
- Questionnaires : les questionnaires contextuels
- Items : les énoncés des questionnaires contextuels qui appellent une réponse ou un choix.

Depuis l'année 2000 les enquêtes PISA se sont focalisées sur la littératie, ou plutôt sur les trois premiers types de littératie qu'elles ont définis. En effet, pour des raisons pratiques, PISA distingue plusieurs sortes de littératie : compréhension de l'écrit (*reading literacy*), littératie mathématique, et littératie scientifique, puis financière, numérique (*digital*), citoyenne. Ainsi que nous l'avons dit plus haut, nous nous intéressons ici, essentiellement, à la littératie mathématique.

Lors de chaque cycle triennal, de façon tournante, l'une des trois premières littératies occupe environ les deux tiers des deux heures allouées à la passation des questionnaires cognitifs (un peu moins en 2015) ; c'est la majeure. Les deux autres littératies se partagent le temps restant. (à revoir)

Ainsi, en 2009, comme en 2000, PISA a porté principalement sur la compréhension de l'écrit. En 2012, comme en 2003, elle a porté principalement sur la littératie mathématique. En 2015, comme en 2006, elle a porté principalement sur la littératie scientifique. En 2018 ce sera à nouveau la compréhension de l'écrit, etc.

La dernière enquête PISA pour laquelle la littératie mathématique a été la partie la plus importante date de 2012. Elle peut être lue en continuité avec l'étude de 2003 et tous les rapports officiels ont été publiés et exploités. De nombreux articles ont été publiés partout dans le monde, ce qui fait qu'une synthèse était possible. Les choses auraient été différentes pour la littératie scientifique qui a été la dominante de PISA en 2015 mais dont les résultats ne seront connus qu'en décembre 2016 et dont les analyses restent à faire.

En 2015 l'évaluation PISA s'est focalisée sur le domaine scientifique. L'évaluation du domaine mathématique a cependant repris 85% des questions posées en 2012, cela pour permettre de suivre l'évolution des tendances. Sauf en ce qui concerne le passage à la passation des questions sur écran, le cadre de référence de 2015 est le même que celui de 2012.

Le tableau ci-dessous et la légende qui l'accompagne résument et complètent ce qui précède

LES DOMAINES COGNITIFS DE PISA[15]	Cycles des enquêtes PISA					
	2000	2003	2006	2009	2012	2015
Compréhension de l'écrit *Reading literacy*	M	m	m	M+	m+	m++
Littératie mathématique *Mathematical literacy*	m	M	m	m	M+	m++
Littératie scientifique *Science literacy*	m	m	M	m	m	M++
Résolution de problèmes[16] *Problem solving*		m			m	
Résolution collaborative de problèmes en ligne *Collaborative problem solving*						m++
Littératie financière *financial literacy*					m	m++

Légende du tableau

M : domaine majeur

M+ : domaine majeur avec une partie sur papier et une partie différente sur écran (optionnelle)

M++ domaine majeur, uniquement sur écran

m : domaine mineur

m+ : domaine mineur avec une partie sur papier et une partie sur écran

m++ : domaine mineur, uniquement sur écran

Pour PISA 2012, les exercices des différents domaines étaient répartis dans 13 cahiers différents. Chacun des élèves n'a passé que 2 cahiers sur une durée de 2 heures. De plus 30 minutes supplémentaires étaient occupées par la passation des questionnaires contextuels.

[15] Le cadre de référence parle de domaines cognitifs ou de domaines de l'évaluation.

[16] Voir 4.8

2.4.3 Spécificités des enquêtes TIMSS

L'organisation des enquêtes TIMSS s'appuie aussi sur un « consortium » mais est nettement plus simple que celle de PISA. L'IEA confie les enquêtes à un centre international situé dans une université (Boston College, USA) qui, en accord avec l'IEA délègue certaines parties de l'étude à d'autres organismes ou centres de recherche (*i.e.* traitements statistiques à Hambourg et Ottawa, etc.). Il faut noter que les deux consortiums ne sont pas disjoints. ETS, en effet est membre à la fois des consortiums de TIMSS et de PISA (voir § 6.1).

Comme cela est le cas pour PISA, chaque pays participant désigne un coordonnateur national de l'enquête.

L'équipe en charge de l'enquête, toujours en accord avec l'IEA, nomme les groupes d'experts internationaux :

- Groupe d'experts mathématiques (14 membres).
- Groupe d'experts sciences (14 membres).
- Groupe d'experts compréhension de l'écrit (*reading literacy*) (11 membres).

Soit 39 experts de diverses nationalités, mais aucun francophone depuis 1995.

Une spécificité de TIMSS qui mérite d'être soulignée ici est que, conformément aux habitudes du monde de la recherche, tous les documents de TIMSS sont signés de leurs auteurs, ce qui n'est pas le cas pour PISA.

2.4.4 Rôle et place du numérique dans les enquêtes

TIMSS, à ce jour, n'a pas intégré l'informatique ou l'algorithmique dans ses évaluations cognitives. Elle ne fait référence aux technologies numériques que dans ses questionnaires contextuels. Mis à part les traitements de données, elle n'utilise l'informatique que pour certains de ses questionnaires contextuels, lesquels peuvent être renseignés en ligne.

PISA de son côté attache une attention de plus en plus grande à la question du numérique ; les questionnaires contextuels contiennent nombre d'items sur la place de l'informatique dans l'enseignement ; items dont les réponses ont alimenté de nombreux rapports.

Dès PISA 2000, le cadre de référence insistait sur l'importance de l'utilisation de l'ordinateur tant dans le domaine de la compréhension de l'écrit (*reading literacy*) que dans celui de la littératie mathématique. Dans ce domaine, la description de chaque catégorie de contenus contenait déjà un paragraphe sur l'utilisation des outils numériques (tableurs, logiciels de géométrie dynamique, etc.) dans l'enseignement des mathématiques. La passation des questionnaires sur papier, mais aussi les différences dans les équipements et dans les pratiques des pays participants ont longtemps empêché la prise en compte de ces outils dans les exercices d'évaluation.

PISA2009, dont le domaine majeur était la compréhension de l'écrit (*reading literacy*), a introduit « *une nouvelle composante concernant la capacité des élèves à lire et comprendre des textes sur support électronique, afin de tenir compte de l'importance que l'informatique a pris dans les sociétés modernes* ». (OCDE 2009). Cela s'est traduit par la passation sur ordinateur d'exercices du domaine compréhension de textes spécialement conçus à cet effet. 19 pays, dont la France, ont participé à ce volet de l'étude.

Ce premier essai, jugé réussi, a convaincu l'OCDE de l'intérêt de faire passer du tout « papier crayon » à des passations sur ordinateur.

La question de l'intégration du numérique dans le questionnement cognitif doit toutefois être distinguée de celle de l'utilisation d'outils numériques dans la résolution de situations mathématiques.

En ce qui concerne le domaine mathématique, PISA2012 a proposé une version optionnelle sur écran des questionnaires cognitifs, version complémentaire de la version sur papier : 32 pays, dont la France, ont choisi l'option sur écran. Les questions utilisées, conçues pour un passage sur écran étaient différentes de celles de la version sur papier. Les classements des pays n'ont pris en compte que les résultats des questionnaires sur papier mais le rapport de 2015 donne aussi les résultats des questionnaires sur écran. Les travaux menés par l'OCDE pour comparer les deux modes de passation ont conclu à une certaine équivalence et à la possibilité de passer au tout numérique sans nuire à la qualité des échelles de scores ni à la poursuite de leur comparabilité dans le temps en effectuant éventuellement les ajustements statistiques nécessaires.

Signalons encore que l'épreuve de résolution de problèmes (*problem solving*) de 2012 a été passée uniquement sur ordinateur avec une utilisation importante de l'interactivité permise par ce média.

Un pas supplémentaire a été fait dans l'utilisation du numérique avec PISA2015. Dans cette enquête, un nouveau domaine est en effet venu remplacer le domaine résolution de problèmes : la résolution collaborative de problèmes. Cette fois, ce sont les ressources (ou les simulations) de la communication à distance qui sont mises à profit pour résoudre des problèmes dans le cadre d'une collaboration (simulée) avec autrui.

Finalement, c'est maintenant l'ensemble des domaines de l'évaluation qui sont passés, officiellement, en mode numérique. Toutefois des versions sur papier ont été produites pour les pays qui n'auraient pas pu ou voulu passer au tout numérique.

Concernant le domaine mathématique, dans la mesure où l'ensemble des exercices posés étaient repris de PISA2012, il n'a pu s'agir que d'une adaptation des exercices à l'écran, sans autre utilisation des outils numériques.

3 Questions linguistiques soulevées par PISA et TIMSS

Le français et l'anglais étant les deux langues officielles de l'OCDE, une partie des documents de PISA, mais seulement une petite partie, dont les exercices d'évaluation[17], sont publiés dans ces deux langues. En ce qui concerne les exercices d'évaluation et les items des divers questionnaires, des procédures complexes et relativement efficaces sont utilisées pour assurer l'équivalence des versions anglaises et françaises (les autres versions sont ensuite traduites soit de l'anglais, soit du français) et ces traductions font l'objet de procédures de contrôle supervisées au niveau international. Cette efficacité est moindre pour les cadres de référence (*frameworks*) et pour les divers rapports. Nous montrerons plus loin comment la lecture exclusive des documents publiés en langue française peut conduire à des interprétations erronées ou réductrices des cadres de référence et des résultats des enquêtes PISA.

[17] Pour les exercices d'évaluation, pas de travail de traduction en France pour PISA ; seulement des adaptations des versions internationales en français. Pour TIMSS,tout est traduit en France.

Pour TIMSS, le problème est plus simple. Il n'y a en effet qu'une langue source, à savoir l'anglais.

Ainsi que le souligne Rey (2012), le passage d'une langue à une autre n'est pas sans poser de redoutables problèmes. Voir aussi Artigue & Winslow 2010.

> *Les évaluations externes internationales butent par ailleurs toujours sur la difficulté d'utiliser des concepts et des mots qui gardent une même signification à travers plusieurs langages : même si une traduction est techniquement correcte, la connotation et l'utilisation des mots identiques peuvent varier d'un pays à l'autre. Il ne faut pas sous-estimer les biais issus des traductions ou des sens différents des consignes selon les langages et les aires culturelles. (Rey, 2012)*

Notons que pour tenter d'atténuer l'effet des traductions et de la reprise de traductions qui peuvent conduire à des interprétations erronées, la présente étude se base essentiellement sur les documents originaux en langue anglaise.

Dans les paragraphes qui suivent, nous allons passer en revue les notions et concepts les plus importants auxquels se réfèrent PISA et TIMSS et voir la façon dont ils sont exprimés dans la langue source, l'anglais, puis traduits en français.

3.1.1 Littératie, numératie, littératie mathématique et culture mathématique

Le concept central des enquêtes PISA est celui de littératie. Dans la littérature de langue anglaise, le terme « *literacy* » apparaît dès les années 50. Il ne s'est d'abord appliqué qu'à la question de la maîtrise de la langue avant de se propager à d'autres domaines. Lorsqu'il est utilisé dans son sens premier, ce terme voisine avec « *numeracy* » qui, nous le verrons plus loin, est encore largement utilisé lorsqu'il est question de savoir-faire de base relevant des mathématiques.

En français, le néologisme littératie est maintenant couramment utilisé mais peut signifier des choses assez différentes allant de la simple alphabétisation à la culture au sens large.

PISA évalue la littératie en même temps qu'elle la définit dans un sens particulier. Aussi conviendrait-il mieux de parler de PISA-littératie. En 2000, l'OCDE donne la définition suivante de la littératie

> La littératie est l'*« aptitude à comprendre et à utiliser l'information écrite dans la vie courante, à la maison, au travail et dans la collectivité en vue d'atteindre des buts personnels et d'étendre ses connaissances et ses capacités. »* (OCDE 2000)

Dans le cadre des enquêtes PISA, l'OCDE utilise la notion de littératie pour l'appliquer à divers domaines : littératie mathématique, littératie scientifique, littératie financière, etc.

Ailleurs, par exemple pour l'étude PIAAC, l'OCDE reprends la définition de l'UNESCO :

> *La littératie est la capacité à identifier, comprendre, interpréter, créer, communiquer et calculer, en utilisant des matériaux imprimés et écrits associés à des contextes variables.* (UNESCO 2005)

Cette définition, qui ne limite pas le champ de la littératie à la compréhension de l'écrit (*reading literacy*) est sans doute la plus proche de celle implicitement utilisés pour les enquêtes PISA.

Quoi qu'il en soit, la traduction du terme anglais « *literacy* » par « culture » est pour le moins maladroit.

Le tableau ci-dessous présente la façon dont ce terme est traduit en différentes langues dans les documents officiels relatifs à PISA et publiés dans plusieurs pays.

Anglais	**Français**	Italien	Espagnol	Portugais	Allemand
Literacy	**Culture**	Alfabetizzazione	alfabetización	alfabetização	Grundbildung

Sans être linguiste, on peut se douter que ces dénominations ne résonnent pas de la même façon dans les divers pays. En particulier le terme de culture évoque en français tout autre chose qu'un ensemble de *compétences* utiles dans la vie courante.

Plus précisément, le tableau suivant compare le nombre d'occurrences des mots « culture » et « littératie » dans les versions françaises et anglaises du cadre de référence de PISA 2012 pour le domaine mathématique.

Étude du cadre de référence de PISA 2012 pour le domaine mathématique	
Langue anglaise : ***Mathematics Framework***	**Langue française :** **Cadre d'évaluation de la culture mathématique**
Literacy : 84 occurrences *Culture* : 0 occurrence	Littératie : 0 occurrence Culture : 133 occurrences

On le voit, le terme « *literacy»* est le plus souvent traduit par culture, mais il y a même là une surenchère dans la mesure où d'autres termes, qui en anglais n'évoquent pas la « *literacy* » sont encore traduits en français par « culture ». Il est facile ensuite de critiquer PISA pour son rapport à la culture qui serait « idéologiquement biaisé » alors même que PISA n'évoque jamais ce que, dans notre culture, nous appelons justement… la culture.

Ce point est d'autant plus sensible que le nouveau socle français, entré en vigueur en septembre 2016, est dénommé « *socle commun de connaissances de compétences et de* ***culture*** » et que ce socle a, à l'évidence, des ambitions de nature culturelle et pas seulement utilitaire.

Ce socle interprète pour la France les recommandations du parlement européen qui, lui-même évoque la notion de culture dans un sens plus conforme à nos traditions. (Journal officiel de l'Union européenne 2006). Pour toutes ces raisons il nous a semblé souhaitable de parler de littératie mathématique dans le cas de PISA et non de culture, cela, sauf dans le cas où nous faisons une simple citation de documents de PISA publiés en langue française.

3.1.2 La notion de littératie pour PISA

PISA décline donc la notion de littératie suivant les différents domaines de l'enquête (définitions 2012 - traduction personnelle de OECD 2012[18]*) :*

[18] On trouvera les traductions officielles dans OCDE2013c. Ces définitions sont sans doute plus élégantes que celles proposées ici, mais elles ne nous semblent traduire qu'imparfaitement le texte original (par exemple avoir traduit *inquiery* par *research* n'est pas pertinent).
L'un des objectifs de la présente étude est d'étudier la validité des enquêtes PISA. Pour cela il est nécessaire de partir des conceptions présentées par PISA-OECD et non d'interprétations plus ou moins éloignées des sources

Littératie mathématique *: la littératie mathématique est la capacité d'un individu à formuler, employer et interpréter des mathématiques dans une variété de contextes. Cela inclut la capacité à raisonner mathématiquement et à utiliser des concepts, des procédures, des faits et des outils mathématiques pour décrire, expliquer et prévoir des phénomènes. Elle aide les individus à reconnaître le rôle que les mathématiques jouent dans le monde, à produire des jugements bien fondés et à prendre les décisions nécessaires en citoyens constructifs, engagés et réfléchis.*

Compréhension de l'écrit (reading literacy) : *capacité d'une personne à comprendre et à utiliser les textes écrits, à réfléchir et à s'engager à leur propos, pour poursuivre des buts personnels, développer son savoir et son potentiel et participer à la vie sociale.*

Littératie scientifique : *[la littératie scientifique concerne les] connaissances scientifiques d'un individu et l'utilisation de ces connaissances pour identifier les questions, pour acquérir de nouvelles connaissances, pour expliquer des phénomènes scientifiques et pour tirer des conclusions basées sur des faits à propos de questions de nature scientifique, comprendre les éléments caractéristiques de la science comme une forme de connaissance humaine et d'investigation, avoir conscience de la façon dont la science façonne nos environnements matériels, intellectuels et culturels, et avoir la volonté de s'engager avec des idées scientifiques sur des problèmes à caractère scientifique en tant que citoyen réflexif.*

Notons que jusqu'en 2012, PISA définissait ainsi la littératie mathématique :

La littératie mathématique est la capacité d'un individu à identifier et à comprendre le rôle que les mathématiques jouent dans le monde, à produire des jugements bien fondés, à utiliser et à impliquer les mathématiques, en fonction des besoins de sa vie en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi. (Traduction personnelle de la définition de 2003).[19]

Nous l'avons dit, pour l'OCDE, la notion de littératie ne s'arrête pas à ces trois domaines. D'autres domaines apparaissent au fur et à mesure des enquêtes.

La littératie financière *(« financial literacy ») renvoie à la connaissance et à la compréhension des concepts et risques financiers ainsi qu'aux savoir-faire, à la motivation et à la confiance nécessaires pour utiliser cette connaissance et cette compréhension pour prendre des décisions efficaces dans une large variété de contextes financiers, pour améliorer le bien-être financier des individus et de la société, et pour permettre de participer activement à la vie économique. (OECD 2013c – traduction personnelle)*

Il faut encore citer le domaine de la résolution de problèmes qui renvoie à des compétences transversales dont nous reparlerons.

---

[19] Dans la version en langue anglaise, la définition était :

Mathematical literacy *is an individual's capacity to identify and understand the role that mathematics plays in the world, to make founded judgements and to use and engage with mathematics in ways that meet the needs of that individual's life as a constructive, concerned and reflective citizen. (OECD 2003)*

Ce qui avait été traduit dans la version française du même cadre de référence par :

La culture mathématique *est l'aptitude d'un individu à identifier et à comprendre le rôle joué par les mathématiques dans le monde**, à porter des jugements fondés à leur propos**, et à s'engager dans des activités mathématiques, en fonction des exigences de sa vie en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi.*

Porter des jugements fondés SUR les mathématiques, c'est de l'épistémologie. Ce n'était évidemment pas ce que PISA voulait dire.

La littératie numérique fait de son côté l'objet d'enquêtes pilotées par l'IEA, avec la définition suivante :

> ***La littératie numérique*** *(« digital literacy ») fait référence à la compétence qu'a une personne d'utiliser l'ordinateur pour explorer, créer et communiquer dans le but de participer de façon efficace, chez lui, à l'école, dans le monde du travail et dans la société. (idem)*

Outre le cas de la littératie numérique (*digital*), l'IEA dans ses enquêtes, et non l'OCDE, utilise le terme « *literacy* » mais en général, d'une façon plus traditionnelle, dans le cas de la compréhension de l'écrit (« *reading literacy* ») et cela sans en donner une définition précise, laquelle serait sans doute plus proche des connaissances et savoir-faire de base.

C'est aussi le cas pour TIMSS (liée à l'IEA). Dans l'étude de 1995 il y avait un volet « littératie mathématique et littératie scientifique » qui s'adressait à l'ensemble des élèves en fin de scolarité secondaire, quelles que soient les filières dans lesquelles ils se trouvaient. TIMSS ne précise pas de définition précise de la littératie, se contentant de définir de la façon suivante l'objectif de ses tests de littératie.

> *En gros, le but de ces tests était de mesurer à quel point les élèves peuvent utiliser leurs connaissances pour résoudre les problèmes du monde réel ayant une composante mathématique ou scientifique. (Mullis, I. & al. 1998 – traduction personnelle)*

On le voit, cette approche annonce celle qui sera reprise et approfondie par PISA/OCDE. Nous avons déjà évoqué la parenté qu'il y avait entre TIMSS et PISA. À partir de 1995, 1es négociations entre l'IEA et l'OCDE ont conduit TIMSS à abandonner la littératie à PISA et à reprendre le terme plus ancien de « numératie » lorsqu'il était question des mathématiques de base.

Le but premier de la présente étude est d'éclairer le cadre de référence du domaine mathématique ; toutefois, nous verrons que chacun à leur façon, les autres domaines cités (littératie scientifique, financière, etc.) entretiennent des rapports avec les mathématiques. Nous illustrerons ce point au § 4.7.

3.1.3 Compétences, capacités, aptitudes…

Si la littératie est le concept central de PISA, celui de compétence lui est immédiatement associé. La littératie s'intéresse au « faire », davantage qu'au savoir. Elle concerne donc l'opérationnalité des connaissances et cette opérationnalité se traduit en compétences.

Pour aborder cette question de l'opérationnalité des connaissances, on peut s'appuyer sur la dialectique outil-objet développée dans le cadre de la didactique des mathématiques par Douady (1986) et utiliser ce vocabulaire. En effet, nous mettrons en évidence dans nos analyses que les savoirs sont interrogés en tant qu'outil dans PISA et très peu en tant qu'objet. (Roditi et Salles 2015)

Notons que TIMSS qui n'utilise pratiquement jamais le terme « *literacy* », n'utilise pas davantage celui de « *competence* » et se contente de parler de connaissances et de savoir-faire (« *knowledge and skills »).*

La notion de compétence est souvent critiquée par les chercheurs pour son manque de consistance théorique. Il est certain que cette notion est assez floue et que l'on a multiplié des définitions souvent sophistiquées et pas toujours compatibles. Beaucoup accusent PISA de trop mettre l'emphase sur cette notion.

La conclusion serait différente si l'on partait des documents originaux en langue anglaise et non de traductions qui reflètent surtout le manque de vocabulaire disponible en français pour traduire d'autres mots qui, bien que du même champ sémantique, ont en anglais des significations ou, au moins, des connotations différentes que celles du mot « *competence* ».

Les deux tableaux suivants montrent comment le terme de compétence sert de substitut à toute une série de vocables utilisés dans les textes d'origine.

Étude du cadre de référence de PISA 2012 pour le domaine mathématique	
Langue anglaise : ***Mathematics Framework***	**Langue française :** **Cadre d'évaluation de la culture mathématique**
Competenc(e)(es)(ies)(y): **8 occurrences** *Skill*(s): 23 occurrences *Proficiency*: 19 occurrences	**Compétence**(s) : **55 occurrences**
Abilit(y)(ies): 13 *Capabilit*(y)(ies): 55 *Capacit*(y)(ies): 9	Capacit(é)(és) : 12 Facult(é)(és) : 79

Traductions observées dans les documents officiels de PISA (cadres de référence et rapports)	
Documents PISA en anglais	**Traduction dans les documents PISA en langue française**
Knowledge and skills	**Compétences**
Proficiency	**Compétence**
Reporting Scales	Échelles de **compétences**
Key competencies	**Compétences** clés
Skills demands	**Compétences** requises
Expertise	**Compétences**
Ability to function	**Compétences**
Deploying mathematical skills	Faire montre de **compétence**(s)
Change in outcome levels	Évolution des niveaux de **compétence**

Il n’est pas étonnant dans ces conditions que l’on puisse se plaindre dans les articles et essais en langue française de l’invasion de la notion de compétence dans la sphère éducative !

L’OCDE et donc PISA, s’appuie sur la définition suivante :

> ***Une compétence****, c’est la capacité de répondre aux exigences individuelles ou sociales, ou d’effectuer une activité ou une tâche. ... Chacune des compétences repose sur une combinaison d’aptitudes pratiques et cognitives, de connaissances (y compris de savoir tacite), de motivation, d’orientation de valeurs, d’attitudes, d’émotions et d’autres éléments sociaux et comportementaux qui, ensemble, peuvent être mobilisés pour agir de façon efficace.* (OCDE 2002)

Les cadres de référence et les rapports PISA utilisent le terme de compétence d’au moins deux façons :

- **Compétence au singulier** (orthographié suivant le cas “*competence*” ou “*competency*”). Il s’agit alors de compétence globale relative à un champ particulier. PISA parle ainsi de compétence en résolution de problème ou encore de compétence en littératie mathématique, parfois raccourci en compétence mathématique, en lieu et place de littératie mathématique.
- **Compétences au pluriel** (“*competencies*”). Les compétences concernent la capacité à faire face à une classe de situations plus ou moins bien définies. Ce point sera développé dans le chapitre suivant.

Soulignons ici que c’est l’Union Européenne, et non PISA, qui a été le principal vecteur en France de l’usage de la notion de compétence en éducation. Elle définit ainsi les compétences :

> *Les compétences sont définies ... comme un ensemble de connaissances, d'aptitudes et d'attitudes appropriées au contexte.* (Journal officiel de l'Union européenne 2006*).*

En ajoutant :

> *Les compétences clés sont celles nécessaires à tout individu pour l'épanouissement et le développement personnels, la citoyenneté active, l'intégration sociale et l'emploi.*

En France, le décret de 2015 définissant le nouveau socle commun stipule :

> *Une compétence est l'aptitude à mobiliser ses ressources (connaissances, capacités, attitudes) pour accomplir une tâche ou faire face à une situation complexe ou inédite. Compétences et connaissances ne sont ainsi pas en opposition.*

On voit bien que ces diverses définitions sont largement compatibles.

Quoi qu’il en soit et malgré un certain flou qui subsiste dans sa définition, la notion de compétence s’intègre peu à peu dans le curriculum français de l’enseignement obligatoire (socle et programmes du cycle 3 de 2016). Cette notion étant par ailleurs intégrée depuis les années 1990 dans les curriculums de l’enseignement professionnel. Il semble donc intéressant d’analyser la façon dont cette notion est développée et opérationnalisée dans les enquêtes PISA. Outre le fait que cette mise à plat pourrait faciliter une meilleure lecture des résultats de PISA, cela pourrait aussi donner des outils utiles à l’application des nouveaux programmes.

4 Le cadre de référence des enquêtes PISA

Le but de ce chapitre est d'éclairer le cadre de référence de PISA. Cela peut difficilement être fait sans illustrer cette partie par les exercices utilisés pour l'opérationnaliser, ou au moins par une partie représentative de ceux-ci. Nous avons cependant fait le choix de regrouper dans un chapitre séparé (chapitre 8) les exercices analysés et de mettre en annexe quelques autres exercices.

4.1 Organisation générale des cadres de référence

> Le cadre de référence *de PISA « présente les principes directeurs du cycle d'évaluation […] et définit les contenus que les élèves doivent acquérir, les processus qu'ils doivent appliquer et les contextes dans lesquels leurs savoirs et savoir-faire et compétences seront évalués. Il fournit par ailleurs des exemples de tâches permettant d'illustrer les divers domaines d'évaluation. (OCDE 2003)*

Le contenu du cadre évolue au fil des enquêtes pour intégrer de nouveaux domaines et de nouveaux modes d'évaluation, pour tenir compte de l'évolution de certaines conceptions et aussi pour tenir compte des remarques et critiques émises par les représentants des pays participants, par les chercheurs et par les autres groupes concernés. Pour un domaine donné (mathématiques, compréhension de l'écrit …) il n'est toutefois significativement modifié que lorsque ce domaine est la majeure du cycle concerné (2003 et 2012 pour les mathématiques).

Ainsi, avant chacun des cycles de PISA, un document cadre est publié qui précise ou rappelle :

- les objectifs de l'étude à venir,
- les notions clés,
- les objets de l'évaluation selon les types de littératie concernés (écrit, mathématique, scientifique, etc.),
- les dimensions de l'évaluation (contenus, processus, contextes, etc.), préparant ainsi les échelles qui seront utilisées dans les rapports,
- l'équilibre de l'évaluation (nombre et répartition des questions à préparer dans les diverses catégories, c'est à dire les tables de spécification).

Le cadre présente aussi les questionnaires de contexte. Ces questionnaires, qui ne sont pas, en général, liés à un domaine particulier, constituent une partie très importante de l'étude. C'est aussi à partir de ces questionnaires que sont construits toute une série d'indicateurs qui seront utilisés dans les rapports PISA mais aussi dans de nombreuses autres études de l'OCDE. Parmi ces indicateurs, citons l'indice de niveau socio-économique et culturel des élèves, les indices concernant la motivation des élèves, la confiance en soi, l'équipement des établissements, leur niveau d'autonomie. C'est ainsi des dizaines d'indices qui sont construits à partir des réponses des élèves, et des chefs d'établissements.

En réalité, 80% des rapports PISA sont constitués d'analyses des réponses à ces questionnaires et de mise en relation des résultats des tests cognitifs avec les réponses à ces questionnaires.[20]

[20] On notera que la plupart de ces rapports ne sont publiés qu'en anglais. Les commentateurs se contentent des résumés destinés aux cadres des systèmes éducatifs (*executive summary*), résumés qui, par nature, mettent en relief certains points et en négligent d'autres.

Ainsi, pour le cycle PISA 2015, 6 questionnaires ont été proposés :

- le questionnaire « Établissement », administré aux chefs d'établissement (11 pages),
- le questionnaire « Élève », administré à tous les élèves participants (17 pages),
- deux questionnaires facultatifs à l'intention des élèves :
    - le questionnaire sur le parcours scolaire (second questionnaire élèves) (10 pages),
    - le questionnaire sur la maîtrise des technologies de l'information et de la communication (questionnaire TICE - 5 pages),
- deux autres questionnaires facultatifs :
    - le questionnaire « Parents » (9 pages),
    - le questionnaire « Enseignants » (16 pages).

En tout 68 pages pour plus de 200 items. En 2015, comme en 2012, la France n'a administré que les deux premiers questionnaires.

C'est à partir de ces questionnaires[21] que PISA et l'OCDE font toute une série de corrélations qui se transforment parfois inconsidérément en causalité.

Dans certains cas, le cadre de référence présente aussi des exemples d'exercices choisis parmi ceux des enquêtes précédentes et ceux utilisés dans les essais de terrain (« *field trial* »).

4.2 Le cadre de référence de PISA pour le volet mathématique

La façon dont le cadre de référence pour le volet mathématique a été précisé pour PISA 2003 vaut pour l'ensemble des cycles PISA depuis la première étude (2000).

Le groupe d'experts mathématique de PISA, responsable du développement du cadre de référence, était alors présidé par le professeur Jan de Lange de l'Institut Freudenthal d'Utrecht aux Pays-Bas. Avec Mogens Niss de l'université Roskilde au Danemark, Jan de Lange apporta la majeure partie des idées développées ensuite, en particulier, celles liées à l'éducation mathématique en lien avec le réel (« *Realistic Mathematical Education* ») et celles concernant les compétences mathématiques. Ceci pour dire que, contrairement à ce qui a souvent été écrit, les influences principales, du moins en ce qui concerne le volet mathématique de PISA, ont été largement nord-européennes (issues du courant constructiviste), et non nord-américaines.

Pour le domaine mathématique, le cadre de référence de PISA 2003 a repris sans modification notable ce qui avait été développé à partir de 1997 pour PISA 2000. Le cadre de 2015 a repris celui de 2012 avec pour seules modification celles concernant le mode de passation : passage de l'administration de tests papier-crayon à l'administration sur ordinateur.

De ce fait nous pouvons nous limiter à la description des cadres 2003 et 2012 et aux modifications apportées lors du passage de l'un à l'autre.

Avant d'aller plus loin, redisons ici que tout l'enjeu du cadre de référence est de définir et d'éclairer la notion de littératie mathématique telle que l'OCDE la conçoit et de permettre une évaluation aussi valide que possible de cette littératie.

Revenons sur les définitions successives de la littératie mathématique :

[21] Ils contiennent cependant des parties destinées à être mis en relation avec certains domaines de l'étude (par exemple items relatifs au niveau d'anxiété par rapport aux mathématiques).

PISA 2003 : La littératie mathématique *est la capacité d'un individu à* ***identifier et à comprendre*** *le rôle que les mathématiques jouent dans le monde, à produire des jugements bien fondés, à utiliser et à impliquer les mathématiques, en fonction des besoins de sa vie en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi.* (Traduction personnelle de la définition de 2003).

PISA 2012 : la littératie mathématique *est la capacité d'un individu à* ***formuler, employer et interpréter*** *des mathématiques dans une variété de contextes. Cela inclut la capacité à raisonner mathématiquement et à utiliser des concepts, des procédures, des faits et des outils mathématiques pour décrire, expliquer et prévoir des phénomènes. Elle aide les individus à reconnaître le rôle que les mathématiques jouent dans le monde, à produire des jugements bien fondés et à prendre les décisions nécessaires en citoyens constructifs, engagés et réfléchis.* (Traduction personnelle de OECD 2012).

Par rapport à la définition de 2003, celle de 2015 met davantage l'accent sur la place et l'importance dans la littératie mathématique des contenus, des concepts et des démarches proprement mathématiques.

La définition de 2003 avait en effet été souvent critiquée pour l'impression qu'elle donnait de n'accorder qu'une place insuffisante aux contenus mathématiques.

Cette définition prépare à la fois le classement des questions selon les trois catégories de processus (formuler, employer, interpréter - voir § 4.3.2), et la présentation des résultats selon ces catégories.

Pour les besoins de l'évaluation, la littératie mathématique est analysée selon trois aspects interdépendants :

1. **Les processus mathématiques**, qui décrivent ce que font des individus pour établir un lien entre le contexte du problème et les mathématiques et, donc, pour résoudre le problème, ainsi que les capacités qui sous-tendent ces processus.
2. **Les contenus mathématiques** qui pourraient être utilisés pour le traitement des questions.
3. **Les contextes** dans lesquels les questions s'inscrivent.

Ces trois aspects et les catégories qu'ils sous-tendent sont utilisés pour établir la table de spécification des questions, table qui précise les pourcentages de questions à prévoir dans chacune des catégories (voir plus bas), et pour rapporter les résultats (constitution d'échelles).

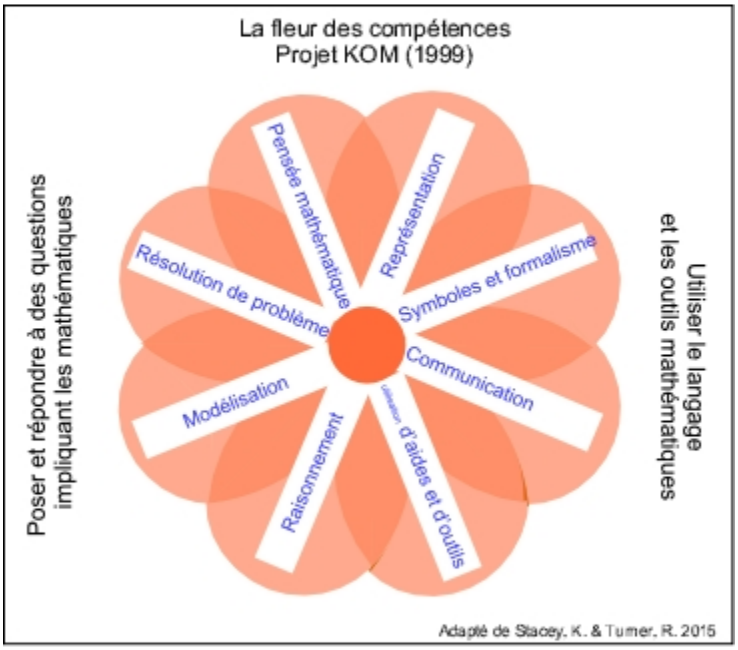
4.3 Processus et compétences

Ainsi que nous l'avons dit, les enquêtes PISA s'intéressent moins aux connaissances qu'à la façon de les mobiliser. De ce fait, la question des processus est l'élément central du cadre de référence. Cette question, par ailleurs, est étroitement liée à celle des compétences.

Le sujet est complexe et a été l'objet de nombreuses polémiques. Soumise aux critiques externes, mais aussi à la réflexion interne et ayant été l'objet de nombreuses réunions de travail, la façon de décrire, d'organiser et d'évaluer les processus et les compétences est celle qui a le plus évolué entre 2000 et 2012-2015. Il est difficile de bien comprendre les rapports et les analyses de PISA sans connaître au moins les grandes lignes de cette évolution.

Au départ, ainsi que nous l'avons signalé plus haut, il y a eu la proposition initiale issue des recherches et d'expériences menées aux Pays-Bas et au Danemark. Le modèle identifiait huit

« compétences » qui se recouvraient partiellement. La représentation en forme de fleur proposée alors exprimait bien le fait que ces compétences n'étaient pas supposées indépendantes.



Ce modèle qui était bien adapté à l'enseignement et, certainement, à l'évaluation formative, l'était moins pour l'évaluation sommative dans laquelle, pour satisfaire à des critères d'origine psychométrique, il convenait de faire émerger des variables aussi indépendantes que possible.

Pour PISA2000, et ensuite jusqu'à PISA2015, sauf en ce qui concerne la **modélisation** sur laquelle nous reviendrons, cette liste est restée stable à quelques détails de dénomination près, ainsi que l'on peut le voir dans le tableau suivant.

La fleur des compétences 1999	**PISA2000 à PISA2009** **Processus en 2000** **Compétences en 2003 et +** **(*Processes* puis *competencies*)**	**Cadres PISA 2012 et PISA 2015** **Les aptitudes fondamentales** ***(Fundamental capabilities*)**
• Pensée mathématique	• Pensée et raisonnement mathématique	• Raisonnement et argumentation
• Raisonnement	• Argumentation	
• Communication	• Communication	• Communication
• **Modélisation**	• **Modélisation**	• **Mathématisation**
• Résolution de problèmes	• Création et résolution de problèmes.	• Conception de stratégies de résolution de problèmes
• Représentation	• Représentation	• Représentation
• Symboles et formalisme	• Utilisation d'un langage et d'opérations de nature symbolique, formelle et technique	• Utilisation d'opérations et d'un langage symbolique, formel et technique
• Utilisation d'aides et d'outils	• Utilisation d'instruments et d'outils	• Utilisation d'outils mathématiques

Cette liste concerne les opérations mentales et les activités qui sont en jeu dans l'activité mathématique et cherche à les classifier. De ce fait parler de **processus** était sans doute plus adéquat que de parler de **compétences**, terme mal défini et largement controversé.

Les critiques portées sur l'utilisation du terme compétence dans ce contexte a conduit, en 2012, à lui substituer les « *fundamental capabilities* », expression que nous traduisons par la suite par **aptitudes fondamentales**[22].

On trouvera en annexe (chapitre 12 § 12.1) une description comparée plus complète de ces compétences et aptitudes.

4.3.1 Les groupes de compétences (PISA 2000 à PISA 2009)

De PISA 2000 à PISA 2009, pour alléger les critères concernant les questions et pour limiter le nombre de variables destinées à constituer les échelles de performance, il avait paru nécessaire de regrouper les compétences (processus en 2000) en trois groupes hiérarchisés :

- **Groupe 1 : Reproduction** (reproduction, définitions et calculs).
- **Groupe 2 : Connexions** (connexions et intégration pour la résolution de problèmes).
- **Groupe 3 : Réflexion** (mathématisation, pensée mathématique, généralisation et *insight*[23]).

Ces groupes étaient définis de la façon suivante (OCDE 2003b) :

Le groupe reproduction.

> *Les compétences classées dans ce groupe impliquent essentiellement la reproduction de connaissances déjà bien exercées – en particulier, celles qui sont les plus communément sollicitées dans les tests d'évaluation normalisés et les évaluations périodiques en classe : connaissance de faits, représentations de problèmes courants, identification d'équivalences, mémorisation de propriétés et d'objets mathématiques familiers, exécution de procédures routinières, application d'algorithmes et de savoir-faire techniques usuels, utilisation d'énoncés contenant des symboles et des formules standard, et réalisation de calculs.*
>
> *Les items utilisés pour évaluer les compétences du groupe reproduction peuvent être décrits au moyen de deux expressions clés : la reproduction d'acquis et l'exécution d'opérations de routine.*

Le groupe connexions

> *Les compétences du groupe connexions sont dans le prolongement de celles du groupe reproduction, dans la mesure où elles servent à résoudre des problèmes qui ne sont plus de simples routines, mais qui continuent à impliquer un cadre familier ou quasi-familier.*

---

[22] Le terme utilisé en anglais est « *capabilities* ». Dans sa présentation en français, l'OCDE traduit par « facultés », ce qui nous semble avoir une connotation à caractère psychologique peu sensible aux apprentissages. Il nous semble que ce terme est mieux traduit par « aptitudes », mais cela reste discutable.

[23] La traduction de « *insight* » dans les documents en français par *« compréhension en profondeur* » comme cela est fait par l'OCDE n'est pas correcte. En réalité, la notion d'insight a davantage à voir avec la pensée latérale, l'intuition et la créativité qu'avec la compréhension au sens habituel. Le terme est en général considéré comme intraduisible. Preuve en est qu'il figure maintenant dans le Larousse (en ligne) et aussi dans le dictionnaire de l'office canadien de la langue française avec la définition « *Saisie soudaine de la solution d'un problème après une période plus ou moins longue de tâtonnement* ».

Les items relevant de ce groupe de compétences exigent habituellement que l'élève fasse preuve de sa capacité à intégrer et relier des éléments appartenant à diverses idées majeures ou à divers domaines mathématiques, ou qu'il puisse mettre en relation diverses représentations d'un problème.

Les items utilisés pour évaluer les compétences du groupe connexions peuvent être décrits au moyen des expressions clés suivantes : l'intégration, la mise en relation et un (modeste) degré de transfert au-delà de l'acquis.

Le groupe réflexion

Les activités cognitives associées à ce groupe demandent aux élèves de faire preuve d'une démarche mentale réfléchie lors du choix et de l'utilisation de processus pour résoudre un problème. Elles sont en rapport avec les capacités auxquelles les élèves font appel pour planifier des stratégies de solution et les appliquer dans des situations-problème qui contiennent plus d'éléments que celles du groupe connexions, et qui sont plus « originales » (ou peu familières).

Les items utilisés pour évaluer les compétences du groupe réflexion peuvent être décrits au moyen des expressions clés suivantes : le raisonnement approfondi, l'argumentation, l'abstraction, la généralisation et la modélisation appliqués à de nouveaux contextes.

Le terme de « groupe » ou de « classe » employé ici était trompeur, dans la mesure où chacune des huit compétences étaient supposées contribuer plus ou moins à chacun des groupes. On pouvait alors proposer la représentation ci-dessous.

Groupes de compétences (*)			Compétences
1 Reproduction	2 Connexions	3 Réflexion	
			Pensée et raisonnement mathématique
			Argumentation
			Communication
			Modélisation
			Création et résolution de problèmes
			Représentation
			Utilisation d'un langage et d'opérations de nature symbolique, formelle et technique
			Utilisation d'instruments et d'outils

(*) Il s'agit des compétences jusqu'à 2012, mais l'adaptation aux aptitudes fondamentales de 2012 est immédiate

La coloration plus ou moins foncée des cases indique l'implication plus ou moins grande de chaque compétence dans le groupe concerné.

On trouvera en annexe (§ 13.1.5) une description plus complète de la contribution supposée de chaque compétence à chacune des classes de compétences.

Cette classification établie pour faciliter le classement des questions s'est révélée utile dans ce cadre ; elle a d'ailleurs été largement utilisée hors de PISA. Elle n'a cependant pas été utilisée pour l'analyse des résultats, ce qui en a limité l'intérêt. Il a paru utile de la rappeler ici, ne serait-ce que pour pouvoir lire les rapports et études publiés avant 2012.

4.3.2 Les processus et les aptitudes mathématiques (PISA 2012 à PISA 2015)

Le terme de processus revient avec PISA 2012, mais cette fois pour désigner des catégories « sous-tendant les aptitudes fondamentales » (c'est-à-dire, à peu près, les compétences de 2003). La différence essentielle avec les anciens groupes de compétences est que ces processus ne sont pas hiérarchisés, ce qui permettra de les rapporter à des échelles *a prio*ri indépendantes.

Les processus retenus sont :

- **Formuler** : Formuler des situations de façon mathématique.
- **Employer** : Employer des concepts, faits, procédures et raisonnements mathématiques
- **Interpréter** : Interpréter, appliquer et évaluer des résultats mathématiques.

  Ces trois verbes, « formuler », « employer » et « interpréter », constituent à eux seuls une structure signifiante qui permet de définir les processus mathématiques qui décrivent ce que les individus font pour établir un lien entre le contexte d'un problème et les mathématiques et, donc, pour résoudre le problème. Les épreuves de mathématiques du cycle PISA 2012 permettront pour la première fois de rendre compte des résultats des élèves en fonction de ces processus mathématiques, une structure qui fournira des catégories utiles et pertinentes pour l'action publique. (OCDE 2013c)

Nous préciserons dans le paragraphe suivant le sens à donner à ces termes. Une présentation complète est donnée en annexe (§13.1.1).

4.3.3 Mathématisation et modélisation

La littératie mathématique selon PISA se résume à la capacité à traiter des situations qui peuvent se prêter à un traitement mathématique ; de plus ces situations doivent être susceptibles d'être rencontrées dans le monde « réel »[24].

Ces situations se présentent donc sous la forme de problèmes dont la résolution ne se limite pas à la simple application d'une connaissance mathématique.

Si l'on considère, ce qui est le cas pour la plupart des mathématiciens, que « faire des mathématiques » c'est résoudre des problèmes et que, pour citer Vergnaud (1981) « *la résolution de problèmes est la source et le critère du savoir* », il n'y a là rien de particulièrement choquant. Cela, bien que nos élèves soient plus souvent confrontés à des exercices d'application qu'à des problèmes, y compris lors les examens.

[24] « *real life problems*» a été officiellement traduit par « problèmes de la vie courante ». ; cependant, la vie « réelle » ne se limite pas à la vie courante telle qu'elle est souvent comprise.

Nous l'avons dit, une expression revient souvent dans les enquêtes PISA : celle de vie réelle *« real life »*. L'évaluation du domaine mathématique porte alors sur l'aptitude à utiliser ses connaissances et ses savoir-faire dans des situations dans lesquelles l'utilisation des connaissances mathématiques, aussi minimes soient-elles, suppose un traitement préalable passant d'abord par la compréhension de la situation, laquelle, dans ce cas, est rarement située dans le domaine mathématique. Suit sa traduction en langage mathématique, son traitement mathématique, et finalement l'interprétation des résultats par un retour au « monde réel ».

C'est ce que PISA a appelé, jusqu'à PISA 2012, le cycle de mathématisation ; cycle défini de la façon suivante (OCDE 2003b) :

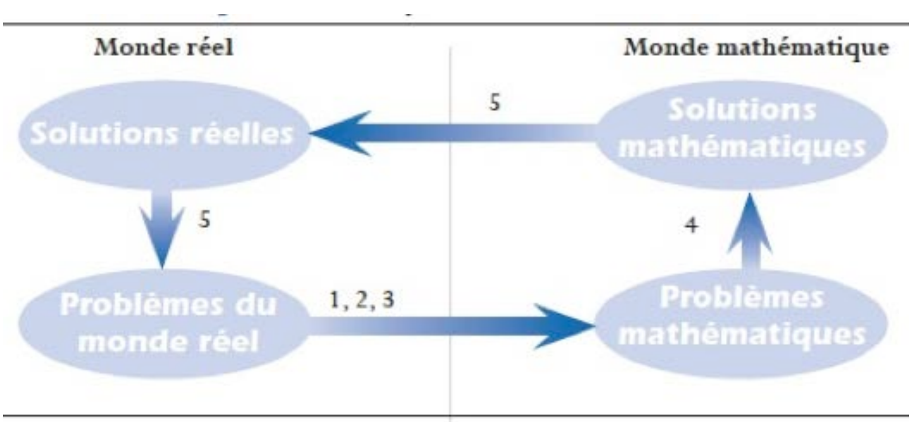
1. *Commencer par un problème relevant de la réalité ;*
2. *Organiser le problème en fonction de concepts mathématiques ;*
3. *Effacer progressivement la réalité au travers de divers processus, tels que la formulation d'hypothèses concernant l'identification des principales caractéristiques du problème, la généralisation et la formalisation (dont l'objectif est de faire ressortir les caractéristiques mathématiques de la situation et de transformer le problème réel en un problème mathématique qui soit le reflet fidèle de la situation) ;*
4. *Résoudre le problème mathématique ;*
5. *Comprendre la solution mathématique et l'appliquer à la situation réelle (ce qui implique aussi d'identifier les limites de la solution).*

On voit que, autant que faire se peut, PISA excluait de son évaluation la compétence à résoudre des problèmes intra-mathématique. Nous verrons plus loin que ce point l'opposait résolument à TIMSS.

Cette présentation, qui date de 2000, n'est pas vraiment modifiée par les changements qui suivront. Les points 1 à 5 se retrouvent en effet inchangés dans la présentation de 2012-2015.

Toutefois, PISA admet, pour des raisons édumétriques (voir chapitre 9), qu'il est rarement possible de produire des questions indépendantes qui mettraient en jeu l'ensemble du cycle. Certaines questions peuvent donc ne mettre en jeu que les étapes 1 et 2, 2,4 et 5, etc. Dans un ou deux cas, on trouve une question ne mettant en jeu que l'étape 4, mais ce n'est pas du tout dans l'esprit de PISA.

Dans la figure ci-dessous les numéros 1 à 5 renvoient à la description précédente.



Le cycle de mathématisation avant 2012 (OCDE 2003)

Le point 5 apparaît deux fois : « *une première fois lors du passage de la solution mathématique à une solution réelle, et une seconde fois, lorsque cette solution est mise à son tour en relation avec le problème original appartenant au monde réel.* »

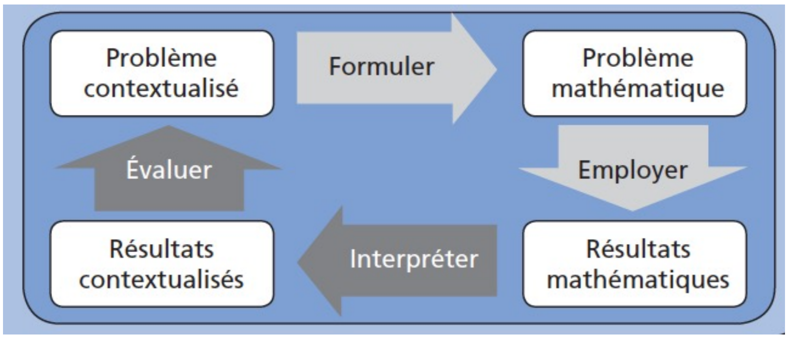
À l'évidence, le terme de mathématisation utilisé ci-dessus pour désigner l'ensemble du processus de résolution d'un problème n'est pas bien choisi. En effet, ce terme renvoie habituellement aux seuls points 2 et 3 du schéma ci-dessus.

Avec PISA2012 on assiste à un changement de vocabulaire conduisant pratiquement à permuter les termes de mathématisation et de modélisation (nous avons déjà entrevu cela au § 4.2).

La mathématisation devient l'une des sept aptitudes fondamentales tandis que la modélisation est promue au rang de principe organisationnel des nouveaux processus :

1. Le triplet (1 ; 2 ; 3) devient le processus **FORMULER**.
2. Le point 4 devient le processus **EMPLOYER**.
3. Le couple (5 ; 6) devient le processus **INTERPRÉTER**

La séquence Formuler, Employer, Interpréter, devient le cycle de modélisation.



Le cycle de modélisation à partir de 2012 (OCDE2013)

Ainsi que le montre la présentation du cycle de mathématisation de PISA2003, ces catégories de processus ne contredisent pas les catégories utilisées lors des cycles précédents ; elles les affinent et, surtout, elles définissent des variables « mesurables » qui pourront générer des échelles de compétences lors des traitements des résultats.

On notera le changement de sens des flèches du diagramme, mais cela est sans signification particulière.

On trouvera en 13.1.1 une présentation détaillée de ces catégories. Précisons simplement quelques points les concernant :

> *Ces trois processus (formuler, employer et interpréter) sont des composantes majeures du cycle de modélisation mathématique et aussi des composantes majeures de la définition de la littératie mathématique. Chacun d'eux fait appel aux aptitudes mathématiques fondamentales, lesquelles, à leur tour, font appel aux connaissances mathématiques détaillées de l'élève à propos de sujets spécifiques.* (OECD 2013b – traduction personnelle[25]).

[25] Voici la version officielle en langue anglaise : « *These processes of formulating, employing, and interpreting mathematics are key components of the mathematical modelling cycle and also key components of the definition of*

FORMULER : Cette catégorie concerne la formulation des situations de façon mathématique. Cela *« renvoie à la capacité des individus d'identifier et de reconnaître des possibilités d'utiliser les mathématiques dans le contexte d'un problème, puis de structurer sous forme mathématique un problème présenté jusqu'à un certain point sous une forme contextualisée* (ibid) ».

C'est ce que l'on appelle habituellement la mathématisation des situations.

EMPLOYER : C'est à dire, employer des concepts, des faits, des procédures et des raisonnements mathématiques. C'est là qu'interviennent les connaissances proprement mathématiques. PISA reconnaît ainsi que, non seulement ces connaissances sont nécessaires, mais de plus qu'il faut savoir les utiliser à bon escient. Lors des cycles précédents, il avait souvent été reproché à PISA de ne pas suffisamment prendre en compte les contenus d'enseignement. Avec cette catégorie, PISA tente de prendre en compte cette critique et d'afficher plus clairement la place des connaissances dans le cycle de modélisation.

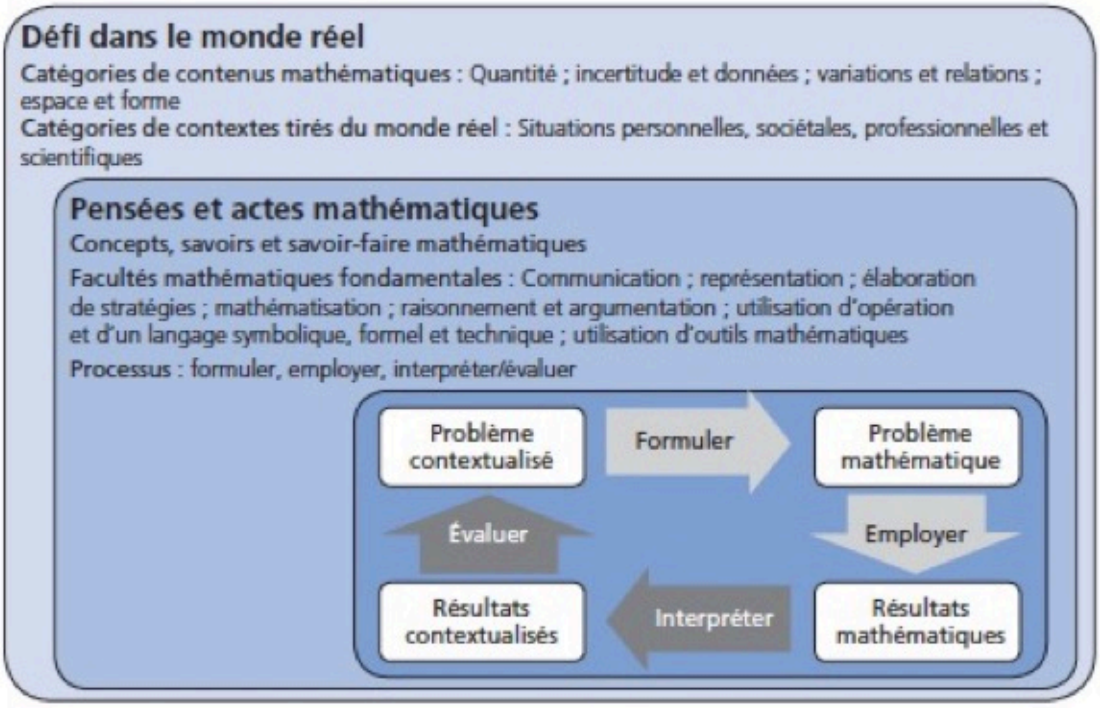
INTERPRÉTER : Il s'agit d'interpréter, d'appliquer et d'évaluer des résultats mathématiques. Cela *« renvoie à la capacité des individus de réfléchir à des solutions, des résultats ou des conclusions mathématiques, et de les interpréter dans le cadre de problèmes tirés du monde réel. (ibidem)»* Cette catégorie concerne donc le sens et la valeur que l'élève est capable de donner à ses calculs, à ses raisonnements et à ses résultats.

Finalement, PISA résume son cadre de référence pour l'évaluation de la littératie mathématique par le diagramme ci-dessous. On y voit apparaître l'ensemble de ses éléments clés :

- L'ancrage dans le « monde réel ».
- Les contenus mathématiques.
- Les contextes (voir plus loin).
- Les aptitudes fondamentales.
- Les processus.
- Le cycle de modélisation.

---

mathematical literacy. These three processes each draw on fundamental mathematical capabilities, which in turn draw on the problem solver's detailed mathematical knowledge about individual topics. »
La traduction officielle en langue française, est : *« Ces processus qui consistent à formuler, à employer et à interpréter de façon mathématique sont des composantes majeures du cycle de modélisation mathématique et des composantes majeures de la définition de culture mathématique. Ces trois processus reposent sur des facultés mathématiques fondamentales, qui reposent à leur tour sur les connaissances mathématiques détaillées de l'individu à propos de thématiques spécifiques.* »
Sans doute acceptable, cette traduction m'a cependant semblé un peu obscure. J'espère avoir fait mieux mais je suis prêt à tenir compte d'éventuelles critiques.



Un modèle de la littératie mathématique en pratique (OCDE2013)

4.4 Les domaines de contenus

Plutôt que de s'attacher au découpage traditionnel (et scolaire) des contenus, le cadre de référence de PISA met l'accent sur des grandes idées mathématiques.[26]

> *Les contenus se rapportent à quatre idées majeures (les variations et les relations ; l'espace et les formes ; la quantité ; l'incertitude et les données) qui sont liées aux disciplines mathématiques (telles que l'arithmétique, l'algèbre et la géométrie), et qui se chevauchent de façon complexe. (OCDE 2013c)*

Il s'agit là d'une approche de type phénoménologique qui s'oppose à l'approche disciplinaire. Dans cette approche, les phénomènes sont premiers et les concepts et théories mathématiques sont élaborés pour les aborder et pour les traiter.

En fait, PISA ne s'intéresse pas aux mathématiques en tant que telles. PISA ne se préoccupe ni d'épistémologie, ni du travail du mathématicien, ni même, *a priori*, de la façon dont les mathématiques sont enseignées ou de la façon dont elles sont apprises. PISA ne voit dans les mathématiques que ce qui peut contribuer à résoudre les problèmes rencontrés par tous et par chacun après l'école. C'est du moins ce que l'on peut déduire d'une lecture attentive des cadres de référence successifs. Le fait que l'OCDE prenne appui sur les enquêtes PISA pour faire des

[26] Le découpage de PISA est dérivé des recommandations de la Société Mathématiques Américaine - AMS (cf. « *On the shoulders of the Giants : new approaches to numeracy* » qui décrit les idées majeures reprises par PISA). Il s'agit d'une organisation du type de celle connue en France sous le titre d'organisation « par problématiques » (cf Gras, R. et APMEP).

recommandations plus ou moins insistantes aux responsables des systèmes éducatifs est une autre question qui n'est pas l'objet de la présente étude.[27]

On le sait, « *les curriculums de mathématiques sont habituellement organisés en chapitres* », ou domaines enseignés. PISA justifie son approche non curriculaire en remarquant que « *ces divisions ont pour effet de compartimenter les mathématiques, et d'accorder une importance exagérée aux techniques de calcul et aux formules* ».

> *Au début du XXe siècle, on pouvait raisonnablement envisager les mathématiques comme un ensemble formé d'une douzaine de matières distinctes (arithmétique, géométrie, algèbre, calcul, etc.). De nos jours, le nombre de matières à évoquer serait plutôt de soixante à soixante-dix. Certains domaines, comme l'algèbre ou la topologie, ont été scindés en divers sous-domaines. D'autres, comme la théorie de la complexité ou la théorie des systèmes dynamiques, sont des sujets d'étude entièrement neufs. Pour être pertinentes, les enquêtes sur les mathématiques doivent donc être à l'image des structures complexes du monde qui nous entoure. (PISA 2000)*

Les catégories de contenus retenues par PISA sont donc les suivantes :

- **Variations et relations.**
- **Espace et formes.**
- **Quantité.**
- **Incertitude et données.**

Ces catégories sont restées inchangées depuis PISA2000. Toutefois, sans que cela en modifie l'esprit, leur présentation a évolué pour mieux mettre en évidence l'importance des contenus enseignés et l'adéquation existant entre ces catégories et les objectifs définis par les programmes des pays participants.

La présentation des contenus de PISA2012 s'attache aussi à mettre en évidence la place aujourd'hui prise par les concepts et outils numériques. Nous ferons plus loin une place spéciale à cette question.

La catégorie Variations et Relations englobe tous les types de changements que l'on peut rencontrer. Cela concerne aussi bien les changements continus, que ceux, de nature discrète, qui procèdent par sauts (tel l'évolution au cours d'une journée du nombre de voyageurs d'une ligne d'autobus : chaque arrêt correspond à un saut). La modélisation de ces changements peut impliquer des fonctions, des équations, ainsi que des représentations graphiques et symboliques.

Espace et Formes fait référence aux objets et aux phénomènes que l'on rencontre dans notre environnement. La géométrie est évidemment la discipline mathématique de référence de cette catégorie, mais ne s'y réduit pas. Alors que la géométrie est souvent vue comme une théorie formelle et abstraite, dans laquelle la notion de démonstration tient une place privilégiée, la catégorie Espace et Formes procède essentiellement d'une approche sensualiste et phénoménologique.

La catégorie Quantité concerne l'attribution de nombres et de mesures aux phénomènes observés. Sont donc concernés ici le dénombrement, le calcul et, en particulier le calcul mental, le mesurage,

[27] De nombreux articles de nature philosophique (philosophie politique ou de l'éducation) ont été écrits pour analyser cette question.

la question des ordres de grandeur etc. Le sens des nombres ainsi que les différentes représentations des nombres sont des éléments clés de cette catégorie.

Les phénomènes dont on ne peut pas prédire l'issue de façon certaine sont très nombreux. Ils ont pris une place très importante dans l'activité scientifique comme dans la vie des sociétés. Le cas qui vient immédiatement à l'esprit est celui des jeux de hasard, mais de nombreux phénomènes physiques ou sociétaux obéissent à des processus probabilistes dont l'analyse s'appuie sur des données statistiques. Bien sûr, la statistique et les probabilités sont les théories mathématiques de référence de cette catégorie., mais la « grande idée » retenue ici est celle d'incertitude.

Le lecteur trouvera en 13.1.3 une présentation plus complète de ces catégories de contenus

Ainsi, PISA a cherché à échapper à la logique des contenus traditionnels. Cela n'a pas été sans susciter de nombreux débats qui l'ont en particulier amené à introduire des références plus explicites à ces contenus dans le cadre de référence de 2012.

Toutefois, dès l'enquête 2000 les contenus traditionnels n'avaient pas été totalement ignorés. On lit en effet dans le cadre de référence de PISA 2000 :

> *L'aspect domaines mathématiques enseignés renvoie aux contenus mathématiques scolaires tels qu'ils figurent dans de nombreux curricula. Dans le cadre de l'étude OCDE/PISA, nous proposons la liste suivante : nombres, mesures, estimations, algèbre, fonctions, géométrie, probabilités, statistiques et mathématiques discrètes. (*OCDE 1999)

Ces références ont ensuite disparu des cadres de référence jusqu'à celui de 2012 dans lequel ils réapparaissent en force. Il s'agissait alors de répondre aux critiques accusant PISA de se désintéresser des contenus enseignés pour ne retenir des mathématiques que des éléments de pratique commune qui se passeraient de construction théorique.

On lira en annexe (§ 12.1.4) la liste des contenus qui apparaissent ainsi dans le cadre de référence de 2012. Cette liste de contenus n'est cependant pas directement utilisée dans la spécification des questions et est plutôt une justification *a posteriori* de la prise en compte implicite des contenus.

4.5 Les contextes

Voulant inscrire ses questions d'évaluation de la littératie non seulement dans le monde « réel » mais aussi dans la vie réelle des élèves, PISA distingue et hiérarchise les types de situations dans lesquelles les problèmes sont rencontrés.

Jusqu'à PISA 2012, les cadres de référence précisent que les situations peuvent être situées dans une grande variété de contextes et distinguent des types de situations dans lesquels les contextes peuvent varier (adaptation libre de OECD2003) :

- Situation la plus proche de l'élève : sa vie personnelle.
- Ensuite : sa vie scolaire et le monde du travail et des loisirs.
- Plus loin : la communauté locale et la société rencontrée dans la vie de tous les jours.
- Et enfin, beaucoup plus loin : les situations de nature scientifique.

En fait, PISA, à cette époque parle tantôt de classes de situations, tantôt de contextes. Les contextes pouvant être divers et nombreux tandis que les situations sont réduites aux quatre types suivants.

- Personnel : Situations d'ordre personnelles.

- ➢ Éducatif et Professionnel : Situations rencontrées dans les domaines éducatifs ou professionnels.
- ➢ Public : Situations rencontrées dans la vie publique.
- ➢ Scientifique : Situations de nature scientifique.

Avec le cadre de référence de 2012, les types de situations deviennent les **catégories de contextes.**

- Contextes personnels.
- Contextes professionnels.
- Contextes sociétaux.
- Contextes scientifiques.

On le voit, il n'y a là que des modifications mineures de vocabulaire, mais pour pouvoir s'y retrouver dans les divers rapports et autres productions de PISA, il est préférable d'en être averti.

4.6 Aspects et catégories : tableau synthétique PISA 2012-2015

Domaines de l'évaluation : trois aspects	**Catégories de chacun des domaines de l'évaluation**	
PROCESSUS	FORMULER	Formuler des situations de façon mathématique
	EMPLOYER	Employer des concepts, faits, procédures et raisonnements mathématiques
	INTERPRÉTER	Interpréter, appliquer et évaluer des résultats mathématiques
CONTENUS	VARIATIONS ET RELATIONS	Voir en 12.1.3 une liste de connaissances mathématiques
	ESPACE ET FORMES	
	QUANTITÉ	
	INCERTITUDE ET DONNÉES	
CONTEXTES	PERSONNELS	
	PROFESSIONNELS	
	SOCIÉTAUX	
	SCIENTIFIQUES	

4.7 Distribution des questions de PISA2012 selon les catégories et les formats

Le cadre de référence de PISA a en particulier pour objectif de prévoir la répartition des questions d'évaluation selon les diverses catégories de contenus, de processus et de contextes. Ce sont ces catégories qui feront l'objet du rapport final et qui constitueront autant d'échelles dans les rapports de synthèse, devenant ainsi des « dimensions de l'étude » pour les statisticiens. Il a aussi pour objectif de produire des plans de répartitions des questions selon les divers formats (QCM, question ouverte,…). L'ensemble de ces deux plans constitue la table de spécification. Cette table est définie *a priori* et devient alors le cahier des charges qui commande l'élaboration et la sélection des questions.

Par construction, il n'y a que des différences minimes entre les tables de spécification et les tableaux que l'on peut construire après l'évaluation.

Par exemple, voici ces tableaux pour PISA2012 :[28]

	Variations et relations	**Espace et formes**	**Quantité**	**Incertitude**	**Total**	**Poids**
Formuler	8	13	6	5	**32**	**28%**
Employer	16	12	16	6	**50**	**48%**
Interpréter	5	2	6	14	**27**	**23%**
	29	27	28	25	109	
Poids	27%	25%	25%	23%		

PISA2012 – Répartition des contenus en fonction des processus

	Personnel	**Professionnel**	**Sociétal**	**Scientifique**	**Total**	**Poids**
Formuler	6	9	9	8	**32**	**28%**
Employer	10	10	14	16	**50**	**48%**
Interpréter	5	5	13	4	**27**	**23%**
	21	24	36	28	109	
Poids	**18%**	**23%**	**32%**	**28%**		

PISA2012 – Répartition des contenus en fonction des contextes

	Questions à choix multiples	Questions à réponses construites	Total	Poids
Formuler	10	22	**32**	**28%**
Employer	18	32	**50**	**48%**
Interpréter	17	10	**27**	**23%**
	45	64	109	
Poids	**38%**	**63%**		

PISA2012 – Répartition des formats de questions en fonction des processus

[28] Il y a peu d'intérêt à présenter ici les valeurs de 2015. En effet, les items de 2015 constituent une partie de ceux de 2012 (environ 85%).

4.8 Relation des autres volets de PISA avec les mathématiques

L'utilisation des compétences mathématiques, on le sait, ne trouvent pas s'exercer que dans des tâches désignées comme relevant du domaine mathématique. Cela est vrai dans la vie réelle qui, on l'a dit, est la référence principale de PISA ; cela est donc aussi vrai, naturellement dans les autres domaines des enquêtes.

Nous présentons au chapitre 14 quelques exercices de ces autres domaines. Ces exercices contiennent aussi beaucoup de texte mais elles contiennent aussi des éléments qui pourraient bien les faire passer pour des exercices du domaine mathématique. Certains critiques s'y sont d'ailleurs trompés en prenant l'exercice « Lac Tchad » du domaine compréhension de l'écrit pour un exercice du domaine mathématique.

On ne serait pas surpris de trouver des mathématiques dans les exercices de littératie scientifique ; ce n'est pourtant pas le cas. En effet, pour la plupart, les questions posées sont de nature qualitative ; mis à part l'interprétation de graphiques et de tableaux on y trouve peu de rapport avec les mathématiques.

Il n'en est pas de même pour les questions du domaine « résolution de problèmes ». Pour un lecteur francophone, l'expression fait bien sûr penser aux mathématiques. Toutefois, introduit avec PISA2003, ce domaine s'est en quelque sorte construit en opposition avec les mathématiques. Considérant que les problèmes de la vie n'étaient pas toujours du ressort des mathématiques ou des sciences, l'OCDE a décidé de crée un domaine distinct des autres en y excluant autant que faire se peut tout ce qui pourrait se rapporter aux mathématiques ou aux sciences.

Les questions de ce domaine font en général appel à la logique courante, aux graphes et aux organigrammes comme en témoignent les deux questions présentées en 14.1.1.

Cependant, la logique courante (connecteurs logiques « et », « ou », « non », « négation d'une assertion » …) faisait explicitement partie des programmes de mathématiques de l'enseignement scolaire français jusqu'à il y a peu d'années et elle est bien sûr toujours présente, au moins implicitement, dans les classes de mathématiques comme dans celles des autres disciplines. Quant aux graphes et organigrammes ils sont aussi souvent présents dans les classes de mathématiques. La théorie des graphes est un champ important des mathématiques discrètes et des éléments de cette théorie sont d'ailleurs enseignés dans certaines classes de lycée.

Cela pour dire que la volonté d'exclusion des mathématiques du domaine résolution de problèmes est assez artificielle, du moins du point de vue de l'enseignement français.[29]

En ce qui concerne le domaine de la littératie financière, le rapport aux mathématiques est évident. Les exercices présentés en 14.1.1 ne sont que des exemples de ce qui se retrouve dans la plupart des exercices de ce domaine.

On trouve un appel à des compétences mathématiques là où on les attendait le moins ; à savoir dans le domaine compréhension de l'écrit (« *reading literacy* »). L'exercice « Lac Tchad » présenté en

[29] Bien que l'objectif du présent rapport ne soit pas de commenter les résultats des enquêtes, on peut, peut-être, signaler qu'alors que les résultats des élèves français en littératie mathématique ont été généralement jugés insuffisants en 2012, leurs résultats en résolution de problèmes les situent nettement au-dessus de la moyenne de l'OCDE.

XXX demande à l'évidence des capacités élevées en matière de lecture de représentations graphiques de divers types. D'autres exercices de ce domaine supposent des lectures de tableaux ou d'organigrammes complexes. Cela n'est aucunement contradictoire avec le projet de PISA mais cela peut expliquer des proximités à première vue étonnantes dans les résultats (voir § 9.3).

5 Le cadre de référence des enquêtes TIMSS

Le cadre de référence de TIMSS a les mêmes fonctions que celui de PISA (cadre auquel il a servi de modèle). Précisons que les documents de TIMSS n'ayant pas à ce jour été traduits en français, il ne sera pas utile par la suite de rappeler que toutes les citations utilisées sont des traductions personnelles (y compris en ce qui concerne les exercices – sauf ceux de 2015).

5.1 Organisation générale du cadre de référence de TIMSS

Les cadres de référence successifs de TIMSS ont peu changé depuis l'étude de 1995 : ils se sont juste affinés et précisés. La France n'ayant participé à TIMSS, partiellement, qu'en 1995 et en 2015, nous nous limiterons essentiellement à ces deux enquêtes.

D'une façon générale, ces cadres sont nettement moins détaillés que ceux de PISA et sont essentiellement centrés sur le modèle de curriculum sur lequel toutes les enquêtes se fondent, tant en mathématiques qu'en sciences.

Outre ce modèle de curriculum, les cadres de référence définissent les contenus sur lesquels portent l'étude et les capacités cognitives supposées être mises en œuvre. Comme cela est le cas pour PISA, ils présentent aussi les questionnaires contextuels.

5.2 Les trois aspects des curriculums

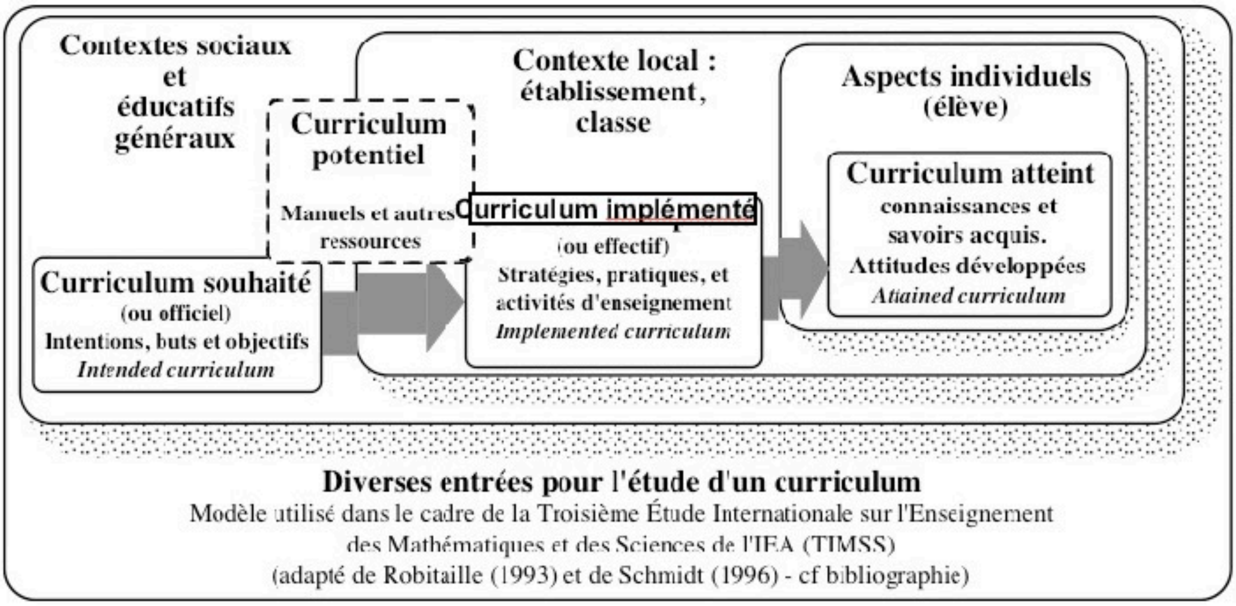
TIMSS, nous l'avons dit, est résolument orienté vers la recherche. Il s'est constitué, après FIMS et SIMS comme un observatoire permanent des curriculums mathématiques et scientifiques d'une grande partie des pays du monde.

Le modèle développé par l'IEA pour les enquêtes internationales distingue trois aspects du curriculum :

1. le curriculum souhaité (« *intended curriculum* »),
2. le curriculum implémenté (« *implemented curriculum* »),
3. le curriculum atteint (« *attained curriculum* »).

Les enquêtes TIMSS cherchent à mieux connaître et faire connaître chacun de ces aspects des curriculums et à éclaircir les liens qu'ils entretiennent entre eux.

La figure ci-dessous illustre les relations entre ces trois aspects d'un curriculum.



Le curriculum souhaité : pour chaque pays ou système éducatif, il s'agit du curriculum officiel ; celui que l'on peut déduire des programmes, des instructions, et des plans de formation des enseignants. À cela on peut ajouter le curriculum potentiel, constitué des manuels scolaires et des ressources de plus en plus nombreuses mises à la disposition des enseignants (y compris, bien sûr, les ressources numériques et les équipements divers).

TIMSS attache une grande importance au curriculum souhaité. Cela à la fois pour adapter ses enquêtes aux pratiques du moment et pour alimenter son encyclopédie.

Pour l'étude de 1995 un groupe de travail a eu pour mission d'étudier cet aspect du curriculum à partir de documents de tous types envoyés au centre de recherche par les pays participants. La tâche était ambitieuse et n'a pu être que partiellement menée à bien (voir cependant Schmidt 1996). Pour les enquêtes ultérieures, le curriculum souhaité est déduit de questionnaires renseignés par chacun des pays participants.

Le curriculum implémenté : évidemment, selon les pays, la distance est plus ou moins grande entre les intentions affichées et la réalité de l'enseignement donné. TIMSS cherche à s'approcher de cette réalité en s'appuyant sur des questionnaires relatifs à l'organisation des établissements scolaires et aux pratiques d'enseignement. Il s'agit de quatre questionnaires destinés respectivement :

- aux élèves,
- aux élèves et à leurs parents (sauf pour TIMSSADV),
- aux professeurs,
- aux chefs d'établissements.

En France, en 2015, au niveau CM1 les 4 questionnaires ont été administrés en format papier. Pour TIMSSADV, les questionnaires élèves (questionnaires distincts pour les volets mathématique et physique) ont été administrés sur papier ; les questionnaires professeurs (mathématiques et physique) et le questionnaire établissement ont été administrés en ligne.

De plus, le chapitre de l'encyclopédie, relatif à chaque pays (voir § 2.3.1), est écrit en concertation étroite avec les représentants de ce pays.

Le curriculum atteint : le curriculum souhaité et le curriculum implémenté précisent ce que chaque pays cherche à obtenir et la façon dont il s'organise pour l'obtenir. Reste à savoir dans quelle mesure les acquis des élèves sont à la hauteur des attentes. C'est tout l'objet des questionnaires cognitifs.

On vient de voir à quel point la philosophie de TIMSS diffère de celle de PISA.

Le programme TIMSS part de l'enseignement tel qu'il se conçoit dans chacun des pays et tel qu'il s'y déroule. Il part des disciplines telles qu'elles se sont constituées et telles qu'elles sont enseignées. Cherchant à mettre à plat les éléments des curriculums puis à mettre ces éléments en relation, TIMSS dégage des tendances : rappelons que le « T » de TIMSS signifie maintenant « tendances » (*trends*) et met à la disposition des décideurs, des chercheurs et du public des éléments de comparaison de nature à les aider à orienter leur action et leurs réflexions.

PISA, quant à lui, part du « monde réel » et même, pense-t-il, du monde tel qu'il sera demain. Il cherche en quelque sorte à anticiper les besoins de la société et de l'humain par rapport à la société. Les disciplines, si elles interviennent, ne sont que des moyens qu'il s'agit de mettre au service de ces besoins.

Une de ces deux approches est-elle préférable à l'autre ? Sont-elles compatibles ? Ce n'est pas le lieu de répondre à cette question. Ce qui nous semble important est que, lorsque l'on lit les rapports relatifs à ces enquêtes ou les interprétations qui en sont faites on ait bien à l'esprit ces différences.

Enfin, il ne faudrait pas déduire de ce qui précède que, contrairement à PISA, TIMSS ne se soucierait pas de l'amélioration des systèmes éducatifs ; simplement, les chemins empruntés ne sont pas du même ordre.

Avec la théorie anthropologique du didactique, qu'il n'est pas possible de présenter ici, Chevallard (1991 ?) a développé une approche permettant de replacer les enquêtes internationale dans une chaîne d'activités humaine allant de l'élève à la civilisation en passant par la classe, la discipline (les mathématiques et d'apporter un regard à la fois distancé et éclairant sur la question et les niveaux des curriculums.

En particulier la prise en compte des niveaux de co-détermination permet de mieux comprendre les enjeux et les fonctions de ces enquêtes : comment le niveau « société » s'articule avec le niveau « curriculum), lui même avec le niveau « classe » etc.

Artigue et Winslow expliquent cela de façon très claire dans Artigue & Winslow 1991.

En particulier, *« en nous situant dans cette approche, ces différents curricula peuvent alors être mis en perspective avec les organisations mathématiques (OM) définies en fonction des différentes étapes de la transposition didactique (Chevallard 1991) : OM à enseigner (en lien avec le curriculum intentionnel), OM enseignée (curriculum mis en œuvre) et OM apprise (pour le curriculum atteint. »* (Grapin 2015).

5.3 Les domaines de contenus

Présentée en 1995 sous la forme d'un syllabus (liste de connaissances) (Robitaille D.F. & *al*. 1993), la présentation des contenus a rapidement évolué vers une liste de savoir-faire attendus.[30]

En 1995, le syllabus était simplement une liste couvrant l'ensemble des mathématiques enseignées ou enseignables de la maternelle à l'université. Bien qu'accompagnée de catégories que l'on nommerait aujourd'hui compétences cognitives et perspectives (enjeux de la formation mathématique), cette présentation témoignait d'un ancrage très fort sur la discipline, ancrage qui subsiste aujourd'hui.

Par la suite, et en particulier pour TIMSS 2015, le syllabus a laissé la place à des présentations de contenus spécifiés selon les niveaux (quatrième année scolaire, huitième année et année terminale scientifique). Pour chacun des niveaux étudiés, la liste des contenus définit et précise plusieurs domaines[31] dont l'organisation générale a peu varié au fil des enquêtes.

Voici la répartition de ces domaines pour TIMSS 2015 :

- **Pour la quatrième année scolaire :**
- Nombres
- Formes géométriques et mesures
- Représentation de données

- **Pour la huitième année scolaire :**
  - Nombres
  - Algèbre
  - Géométrie
  - Données et probabilités

- **Pour l'année de fin d'études secondaires à orientation scientifique :**
  - Algèbre
  - Analyse
  - Géométrie

Pour les niveaux auxquels la France a participé en 2015 (CM1 et fin d'études secondaires scientifiques), ces domaines sont détaillés en annexe en termes de contenus et de savoir-faire (13.2.1 à 13.2.4).

L'évolution depuis 1995 a essentiellement consisté, conformément à une tendance observée mondialement, à passer du simple syllabus (liste de chapitres et thèmes de cours) à une présentation en termes de savoir-faire introduits par des verbes d'action (Faire, Calculer, Identifier, etc.).

Ces contenus et ces savoir-faire étant le résultat d'une étude comparée et détaillée des contenus des programmes des pays participant à l'étude, ils sont dans leurs grandes lignes en adéquation avec ceux des pays participant à l'étude.

[30]Pour comparaison, on trouvera le cadre de référence avec la liste des contenus mathématiques de TIMSS1995 à l'adresse https://antoine-bodin.com/ (page TIMSS) ou Bodin A. (1997)

[31] Le terme domaine n'a pas le même sens dans TIMSS que dans PISA

Le cadre de référence de PISA 2015 justifie l'organisation des contenus par des considérations de nature pédagogique (cf. 13.2.1) et remplace le syllabus par une liste de savoir-faire adaptés au niveau considéré.

La France n'ayant pas participé à TIMSS1995 pour le niveau CM1 et n'ayant pas participé à TIMSS2015 pour le niveau quatrième, nous ne tenterons pas dans le présent rapport de comparer les contenus sollicités par ces deux enquêtes.

En ce qui concerne TIMSSADV, en 1995, le domaine « algèbre » était nommé « nombres et équations », mais surtout, le détail des contenus des différents domaines a évolué depuis cette date.

Pour TIMSSADV2015, chacun des domaines de contenu est constitué de thèmes, et chaque thème à son tour comprend plusieurs sous-thèmes (voir ci-dessous le tableau synthétique). Chaque thème reçoit le même poids en termes de temps alloué à l'évaluation du thème.

La comparaison des contenus pris en compte en 1995 et en 2015 paraît difficile à partir de celle des cadres de référence, et cela en raison des différences de présentation. Une telle comparaison ne pourrait être faite qu'à partir de l'analyse comparée de l'ensemble des exercices utilisés dans ces deux enquêtes.

On note cependant, conformément aux évolutions curriculaires dans le monde, un plus grand développement de tout ce qui touche aux fonctions et en particulier à l'étude qualitative des fonctions en relation avec la question de leurs représentations et l'introduction de la fonction exponentielle. On note aussi la place plus importante donnée à l'analyse, avec, toutefois, la disparition des équations différentielles (notion qui n'avait d'ailleurs fait l'objet d'aucune question en 1995).

On pourra s'étonner du fait que les statistiques et les probabilités n'apparaissent pas dans les contenus de ce niveau. TIMSS l'explique par le fait que de grandes différences entre les pays existent dans ces domaines, ce qui rendait très problématique leur inclusion dans l'étude.

Ce fait est certainement à noter en ce qui concerne la participation de la France à TIMSSADV2015. Compte tenu de la place maintenant prise par les probabilités et les statistiques dans ce pays, leur absence peut être considérée comme générant un biais dans la mesure globale de la compétence mathématique.

5.4 Les domaines cognitifs

Les domaines cognitifs définis par TIMSS et utilisés pour présenter les résultats sont :

- Connaître
- Appliquer
- Raisonner

Il s'agit ici d'aspects de l'activité mathématique plus ou moins entremêlés (il est en effet difficile d'appliquer sans connaître et sans raisonner !).

A rapprocher du reproductions, connexions, réflexions de PISA ? (à venir)

Voici comment TIMSS décrit ces domaines :

5.4.1 Quatrième et huitième année scolaire (en France : CM1 et quatrième)

Le premier domaine, « connaître », couvre les faits, les concepts et les procédures que les élèves ont besoin de connaître, tandis que le second, « appliquer », met l'accent sur la capacité des élèves à appliquer les connaissances et la compréhension des concepts pour résoudre des problèmes ou pour répondre à des questions. Le troisième domaine, « raisonner », va au-delà de la solution des problèmes de routine pour englober des situations inhabituelles, des contextes complexes et des problèmes à plusieurs étapes.

5.4.2 Fin d'études secondaires à orientation scientifique (TIMSSADV2015)

La dimension cognitive des mathématiques se compose de trois domaines basés sur les processus de pensée que les élèves sont censés utiliser pour traiter les questions de mathématiques développées pour l'évaluation TIMSSADV2015. Le premier domaine, « connaître », concerne la capacité des élèves de se rappeler et reconnaître les faits, les procédures et les concepts nécessaires à une solide base mathématique. Le second domaine, « appliquer », met l'accent sur l'utilisation de ces connaissances pour modéliser et mettre en œuvre des stratégies pour résoudre des problèmes. Le troisième domaine, « raisonner », comprend les capacités à analyser, synthétiser, généraliser, et justifier par des arguments ou des preuves mathématiques. Les situations nécessitant un raisonnement sont souvent peu familières ou complexes.

Bien qu'il y ait une certaine hiérarchie entre les trois domaines cognitifs (de « connaître » à « appliquer » et « raisonner »), chaque domaine contient des éléments représentant une gamme complète de difficultés.

On trouvera en annexe 13.2.5 une présentation détaillée des capacités cognitives composant ces domaines.

5.5 Tableaux synthétiques des plans d'évaluation de TIMSS2015

<table>
<tr><td colspan="3">Plan d'évaluation de TIMSS 2015
Mathématiques quatrième et huitième année scolaire</td></tr>
<tr><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td></td><td>DOMAINES</td><td>THÈMES</td></tr>
<tr><td rowspan="7">CONTENUS</td><td rowspan="3">NOMBRES</td><td>Nombres entiers</td></tr>
<tr><td>Fractions et décimaux</td></tr>
<tr><td>Expressions, équations simples et relations</td></tr>
<tr><td rowspan="2">FORMES GÉOMÉTRIQUES ET MESURES</td><td>Points, lignes, et angles</td></tr>
<tr><td>Formes en deux ou trois dimensions</td></tr>
<tr><td>REPRÉSENTATIONS DE DONNÉES</td><td>Lecture, interprétation et représentation</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">COMPÉTENCES COGNITIVES</td><td rowspan="3">CONNAÎTRE</td><td>Rappeler</td></tr>
<tr><td>Reconnaître</td></tr>
<tr><td>Classifier, ranger</td></tr>
</table>

		Calculer
		Extraire
		Mesurer
	APPLIQUER	Déterminer
		Représenter/ Modéliser
		Mettre en œuvre
	RAISONNER	Analyser
		Intégrer/ Synthétiser
		Évaluer
		Tirer des conclusions
		Généraliser
		Justifier

Plan d'évaluation de TIMSSADV 2015 Mathématiques avancées		
	DOMAINES	**THÈMES**
CONTENUS	**ALGÈBRE**	Expressions et opérations
		Équations et inéquations
		Fonctions
	ANALYSE	Limites
		Dérivées
		Intégrales
	GÉOMÉTRIE	Géométrie classique et géométrie analytique
		Trigonométrie
COMPÉTENCES COGNITIVES	**CONNAÎTRE**	Rappeler
		Reconnaître
		Calculer
		Extraire
	APPLIQUER	Choisir les méthodes
		Représenter/ Modéliser
		Mettre en œuvre
	RAISONNER	Analyser
		Intégrer/ Synthétiser
		Évaluer
		Tirer des conclusions
		Généraliser
		Justifier

5.6 Distribution des questions de TIMSS 2015 selon les domaines et les formats

Comme cela a été expliqué pour PISA, les domaines de contenus et les domaines cognitifs de TIMSS (processus dans PISA) sont utilisés pour établir des tables de spécification *a priori* (répartition souhaitée des questions dans chacun des domaines et des formats de questions). Ces tables spécifient le poids relatif de chacun des domaines dans l'évaluation.

Dans la pratique, la répartition finale est toujours très proche de la répartition souhaitée.

Voici cette répartition finale pour TIMSS 2015 (mathématiques grade 4 et « *advanced* »).

	Questions à choix multiples	**Réponses à construire**	**Nombre total de questions**	**Score total[32]**	**Pourcentage du score total**
Nombres	46	43	89	**95**	**52%**
Formes géométriques et mesures	35	21	56	**59**	**32%**
Représentation de données	8	16	24	**28**	**15%**
Total	89	80	169	**182**	
Pourcentage du total des points	**50%**	**50%**			

Contenus et Formats des questions de TIMSS4_2015 (CM1) (source : Mullis & *al* 2016)

	Questions à choix multiples	**Réponses à construire**	**Nombre total de questions**	**Score total[33]**	**Pourcentage du score total**
Algèbre	19	18	37	**43**	**35%**
Analyse	21	13	34	**44**	**36%**
Géométrie	19	12	30	**36**	**29%**
Total	59	43	102[34]	**123**	
Pourcentage du du score total	**50%**	**50%**			

Contenus et Formats des questions de TIMSSADV2015 (source : Mullis & *al* 2016)

[32] Certaines questions sont codées sur 1 ou 2 points.

[33] idem.

[34] 101 en France

	Questions à choix multiples	Réponses à construire	Nombre total de Questions	Score total[35]	Pourcentage du score total
Connaître	37	27	64	**65**	**36%**
Appliquer	36	36	72	**80**	**44%**
Raisonner	16	17	33	**37**	**20%**
Total	89	80	169	**182**	
Pourcentage du score total	**49%**	**51%**			

Domaines cognitifs des questions de TIMSS4_2015 (CM1) (source : Mullis & *al* 2016 b)

	Questions à choix multiples	Réponses à construire	Nombre total de Questions	Score total[36]	Pourcentage du score total
Connaître	27	6	33	**36**	**29%**
Appliquer	22	18	40	**50**	**41%**
Raisonner	10	19	39	**37**	**30%**
Total	59	43	102	**123**	
Pourcentage du score total	**50%**	**50%**			

Domaines cognitifs des questions de TIMSSADV2015 ((source : Mullis & *al* 2016b)

[35] Certains items sont codés sur 1 ou 2 points.
[36] Certains items sont codés sur 1 ou 2 points.

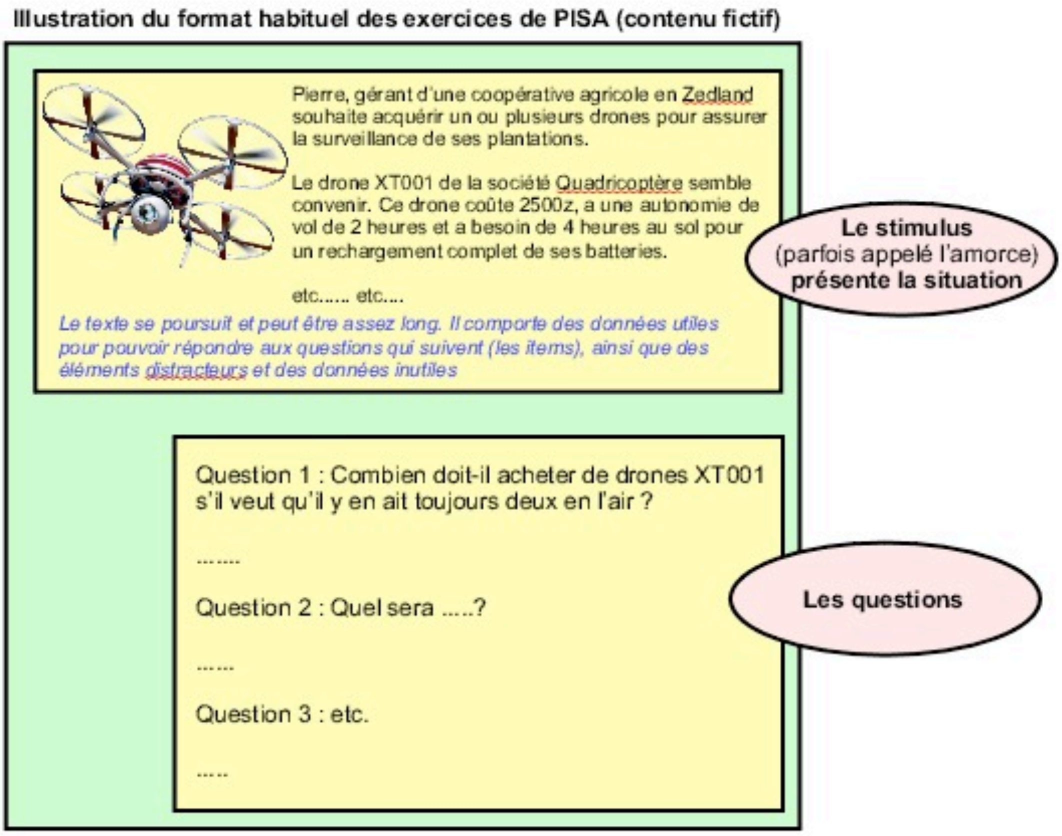
6 Les exercices d'évaluation de PISA et de TIMSS

6.1 Aspects communs à PISA et à TIMSS

Plusieurs exercices de PISA et de TIMSS sont présentées et analysées au chapitre 8.

Les exercices de PISA comportent systématiquement une première partie destinée à présenter la situation sur laquelle porteront les questions auxquelles l'élève aura à répondre. Il s'agit de mettre les questions en contexte et de les ancrer sur le monde « réel ». Cette partie constitue le stimulus de l'exercice et peut comporter un texte de présentation qui peut être assez long. Nous aurons l'occasion d'en reparler au chapitre 9.

Comme cela est en général le cas dans les situations rencontrées hors de la classe, le stimulus ne cherche pas à être pur, c'est à dire qu'il ne se limite pas à présenter les informations dont la prise en compte sera nécessaire pour répondre aux questions qui lui sont associées. Conçu comme la mise en scène d'une situation, le stimulus comprend des informations superflues (textes, images, graphiques, etc.). Pour répondre aux questions qui sont associées au stimulus, l'élève devra d'abord comprendre la situation, puis à la mathématiser, ce qui suppose qu'il fasse des choix pertinents et suffisants parmi les informations apportées par le stimulus ; c'est le processus « Formuler » de PISA.



L'image ci-dessus illustre le format habituel des exercices mathématiques de PISA, mais signalons que le même format est utilisé pour les autres domaines des enquêtes.

Rappelons que les définitions que nous utilisons pour les termes Exercice, Question, Item ont été précisées au 6 2.4 .2.

Les questions associées à un exercice donné sont supposées indépendantes. Elles le sont en effet dans la mesure où l'élève peut répondre à l'une quelconque d'entre elles sans même avoir pris connaissance des autres. Toutefois, l'élève est amené à faire un aller et retour entre la question à laquelle il doit répondre et le stimulus et il n'est pas exclus qu'il puisse être influencé par le contexte et par les difficultés qu'il a pu avoir à répondre aux questions précédentes, ainsi que nous le verrons dans l'analyse de certaines questions.

Dans les rapports de PISA, on voit souvent des exercices qui ne sont apparemment accompagnés que d'une partie des questions qui devaient les accompagner. Par exemple questions n°2 et n°3, mais pas de question n°1.

Certains commentateurs ont cru qu'il s'agissait là d'un refus de divulgation de certaines questions. En réalité, la plupart des exercices ont été construits avec plusieurs questions (numérotées question 1, question 2, etc.) puis ont été expérimentés un an avant l'enquête proprement dite dans un certain nombre de pays sur des échantillons réduits (*field test*). Les données recueillies ont alors été analysées de façon qualitative par les groupes d'experts en relation avec les représentants nationaux, et d'un point de vue statistique par l'utilisation des modèles probabilistes de réponse aux items. Les questions qui ne répondaient pas aux critères ont alors été exclues de l'enquête, mais la numérotation initiale a été conservée.

Une partie des exercices de TIMSS (voir 12.3) sont construits sur le même modèle que ceux de PISA (voir par exemple l'exercice « Pavage carré »). Toutefois le contenu du stimulus est réduit au minimum et même disparaît assez souvent (voir l'exercice « Volume d'un pavé droit »).

Dans les deux cas, même si certaines questions sont liées à un même stimulus, les questions sont considérées comme indépendantes.

Les exercices de TIMSS sont donc le plus souvent placés d'emblée dans le monde mathématique et, lorsqu'ils ne le sont pas leur stimulus est beaucoup plus réduit que dans le cas des exercices de PISA. De ce fait, ils sont, beaucoup plus en accord avec les habitudes scolaires de nombreux pays. Cette remarque permet d'ailleurs de distinguer les pays qui, tels la Russie, réussissent mieux à TIMSS qu'à PISA, de ceux qui, tel la Finlande, réussissent mieux à PISA qu'à TIMSS.

Plus généralement, une étude comparant les résultats de TIMSS grade 8 et de PISA a montré que, de façon significative, les pays de l'Est réussissaient mieux à TIMSS qu'à PISA, tandis que les pays de l'Ouest réussissaient mieux à PISA qu'à TIMSS.

Cette même étude a amené M.Wu a sélectionné parmi les items de TIMSS 2003 grade 8 ceux qui auraient pu être utilisé par PISA, non en ce qui concerne le niveau, mais seulement en ce qui concerne la forme. Elle avait conclu que plus de 50% des questions de TIMSS n'auraient pas pu être utilisées par PISA : trop formelles et trop intra-mathématiques (Wu 2009).

Nous avons trouvé à peu près le même pourcentage en étudiant les questions de TIMSS 2015 grade 8.

Pour TIMSSADV 2015, nous trouvons environ 15% des questions qui conviendraient à l'esprit de PISA. Certes, il s'agit d'évaluer les connaissances et les savoir-faire d'élèves en fin d'études à orientation scientifique mais il suffit de regarder une épreuve du baccalauréat français de ces dernières années pour constater la distance qu'il y a avec la forme de questionnement de TIMSS. Sans être pour autant de type PISA, les questions de baccalauréat sont en effet nettement plus en relation avec le monde réel que celles de TIMSS.

En réponse aux critiques faites par les représentants des pays et par de nombreux observateurs, PISA tend maintenant à mettre davantage l'accent sur les contenus mathématiques, ce qui se traduit par la proportion importante de question classées dans la catégorie « Employer » près de 50%.

Dans le même temps et pour répondre à des critiques opposées, TIMSS tend à augmenter légèrement la proportion de questions ancrées sur le monde réel.

PISA et TIMSS utilisent la même méthode pour organiser la passation de leurs questions d'évaluation : la méthode dite des « cahiers tournants » (voir partie méthodologie de cette étude). Cette méthode, qui permet de baser l'enquête sur un nombre de questions trois fois plus important que le nombre de questions que passera chaque élève, a aussi le grand avantage de limiter considérablement les problèmes de copiage entre élèves.

Pour PISA, le temps moyen laissé pour répondre à une question est d'environ 2 minutes. Les élèves disposent d'un temps limité pour effectuer l'ensemble de leur cahier de test, mais le temps passé sur chacun des exercices n'est pas minuté.

Pour TIMSS, la situation est à peu près la même : la vitesse de traitement y est aussi favorisée. Le temps moyen alloué à chaque question est de 2 minutes pour le niveau CM1 et un peu plus long (2 min 40 s) pour TIMSSADV.

De ce fait, dans un cas comme dans l'autre, tous les élèves ne vont pas jusqu'au bout des cahiers de tests. Du fait que les unités d'évaluation sont réparties différemment dans les cahiers, le même exercice peut se retrouver en début de cahier, au milieu, ou à la fin, ce qui a pour effet de réduire considérablement l'effet d'ordre observé dans des évaluation plus classiques où les derniers exercices ne sont pas atteints par une partie plus ou moins importante des élèves.

Les consortiums qui organisent TIMSS et PISA (mais aussi PIRLS et d'autres enquêtes internationales ont un organisme en commun : ETS (*Educational Testing Service*). Fondé en 1947, ETS est, selon Wikipédia *« la plus grande organisation à but non lucratif privée de mesure et d'évaluation éducative au monde »* ; c'est elle qui organise les évaluations nationales des États-Unis ; c'est elle qui a fourni la première base d'items de TIMSS et c'est elle qui a développé la plupart des outils d'analyse des résultats des enquêtes. Malgré des évolutions récentes, ETS reste essentiellement pilotée par des préoccupations d'ordre psychométrique, domaine dans lequel sa suprématie est reconnue dans le monde entier.[37]

PISA libère environ 25% de ses questions d'évaluation de la littératie mathématique et encore moins, à ce jour, de littératie scientifique. TIMSS, de son côté, s'appuyant sur une banque d'items très importante en libère un peu plus de 40%, aussi bien en mathématiques qu'en sciences[38].

[37] Le fait de parler d'édumétrie plutôt que de psychométrie lorsqu'il est question d'éducation ne change rien à la question.

[38] Pour TIMSS2015, l'IEA donne toujours accès à environ 40 % mais leur utilisation est soumise à autorisation..

6.2 Les types de questions de PISA et de TIMSS

Ainsi que nous l'avons dit plus haut, la différence principale entre les questions de PISA et celles de TIMSS réside dans leur ancrage : ancrage presque toujours dans le « monde réel » pour PISA ; ancrage le plus souvent dans le monde mathématique pour TIMSS.

Pour PISA, cela résulte en une charge de lecture de textes environ, 4 fois plus important en moyenne pour PISA que pour TIMSS. (précision et références à retrouver)

Dans les deux enquêtes, les questions sont soit des questions à choix multiples (QCM) soit des questions à réponses ouvertes.

Nous avons vu au § 4.7 et au § 5.6 la répartition des formats des questions dans chacune des enquêtes selon les différents domaines de contenus et de processus. Le tableau ci-dessous résume ces répartitions pour les trois enquêtes qui nous intéressent.

	Questions en QCM		**Questions Semi-Ouvertes**	
	Nombre	**Pourcentage du score total**	**Nombre**	**Pourcentage du score total**
PISA 2012	45	**38%**	64	**63%**
TIMSS_4 2015	89	**49%**	80	**51%**
TIMSSADV 2015	59	**50%**	43	**50%**

On distingue les QCM à choix simple, c'est à dire les questions pour lesquelles une seule des réponses proposées est exacte, les autres étant les distracteurs, et les QCM à choix complexe, c'est à dire les questions où plusieurs des réponses proposées peuvent être exactes.

Pour TIMSS, toutes les QCM sont à choix simple parmi quatre réponses proposées ; les autres réponses proposées étant les distracteurs.

Pour PISA, environ les deux tiers des QCM sont à choix simple parmi un nombre de réponses proposées allant de 4 à 6. Les autres QCM sont à choix complexe.

Dans les deux enquêtes, les questions ouvertes sont semi-ouvertes à réponses courtes, voire très courte. Dans les deux tiers des cas la réponse attendue se limite en effet à un mot ou à un nombre et peut être codée par une personne sans compétence particulière ou automatiquement par l'ordinateur dans le cas d'une passation sur ordinateur. Dans les autres cas, la réponse attendue peut comporter une ou plusieurs phrases mais est toujours limitée à 3 ou 4 lignes en réponse à la consigne « montrez votre travail » qui ne demande pas une réponse structurée, encore moins une démonstration construite.

On remarquera que les deux tiers des questions de PISA sont des questions à réponses ouvertes contre la moitié pour celles de TIMSS.

Certains commentaires de PISA ont pu laisser croire que la présence de QCM désavantagerait les élèves français. En fait, ce sont plutôt les questions à réponses ouvertes et en particulier celles qui demandent une justification, en général sous la forme « montrez vote travail », qui les défavorisent.

Dans ce cas, l'élève français se croit en effet obligé de faire des phrases et de produire une rédaction correcte de sa réponse. Or les codages se satisfont de quelques mots plus ou moins déconnectés et d'opérations non argumentées. Cela fait souvent dire que les élèves français ne savent pas expliquer alors que c'est peut-être leur souci d'une explication conforme aux habitudes scolaires qui les désavantageraient (habitudes qu'il serait certainement malheureux de décourager pour le seul bénéfice de meilleurs résultats aux enquêtes internationales).

Ainsi, lorsque la réponse attendue est dite simplement ouverte, un seul mot ou un seul nombre peut suffire ; lorsque cette réponse est dite complexe, une ligne ou deux, non rédigées, suffisent en général. Il y a donc là une différence importante avec les standards habituels de l'enseignement des mathématiques en France.

La question se pose ici de savoir s'il conviendrait d'adapter cet enseignement aux évaluations internationales, aussi bien d'une façon générale qu'en ce qui concerne l'entraînement aux types de questions de ces enquêtes.

Le faire sans discernement serait à coup sûr dommageable à la qualité de nos enseignements, d'autant qu'une étude récente de l'OCDE, s'appuyant justement sur les résultats de PISA met en évidence le fait que les élèves qui réussissent le mieux au volet mathématique de PISA sont ceux qui ont reçu un enseignement de type formel – donc ceux qui y sont le moins préparés - et non ceux qui ont été limité à un enseignement centré sur les situations de la vie réelle. (OECD 2016b)[39]

Par contre, munir les élèves de stratégies de réponses pour les QCM et pour les questions à réponses courtes pourrait les aider à faire face aux questionnaires de PISA, de TIMSS, mais aussi à ceux de bien d'autres origines (les jeunes dits en difficulté sont en fait assez souvent soumis à ce type de questionnaire, ne serait-ce que dans les procédures de recrutement du monde du travail).

Cela semble peu connu en France, et encore moins, utilisé, mais il faut noter que l'OCDE a publié en 2009 un ouvrage titré « *Take the test* » et dont la traduction du sous-titre est : « échantillon de questions des évaluations PISA de l'OCDE ». L'ouvrage (en anglais) s'adresse directement aux élèves, aux parents et aux enseignants et contient 300 pages de questions des différents domaines de PISA ; questions qui ont été utilisées dans les enquêtes, qui ont simplement été expérimentées ou qui sont présentées comme exemples. (OECD 2009)[40]

Le New Brunswick, de son côté, a publié en 2008, en français, un document de taille plus modeste « À vos marques, Prêt, PISA 2009 » pour préparer aux tests PISA[41].

De même, on trouve sur le Web des banques d'items pour s'entraîner à TIMSS[42].

Nous aurons l'occasion de reparler de la façon très variable dont, selon les pays l'action est menée pour sensibiliser les élèves, les parents, les enseignants et les chefs d'établissements aux enjeux des tests PISA ou TIMSS : de l'évocation de l'honneur de la nation au silence complet.

---

[39] Laissons de côté le fait que, en France, au moment de la passation des épreuves PISA, plus de 60% des élèves sont au lycée, où il est vraisemblable qu'ils reçoivent un enseignement en partie formel (si ce n'est plus). L'étude ne peut cependant pas dire si ces élèves n'ont pas eu au collège un enseignement plutôt concret et si cet enseignement n'est justement pas à mettre en relation avec leur réussite au lycée.

[40] Qui peut être téléchargé gratuitement mais qu'Amazon vend … 40€ !

[41] Document qui peut être téléchargé sur Internet.

[42] Par exemple : http://www.edinformatics.com/timss/timss_intro.htm

Un point commun aux questions des deux enquêtes est que les descripteurs utilisés sont limités à quelques mots clés, à savoir ceux désignant les contenus, les processus et les formats. Avant l'enquête, les questions sont aussi accompagnées des paramètres statistiques déduits de leur expérimentation (indices de difficulté, de discrimination, etc.) ; après l'enquête, on a en plus accès aux taux de réussite observés dans les différents pays participants.

D'autre part, on le verra avec l'analyse des questions, les consignes de codage des réponses se limitent au contrôle de l'exactitude de la réponse et donc ne fournissent aucune indication sur les démarches suivies par les élèves, ou sur les difficultés qu'ils ont pu rencontrer et les types d'erreurs qu'ils ont pu faire.

Ainsi que le remarquent Roditi et Salles à propos de PISA, mais c'est la même chose pour TIMSS :

> *Les classifications utilisées par l'OCDE ne permettent ni de recenser précisément les connaissances acquises des élèves ni d'estimer le niveau d'acquisition de ces connaissances.* (Salles & Roditi 2015)

Cela est compréhensible pour des enquêtes de cette ampleur, destinées au moins pour PISA à fournir des indicateurs généraux pour le pilotage des systèmes éducatifs. Des études complémentaires peuvent être cependant menées dans chacun des pays pour compléter l'information. Ces études ont en effet lieu, en particulier en France à la Depp (Salles & Roditi 2015), mais il manque la dimension internationale qui permettrait de pointer des types d'erreurs différentes selon les pays.

Redisons ici que l'organisation de ces enquêtes est commandée par la psychométrie. Mener les deux de front serait certainement trop lourd et source de nombreuses erreurs, mais la focalisation sur les qualités psychométriques des questions et des échelles amène d'autres problèmes. Nous en reparlerons.

7 Comparaison des programmes PISA et TIMSS – Synthèse

Les chapitres précédents ont mis en évidence des différences et des ressemblances entre les objectifs des programmes PISA et TIMSS et entre les méthodes et les instruments qu'ils utilisent.

Tentons d'abord de résumer les différences :

	PISA	**TIMSS**	**Remarques**
•	…est un programme d'évaluation pluriannuel dont les résultats sont destinés, en premier lieu, aux responsables des systèmes éducatifs.	…est comme une étude comparative pluriannuelle dont les résultats sont destinés, en premier lieu, aux chercheurs.	Nous parlerons d'enquêtes dans les deux cas ; enquêtes qui à côté de leurs destinations premières peuvent être utiles à de nombreux acteurs.
•	… est piloté par l'OCDE, organisation intergouvernementale qui, par	…est piloté par l'IEA qui est une association indépendante des états et qui est centrée sur	L'OCDE s'intéresse de façon indirecte à l'Éducation, ne serait-ce que parce qu'elle la

	définition, s'intéresse en premier lieu au développement de l'économie mondiale.	l'éducation et sur la recherche.	considère comme la clé du développement.
•	… évalue les compétences en matière de littératie, et cela dans un sens qui est défini dans ce rapport.	…évalue les connaissances et les savoir-faire scolaires relatifs aux mathématiques et aux sciences.	Dans les deux cas, les enquêtes portent aussi sur les processus que les élèves mettent en œuvre pour résoudre les questions[43] qui leur sont proposées.
•	… se focalise sur les compétences qui subsistent après l'école et qui sont de nature à permettre au citoyen de s'intégrer harmonieusement au monde actuel et à contribuer à son développement.		
•	…. évalue les élèves qui sont dans leur quinzième année au moment de la passation des tests et qui sont encore scolarisés, quel que soit le type d'institution dans laquelle ils se trouvent.	… évalue les élèves de quatrième et de huitième année scolaire et de fin d'études secondaires à orientation scientifique.	Précisons qu'en France, l'âge moyen des élèves qui ont passé les tests PISA en 2012 était de 15 ans et 8 mois (à vérifier).
•	…mène son programme dans l'ensemble des pays de l'OCDE ainsi que dans un certain nombre de pays qui l'ont rejoint (34 pays en 2015)	…. La participation à TIMSS est volontaire et en nombre variable selon les niveaux évalués (XXX pays en 2015).	Dans les deux cas, l'évaluation se fait sur échantillons.
•	… déroule son programme tous les trois ans depuis l'année 2000, avec à chaque étape un domaine dit majeur sur lequel porte les deux tiers	… déroule son programme tous les quatre ans depuis l'année 1995 pour les niveaux quatrième et huitième année scolaire ; de façon plus	Dans les deux cas, il s'agit d'enquêtes transversales (permettant le suivi des observations dans le temps, mais pas sur une même

[43] Les questions posées aux élèves, qu'elles fassent appel à leurs connaissances et à leurs compétences, ou qu'elles soient posées dans les questionnaires contextuels sont souvent appelées ITEMS. On distingue alors les items cognitifs (portant sur leurs connaissances et leurs compétences, utilisés dans les cahiers de tests) et les items contextuels (posés dans les questionnaires contextuels).

Pour alléger le texte, dans l'ensemble de ce rapport le mot question employé seul signifie toujours question utilisée dans les cahiers de tests.

	de l'évaluation (un peu moins en 2015).	irrégulière pour le niveau terminal.	cohorte d'élèves).
•	…les questions sont pour la plupart ancrés sur des situations issues du monde réel.	…les questions sont pour la plupart ancrées directement dans le monde mathématique.	Dans les deux cas il s'agit de QCM ou de questions à réponse courte ou très courte.
•	…à compléter si des points importants ont été oubliés		
•			

PISA et TIMSS attribuent une grande importance à leurs questionnaires de contexte. Toutefois, ils les utilisent de façon un peu différente. Pour TIMSS, ces questionnaires alimentent surtout une base de connaissances sur les systèmes éducatifs (Mullis, I. & *al* (ed.) 2012) tandis que PISA met plus systématiquement en relation les variables issus de ces questionnaires avec les résultats de nature cognitifs et les transforme en indicateurs pour le pilotage des systèmes éducatifs. Toutefois, TIMSS aussi met en relation les différents types de données, mais d'une façon plus limitée que PISA et ne cherche pas, directement, à influencer les politiques éducatives des pays participants.

Ainsi que nous l'avons souligné, PISA a beaucoup emprunté à TIMSS et aux enquêtes de l'IEA, ce qui se traduit par des points communs à ces deux programmes :

- Pour PISA comme pour TIMSS, le questionnement de nature cognitif est accompagné d'un ensemble important de questionnaires de contexte (pour les élèves, les parents[44], les professeurs et les chefs d'établissement).
- PISA et TIMSS pratiquent toutes les deux une politique de données ouvertes. Sont ainsi en accès libre quasiment tout ce qui concerne l'organisation des études, les instruments utilisés et leurs modalités d'utilisation, les données recueillies, ainsi que l'ensemble des rapports, y compris les rapports techniques détaillant les méthodologies utilisées pour le traitement des données.
  La seule exception concerne les questions d'évaluation : pour chacune des enquêtes, une partie de ces questions est mise au secret pour pouvoir être utilisées à nouveau lors des enquêtes ultérieures. Par contre, l'ensemble des questionnaires contextuel sont d'accès libre.
- Signalons que, exception faite des âges des élèves concernés, les destinataires, les objectifs et les méthodes des PISA et de TIMSS se rapprochent peu à peu, en particulier en ce qui concerne le domaine mathématique.
- PISA et TIMSS cherchent tous deux à obtenir la participation de l'ensemble des pays du monde à leurs enquêtes.

[44] Sauf pour TIMSSADV

8 Analyses des instruments d'évaluation de PISA et de TIMSS

Nous l'avons déjà signalé, les questions de PISA comme celles de TIMSS sont analysées *a priori* d'une façon extrêmement sommaire (cf. 11.1). La seule chose qui importe est alors leur classement dans les catégories définie dans les cadres de référence et cela, dans le but d'équilibrer le questionnement, mais surtout dans le but de nourrir les variables sur lesquelles seront construites les échelles de résultats. Les préoccupations d'ordre didactique sont largement absentes de ces procédures, ce que l'on peut comprendre dans la mesure où ces enquêtes ne cherchent pas à définir un programme d'enseignement ou même d'être d'une quelconque aide pour l'enseignement. Ce qui est moins compréhensible est que ces préoccupations soient absentes de la plupart des analyses et commentaires, qu'ils viennent de l'OCDE ou d'autres sources (voir cependant Dupé, & Olivier, 2002 et 2005 ; Wu, 2009 et 2010 ; Bodin 2006a, 2006c, 2007, 2008b).

Nous présentons dans ce chapitre des exercices extraits des évaluations TIMSS et PISA ; ils permettent de mieux comprendre la façon dont les mathématiques, mais aussi les processus ou les domaines cognitifs sont évalués.

Ces questions sont accompagnées des descriptions données par les concepteurs. Elles sont aussi accompagnées, lorsqu'ils sont disponibles, de quelques taux de réussite obtenus. Cela, afin de donner une idée de la difficulté de la question pour différents groupes d'élèves. À l'exception du Japon, les pays choisis l'ont été pour leur proximité culturelle avec la France. Le Japon lui-même se rapproche des standards occidentaux[45] et la comparaison semble encore intéressante (il n'en serait pas de même avec les pays qui se situent en haut ou en bas des classements).

Sauf en ce qui concerne le Japon, nous n'avons retenu que des pays qui ont habituellement des taux de réussite voisins des taux français. L'intérêt est qu'ils permettent de chercher à comprendre pourquoi tel pays, cependant comparable au nôtre, réussit mieux, beaucoup mieux ou beaucoup moins bien telle question particulière. Ce point renvoie à des préoccupations de nature didactique, c'est à dire à place que la question d'évaluation prend par rapport aux enseignements et aux apprentissages ainsi qu'à la façon dont les connaissances de nature mathématique interviennent dans sa résolution. On voit bien que ce n'est pas le cas lorsque l'on observe des échelles de classements qui ne disent rien de ce qui est évalué.

On verra que souvent les taux de réussite observés dans divers pays sont assez voisins. Souvent, les différences ne sont pas statistiquement significatifs (c'est le cas lorsque la différence est de 2 ou 3 points de pourcentage).

8.1 Méthodes d'analyse utilisée dans notre étude

Comprendre ces enquêtes et donner du sens aux résultats diffusés est évidemment nécessaire pour les décideurs et pour les médias. C'est tout autant nécessaire pour les professionnels (formateurs, inspecteurs et enseignants), d'une part pour qu'ils puissent comprendre à quelle aune ils sont implicitement ou explicitement jugés, mais aussi pour voir quel profit ils peuvent éventuellement tirer de ces enquêtes pour eux-mêmes et pour les élèves.

[45] en particulier, son curriculum mathématique est largement dérivée du NCTM standards.

Nous avons vu que les éléments d'analyse proposés par PISA et par TIMSS répondent à des préoccupations psychométriques (édumétriques) ; de ce point de vue ils remplissent bien leur rôle.

Pour passer au plan didactique, il est nécessaire de partir du questionnement lui-même. Qu'une partie des questions restent secrètes pour permettre les ancrages permettant de passer d'une étude à l'autre en assurant la comparabilité des échelles produites est totalement justifié ; toutefois le fait que PISA ne rende accessible qu'une toute petite partie de ses questions mérite d'être interrogé. Il n'en est pas de même pour TIMSS qui, jusqu'à l'étude 2015 a libéré près des deux-tiers de ses questions, et cela d'une façon parfaitement organisée.

Précisons que pour la présente étude nous avons pu avoir accès à l'intégralité des questions de TIMSS et de PISA.[46] Nous ne présentons ici que des questions libérées, mais nous avons pu nous assurer que ce que nous présentons reflète correctement la totalité du contenu des tests.

Depuis au moins les années 1960, la question du classement et de l'analyse des questions d'évaluation de mathématiques (et pas seulement) constitue sans conteste une pierre d'achoppement des enquêtes internationales (et pas seulement).

D'une part le classement est nécessité par l'orientation édumétrique de ces enquêtes. Elle suppose de classer les questions *a priori* pour pouvoir ensuite produire des échelles. Certes les analyses *a posteriori* des résultats permettent aussi de repérer des « dimensions » qui peuvent aussi produire des échelles, mais ce n'est pas la démarche suivie par ces enquêtes.

Nous avons déjà signalé l'insuffisance des systèmes de classement utilisés par PISA et par TIMSS lorsqu'il s'agit d'analyser les questions de leurs enquêtes.

Le classement *a priori* des questions suppose déjà une analyse de leur contenu et une analyse *a priori* des démarches de résolution possible, ce qui amène naturellement aux questions didactiques.

L'enquête SIMS a utilisé une taxonomie adaptée pour les mathématiques de celle Bloom : la taxonomie NLSMA[47] (Pluvinage 1977). À ses tout débuts, TIMSS s'est appuyée sur cette taxonomie mais n'a pas poursuivi, lui préférant le système de classement plus simple que nous avons présenté plus haut.

En France dans les années 70, Gras, R. a mis au point une taxonomie de la complexité cognitive dérivée de la taxonomie NLSMA mais validée par des recherches en didactique (Gras, 1977) ; recherches qui assuraient le côté hiérarchisé de la classification ainsi obtenu ainsi que sa pertinence épistémologique. Cette taxonomie a été utilisée dans divers travaux d'évaluation (EVAPM 1986-2008 ; Bodin 2007). Nous la présentons et nous l'utilisons dans les paragraphes qui suivent.

Dans le cadre de ses recherches en didactique des mathématiques, Robert, A. de son côté a développé et validé un système de classement des questions basé sur la façon dont les connaissances sont mobilisées par les élèves lors de l'exécution de tâches mathématiques. Nous présentons et utilisons aussi ce système classement des questions selon les niveaux de mise en fonctionnement des connaissances (NMF) qu'elles supposent.

Les taxonomies en didactique cherchent à être aussi intrinsèque que possible, c'est à dire à ne dépendre que des questions et non des contextes dans lesquels elles sont posées. Toutefois, il ne s'agit pas d'une science exacte et des juges différents doivent le plus souvent se mettre d'accord

[46] Grace aux concours de la Depp, de l'IEA et de l'OCDE
[47] New longitudinal Studies of Mathematical Abilities

avant de pouvoir attribuer un classement à une question. C'est dire que nos classements peuvent être discutés.

L'intérêt des taxonomies est justement de permettre la discussion autour de questions et une meilleure compréhension de leur pertinence tant didactique qu'épistémologique ainsi qu'une meilleure approche des difficultés que vont rencontrer les élèves. De ce point de vue, elles sont très utiles pour la formation initiale et, surtout, continue des enseignants.

Dans la présente étude, nous aurions pu nous contenter de n'utiliser que la taxonomie NMF, mais le souci de pouvoir nous référer à des études antérieures nous a conduit à utiliser aussi la taxonomie de la complexité. On verra d'ailleurs que ces deux approches apportent des informations complémentaires.

Précisons que la complexité que nous analysons a peu à voir avec la difficulté des questions. Alors que la complexité tend à être indépendante des groupes évalués, la difficulté dépend à l'évidence de la population soumise à la question. Nous retrouverons ce point lorsque nous évoquerons la question des échelles et des niveaux de difficulté que PISA et TIMSS attribuent aux questions.

8.1.1 Analyse de la complexité cognitive

Présentation simplifiée de la taxonomie

Voici une présentation simplifiée de cette taxonomie. Les catégories générales sont assez faciles à utiliser si l'on considère qu'ells sont hiérarchisées : ici, appliquer suppose comprendre et comprendre suppose connaître, etc. Les sous-catégories sont plus subtiles et l'on est souvent amenés à se demander, par exemple, si B6 convient mieux que B5. Lorsque la tâche demande un passage par la modélisation, on est toujours au moins au niveau B6.

	Catégorie générale		Sous-catégorie
A	Connaissance et reconnaissance	A1	des faits
		A2	du vocabulaire
		A3	des outils
		A4	des procédures
B	Compréhension	B1	des faits
		B2	du vocabulaire
		B3	des outils
		B4	des procédures
		B5	Des relations
		B6	Des situations
C	Application	C1	Dans des situations familières simples
		C2	Dans des situations familières moyennement complexes
		C3	Dans des situations familières complexes
D	Créativité	D1	Utiliser dans une situation nouvelle des outils et des procédures connus
		D2	Émission d'idées nouvelles
		D3	Création d'outils et de démarches personnelles
E	Jugement	E1	Production de jugements relatifs à des productions externes
		E2	Auto-évaluation

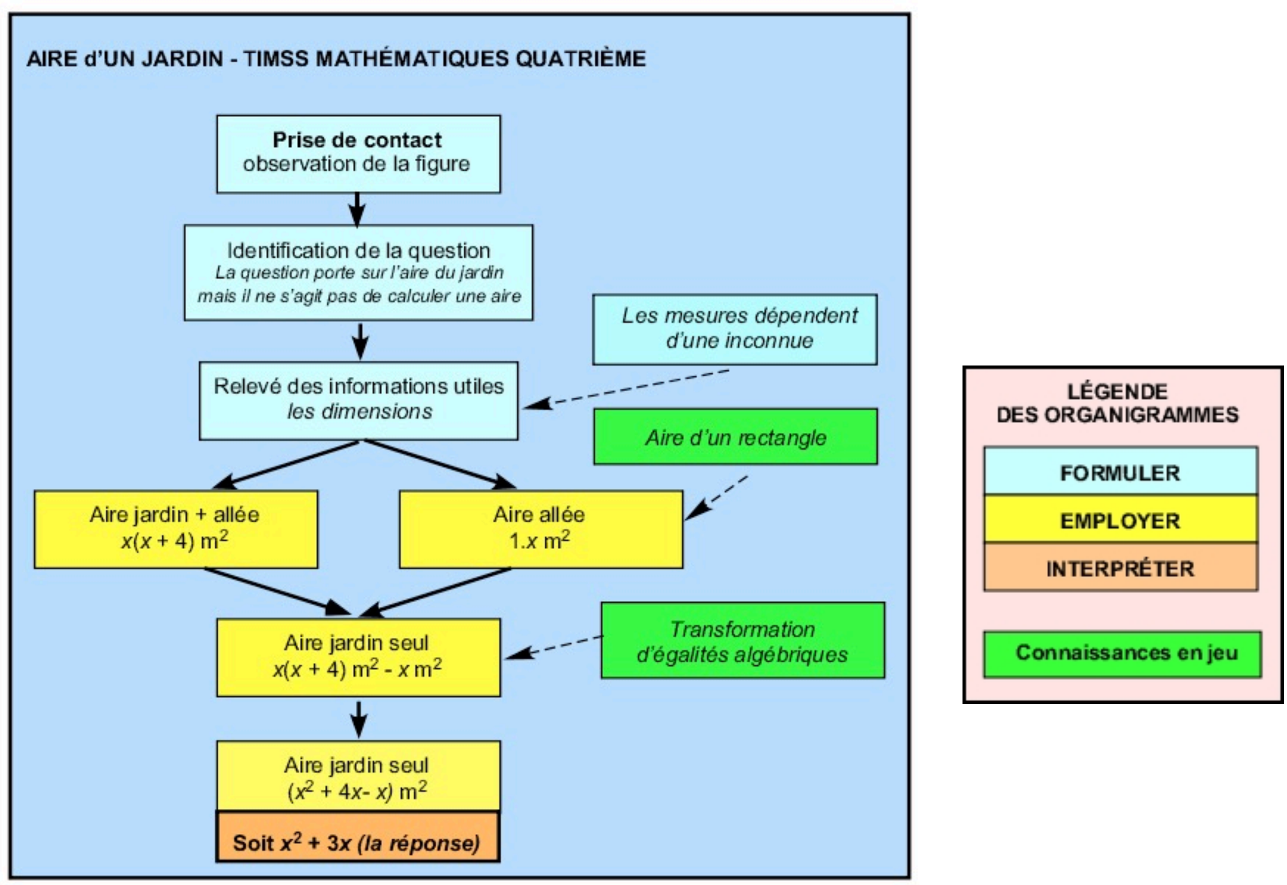
Une version commentée de cette taxonomie est donnée en annexe.

Les questions de TIMSS et de PISA présentées au chapitre 8 sont classées selon cette taxonomie.

Pour accompagner ou préparer le classement d'une question, il est nécessaire de faire une analyse de la tâche, analyse qui met en évidence les contenus mathématiques mais aussi les processus cognitifs sollicités.

La présentation de cette analyse sous la forme d'un organigramme est de nature à éclairer l'analyse.

Voici par exemple l'organigramme associé à la question « aire d'un jardin » de TIMSS grade 8, 2011 (cf. § 8.2.3). Nous y faisons apparaître, en bleu clair, en jaune et en orange les étapes du cycle de modélisation tels qu'ils sont définis par PISA et en vert les connaissances en jeu.



Nous ne présenterons ce type d'organigramme que pour une partie des questions, mais il est facile d'en imaginer d'autres.

8.1.2 Niveaux de mise en fonctionnement des connaissances

En complément de l'analyse de la complexité, il est aussi possible d'analyser les tâches d'évaluation en étudiant l'aspect du savoir mathématique qui est en jeu ; en référence aux travaux de Douady sur la dialectique outil-objet, on peut alors identifier des questions où c'est l'aspect « objet » du savoir qui est évalué (reconnaître un nombre pair ; trouver le plus grand commun diviseur de deux nombres entiers ; calculer la limite d'une fonction,…) alors que dans d'autres questions, le savoir mathématique joue le rôle d'outil pour résoudre un problème.

Par exemple, on ne travaillera pas directement sur la notion de fonction, mais on utilisera une ou des fonctions particulières pour trouver la solution, ou, au moins, pour avancer vers elle ; ou encore on utilisera une division pour résoudre un problème de partage. On dit alors que l les savoirs mathématiques en jeu ont le rôle d'outils.

Les choses ne sont pas toujours aussi simples et dans bien des cas, l'objet devient outil et l'outil devient objet d'où la nécessité de considérer la dialectique s'instaurant entre l'outil et l'objet.

La distinction outil-objet est particulièrement pertinente pour analyser les tâches proposées aux élèves. On verra que TIMSS utilise des questions portant directement sur l'objet, tandis que PISA ne le fait jamais

Nous avons aussi voulu étudier les connaissances mathématiques que les élèves doivent utiliser pour résoudre les exercices : sont-elles nouvelles ou anciennes ? l'exercice demande t-il la mobilisation d'une seule connaissance ou de plusieurs ? est-ce à l'élève de déterminer quelles sont les connaissances à mobiliser ou l'énoncé donne t-il des indications ?... Pour répondre à ces différentes questions, nous avons repris l'outil d'analyse de tâches développé en didactique des mathématiques par Robert (1998) : trois niveaux de mise en fonctionnement (NMF) des connaissances sont alors définis :

- Un niveau technique pour des « tâches qui amènent à des applications immédiates des connaissances, c'est-à-dire simples (sans adaptation) et isolées (sans mélanges), où seule une connaissance précise est mise en œuvre sans aucune adaptation, mis à part la contextualisation nécessaire » (Robert 2008) : par exemple, en classe de 3ème, appliquer le théorème de Thalès dans une configuration connue sur un exercice d'application immédiate.
- Un niveau de mise en fonctionnement mobilisable, lorsque les « tâches nécessitent des adaptations de connaissances qui sont en partie au moins indiquées » (ibid.). Par exemple, en classe de 3ème, appliquer le théorème de Thalès dans une configuration plus complexe où avec éventuellement des données inutiles.
- Un niveau de mise en fonctionnement « disponible », lorsque c'est à l'élève de reconnaître les connaissances à utiliser. Par exemple, en classe de 3ème, résoudre un problème dans lequel la configuration de Thalès n'est pas visible immédiatement et demande par exemple, à l'élève, d'ajouter des points ou de tracer des droites supplémentaires.

Dans leur analyse de l'évaluation PISA 2012, Roditi & Salles (2015) ont exploité ces NMF et les ont redéfinis, avec un niveau 1 : « mise en fonctionnement directe d'une procédure » , niveau 2 « mise en fonctionnement avec adaptation » et niveau 3 «mise en fonctionnement avec intermédiaires ». Le lecteur trouvera une description plus précise de ces catégories en annexe 16.2 Nous les avons ainsi reprises et qualifiées plus simplement par « directe », « adaptation » et « intermédiaire » pour réaliser nos analyses.L'analyse des niveaux de mise en fonctionnement est à rapprocher des groupes de compétences utilisés par PISA avant 2012 et que nous avons présenté au. § 4.3.1. La classification NMF, outre le fait qu'elle s'appuie sur des travaux de recherche en didactique des mathématiques (ce qui n'était pas le cas des groupes de compétences) présente l'avantage de commencer à être connue en France et à être utilisée dans le cadre de la formation des enseignants.

8.2 Analyse de l'enquête TIMSS_4 (niveau CM1)[48]

Nous avons réalisé l'analyse des exercices à partir des programmes de l'école élémentaire de 2012 ; nous avons aussi utilisé les repères de progression, accompagnant les programmes, pour déterminer le niveau scolaire auquel les savoirs mis en jeu dans les exercices étaient enseignés.

Nous avons consulté certains manuels afin d'illustrer notre propos, mais sans en faire une étude exhaustive ; par ailleurs les manuels cités dans cette analyse ne reflètent en rien la représentativité de ceux utilisés en classe.

Commençons d'abord par présenter et par analyser quelques questions.

Bien que la France n'ait pas participé à TIMSS 2015 pour le niveau quatrième, nous présentons au paragraphe suivant des exercices de TIMSS des trois niveaux de l'étude, en particulier des exercices de huitième année scolaire (classe de quatrième en France). En effet, la population des élèves de quatrième est plus proche de celle étudiée par PISA que les deux autres populations de TIMSS, ce qui rend plus intéressant la comparaison des questions. D'ailleurs, dans plusieurs pays les études qui ont pu être faites pour comparer les enquêtes PISA et TIMSS, études auxquelles nous aurons l'occasion de nous référer (cf. 6 10.3) ont été faites en s'appuyant sur les enquêtes TIMSS grade 8.

Les questions de TIMSS allant en général directement aux mathématiques, elles sont évidemment plus faciles à analyser que ceux de PISA.

8.2.1 Présentation et analyse de questions de TIMSS_4

Nous avons choisi pour TIMSS Grade 4 des questions extraites de l'évaluation 2011 afin de montrer des scores de réussite de différents pays, mais nous rappelons que la France n'ayant pas participé à cette enquête, aucun résultat des élèves français n'est disponible. Nous avons souhaité aussi montrer des exercices extraits de l'évaluation TIMSS 2015, qui sont complémentaires de par leur contenu à ceux de 2011 afin de fournir aux personnes intéressées par les résultats de TIMSS des éléments de compréhension et d'illustrer, par la suite, certains points de notre propos quant à la validité du contenu relative à l'ensemble du test.

Comme pour ceux de 2011, les exercices que nous avons extraits des items libérables de TIMSS 2015 permettent d'illustrer la façon dont nous avons analysé l'ensemble des items du test selon les niveaux de mise en fonctionnement.

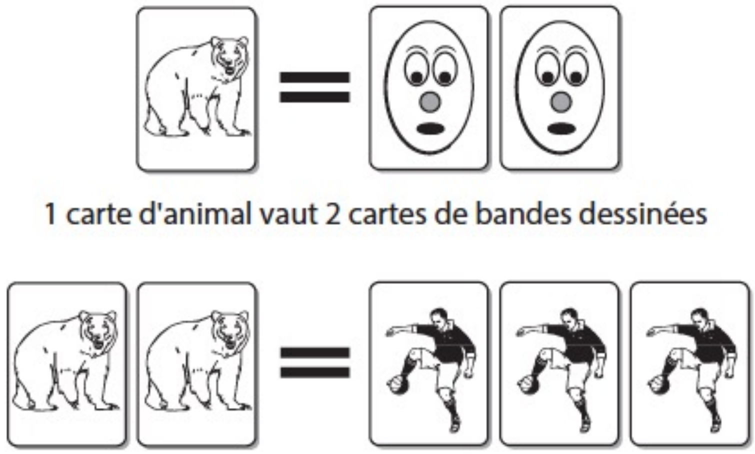
Nous avons veillé à ce qu'ils représentent différents domaines mathématiques de TIMSS mais aussi ceux des programmes français de 2008 et nous les présentons par domaine (le domaine des « nombres », puis celui de « la géométrie et mesure » et enfin celui des « données »). Nous avons aussi voulu montrer des exercices qui ressemblent à ceux proposés habituellement aux élèves de CM1 français mais aussi en exhiber de plus originaux, soit parce qu'ils sont hors programme, soit parce qu'ils mobilisent des savoirs mathématiques du niveau CM1 mais dans des situations

[48] Partie essentiellement due à Nadine Grapin

demandant à l’élève de l’autonomie et des initiatives. De tels exercices nous semblent intéressants à travailler en classe, mais aussi en formation avec les enseignants.

TIMSS 2011 - Grade 4 - Échange de cartes

La fête foraine a un stand où l'on peut échanger des cartes .



1 carte d'animal vaut 2 cartes de bandes dessinées

2 cartes d'animaux valent 3 cartes de sport

Des enfants sont allés au stand pour échanger des cartes

A. Sophie a 5 cartes d’animaux. Combien de cartes de bandes dessinées obtiendra-t-elle en échange ?

Réponse : ……………… cartes de bandes dessinées

B. Jean a 8 cartes d’animaux qu’il veut échanger contre des cartes de sport. Combien de cartes de sport obtiendra-t-il ?

Réponse : ……………… cartes de sport

C. Fatima a 6 cartes d’animaux. Elle veut les échanger contre le plus de cartes possible.

Combien de cartes de bandes dessinées obtiendrait-t-elle ?...........................

Combien de cartes de sport obtiendrait-t-elle ?.............................

Doit-elle faire l’échange pour des cartes de bandes dessinées ou pour cartes de sport ?

Réponse :…………………………………….

D. André avait 15 cartes de sport qu’il veut échanger contre des cartes d’animaux. Combien de cartes de d’animaux obtiendra-t-il ?

Réponse : ……………… cartes d’animaux

E. Juliette a 8 cartes de bandes dessinées qu'elle veut échanger contre des cartes de sport. Combien de cartes de sport obtiendra-t-elle ?

Réponse : ……………… cartes de sport

Classement TIMSS des questions de cet exercice

NOM	Identification	Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Format
Échange de cartes	M031346A (item A)	Nombres	Nombres entiers	Appliquer	Réponses construites
	M031346B (item B)			Raisonner	
	M031346C (item C)			Raisonner	
	M031379 (item D)			Raisonner	
	M031380 (item E)			Appliquer	

Codage des réponses :

	Crédit complet	Crédit partiel	Autres informations relevées
M031346A (item A)	Réponse exacte		
M031346B (item B)	Réponse exacte		Réponse 16 ; réponse 24.
M031346C (item C)	Réponse exacte	Nombre de cartes bandes dessinées correct seul. Nombre de cartes de sport correct seul. Nombre de cartes bandes dessinées e nombre de cartes de sport corrects, mais choix incorrect.	Choix cartes bandes dessinées ou cartes de sport, sans nombre indiqué.
M031379 (item D)	Réponse exacte		Réponse 5 ; réponse 30
M031380 (item E)	Réponse exacte		Réponse 4 ; réponse 12 ; réponse 24.

Quelques taux de réussite observés

	Angleterre	Allemagne	Finlande	Japon
M031346A (item A)	74%	77%	81%	79%
M031346B (item B)	38%	44%	43%	55%
M031346C (item C)	30%	35%	41%	51%
M031379 (item D)	32%	29%	34%	40%
M031380 (item E)	19%	20%	31%	32%

Notre analyse

Cet exercice, composé de plusieurs questions de plus en plus complexes mais dont les réponses sont indépendantes les unes des autres (répondre à une question ne nécessite pas d'avoir répondu au préalable aux questions précédentes) relève du domaine TIMSS « Nombres ». La règle d'échange de cartes est donnée à la fois sous forme de phrase, et accompagnée d'illustrations, ce qui peut faciliter la compréhension et la représentation du problème chez l'élève.

La première question (qui utilise uniquement la première règle d'échange 1 carte « animal » vaut 2 cartes bande dessinées) correspond à un problème multiplicatif où la valeur de l'unité est donnée. Nous considérons donc que la résolution demande un niveau de mise en fonctionnement technique des connaissances des élèves (NMF = 1) ou l'application de procédures connues dans un contexte usuel (application directe de procédures connues - niveau A4 de la taxonomie de la complexité).

Les questions suivantes utilisent la deuxième règle d'échange (2 cartes animal valent 3 cartes sport), la valeur de l'unité n'étant pas connue (combien peut-on échanger de cartes sport contre 1 carte animal ?), nous considérons qu'il s'agit de problèmes de proportionnalité simple ; comme pour la question précédente, les savoirs en jeu dans ces questions relèvent bien des programmes de CM1. Les questions B et C font fonctionner la règle d'échange dans le sens dans lequel elle est formulée alors que qu'il est nécessaire de la faire fonctionner en sens inverse dans la question D. Enfin, la question E demande de faire fonctionner la première règle dans le sens inverse puis la seconde dans le sens direct.

Il est possible de résoudre ces différentes questions par des procédures de linéarité multiplicative (les nombres de carte étant choisis pour être dans un rapport multiplicatif simple entre eux) ; ces procédures sont enseignées au CM1, mais demandent ici à être mobilisées dans un contexte peu usuel. Nous considérons ainsi, qu'au niveau CM1, les questions B à E nécessitent des adaptations (NMF = 2) puisqu'elles nécessitent une reformulation de la règle pour avoir l'échange inverse ou encore la mise en œuvre de procédures multiplicatives qui ne sont pas directement indiquées.

L'analyse en termes de complexité conduirait à placer les question B et D (application dans des situations familières simples), la question C en C2 (situation plus complexe impliquant une décision) et la question E en D1(extension du champ d'application de procédures connues).

Le tableau ci-dessous rassemble ces éléments de classification.

	Quest. A	Quest. B	Quest. C	Quest. D	Quest. E
Niveau de complexité	B4	C1	C2	C1	C1
Niveau de mise en fonctionnement	1	2	2	2	2

Quel que soit le pays considéré, les résultats obtenus dans les différentes questions sont cohérents avec la complexité telle que nous la définissons a priori ; la question A étant beaucoup mieux réussie que les suivantes. La question E étant la moins bien réussie.

TIMSS 2011 - Grade 4 – plus grande fraction

Laquelle de ces fractions est plus grande que $\frac{1}{2}$?

A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{6}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{3}{10}$

NOM	Identification	Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Format
Plus grande fraction	M031210	Nombres	Fractions et décimaux	Connaître	QCM

Quelques taux de réussite observés

	Angleterre	Allemagne	Finlande	Japon
M031210	50%	33%	69%	60%

Notre analyse

En France, les fractions sont introduites au CM1 et la comparaison de nombres écrits sous forme fractionnaire ne relève pas du programme de l'école, mais de celui de la classe de 6ème. Nous avons décidé de ne pas attribuer de niveau de mise en fonctionnement des connaissances lorsque celles-ci ne figuraient pas dans les programmes de l'école avant le CM1.

Quelles pourraient être les procédures qu'un élève de CM1 emploie pour répondre à la question posée ? A ce niveau d'enseignement, c'est principalement l'aspect « partage » de la fraction qui est enseigné. Par conséquent, un élève peut représenter (mentalement ou sur papier) une unité (sous forme de bande, de segment) et réaliser les partages indiqués par les différents de choix de fraction pour ensuite comparer à ½.

Cependant, la compréhension des fractions et la manipulation de fractions simples font partie des curriculum du grade 4 de nombreux pays (en témoigne le taux de réussite de 69% observé en Finlande pour cette question, ou encore celui de 62% observé aux USA et en Russie.

Les études internationales sont une bonne occasion pour comparer nos programmes et nos pratiques à ceux et celles des autres pays. Il n'est pas sans intérêt de noter ici que la notion de fraction est présente dès le cours élémentaire dans beaucoup de pays.

TIMSS 2011 - Grade 4 - Multiplication (M051203)

$23 \times 19 =$

Réponse : ………………

NOM	Identification	Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Format
Multiplication	M051203	Nombres	Nombres entiers	Connaître	Réponse construite

Codage des réponses :

Crédit complet	Crédit partiel	Autres informations relevées
Réponse exacte	non	non

Quelques taux de réussite observés

	Angleterre	Allemagne	Finlande	Japon
M051203	37%	32%	05%	78%

Notre analyse

Cette question est exemplaire du mode de questionnement de TIMSS à tous les niveaux. On veut savoir si l'élève est capable de multiplier deux entiers de deux chiffres. Quoi de plus simple que de lui demander d'exécuter une telle multiplication ? Chose qui ferait horreur à PISA !

Point n'est besoin ici de proposer un organigramme pour analyser le processus de résolution.

L'élève sait faire ou ne sait pas faire ; ou plutôt il donne une réponse exacte ou fausse. On pourra regretter que le codage des réponses s'arrête justement à la dichotomie JUSTE-FAUX. On ne saura pas, par exemple, si c'est la table du 9 qui a posé problème, si c'est l'usage de la retenue, ou encore si c'est la présence du chiffre 0 dans 207 (9 x 23).

Il est aussi possible que certains élèves aient fait un travail en ligne du type 23 × 20 – 23. Malheureusement, le codage utilisé ne concerne que l'exactitude du résultat ; des études complémentaires seraient nécessaires pour avoir accès aux procédures utilisées.

Cette remarque est valable pour l'ensemble des deux enquêtes. Le recueil d'information fait pour pouvoir construire des échelles est en effet trop lacunaire pour permettre la moindre étude didactique *a posteriori*.[49]

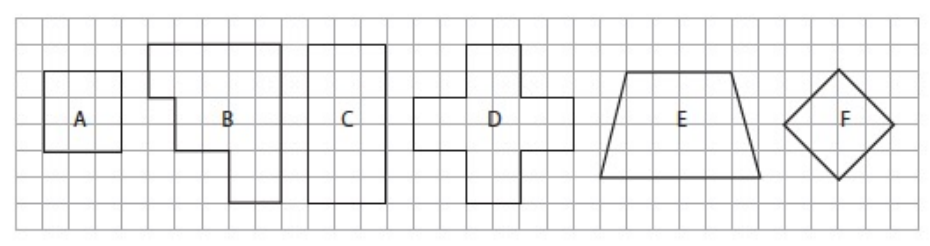
Les taux de réussite à cette question confirment, si nécessaire, que les petits japonais ont pris à 9 ans une certaine avance sur les élèves anglais ou allemand du même âge. Le cas finlandais reste à éclaircir. En effet la multiplication fait partie de leur curriculum à cet âge.

La technique opératoire de la multiplication posée est enseignée en France au CE2 et il est clair que cet item relève d'une application directe de connaissances. Le niveau de mise en fonctionnement des connaissances est donc « direct » et correspond à une application directe d'un algorithme dans la taxonomie Bodin-Gras (A4).

[49] On pourrait penser que ces études sont possibles au niveau local et cela est d'ailleurs partiellement fait par la Depp. Toutefois, une étude internationale n'est intéressante que pour des comparaisons internationale ; autrement dit de telles études devraient être menées dans un contexte au moins bi-national). S'il s'agissait juste d'étudier les stratégies de réponse des élèves français, les études françaises, sans souci de palmarès (telles que EVAPM ou CEDRE) sont certainement plus utiles.

Même s'il possible d'imaginer un calcul en ligne du type (23 x 19 = 23 x 20 – 23 = 23 x 2 x 10 – 23 = 460 – 23 = 437), il est peu probable que les élèves français procèdent de cette façon par un effet de contrat didactique. Nous précisons que la consigne de TIMSS pour ce genre de calcul est uniquement « calculer » et non « poser et effectuer », ce qui laisse la possibilité aux élèves de procéder autrement que par un calcul posé.

TIMSS 2011 - Grade 4 –Trier des formes



Sandrine a utilisé le tableau ci-dessous pour trier ces formes.

Mets la lettre de chaque forme dans la case qui convient.

La forme A a déjà été placée pour toi.

	La forme a 4 côtés	La forme n'a pas 4 côtés
Tous les côtés ont la même longueur	A	
Tous les côtés n'ont pas la même longueur		

NOM	Identification	Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Format
Trier des formes	M041284	Formes géométriques et mesures	Formes à deux ou trois dimensions	Raisonner	Réponse construite

Codage des réponses :

Crédit complet	Crédit partiel	Autres informations relevées
5 réponses correctes	3 ou 4 réponses correctes	non

Quelques taux de réussite observés

	Angleterre	Allemagne	Finlande	Japon
Tout correct	38%	22%	22%	32%
2 erreurs ou moins	73%	60%	67%	72%

Notre analyse

Il s’agit d’un item classé en « formes géométriques et mesures » dans les domaines de TIMSS ; sa résolution demande en effet des connaissances sur les mesures de longueurs (puisqu’il faut identifier si des longueurs sont égales à partir d’un quadrillage) mais mobilise surtout des savoir-faire en gestion de données, en particulier, de savoir compléter un tableau pour produire la réponse.

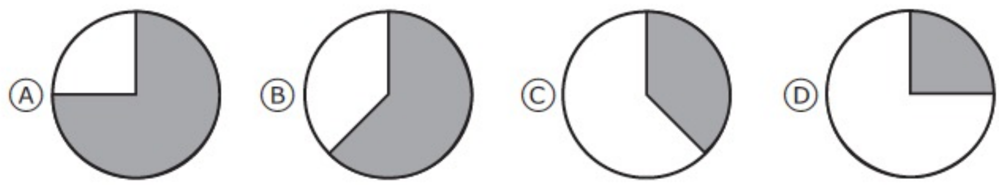
Passer en revue toutes les formes et placer la lettre désignant chacune d’elle dans « la bonne case » demande une certaine organisation qui relève davantage du domaine de l’organisation de données que de celui de la géométrie et de la mesure.

Les savoirs mathématiques mis en jeu a priori pour répondre à cet exercice sont enseignés au CM1, mais l’organisation des réponses dans le tableau demande une certaine méthodologie et par conséquent des adaptations qui ne sont pas habituelles (NMF = 2, niveau C1 dans la typologie de Bodin-Gras). L’analyse que nous faisons ici porte sur l’organisation des réponses et non sur la reconnaissance de longueurs égales ou du nombre de côtés dans un polygone, qui seraient considérés en CM1, avec un niveau de mise en fonctionnement « direct ».

Les résultats à cette question témoignent de la difficulté de l’exercice ; au niveau international (70 pays), le taux de réussite moyen est de 15% (réussite complète), tandis que taux de réussite partielle est de 45%.

TIMSS 2015 - Grade 4 –Fraction de disque

A. Lequel des cercles ci-dessous a les $\frac{3}{8}$ de sa surface grisés ?



B. Explique ou montre pourquoi ta réponse est correcte.

Identification	M041065

Les fractions étant introduites en CM1, cet exercice ressemble beaucoup à ceux présents dans les manuels de CM1, avec néanmoins une différence de taille : les huitièmes ne sont pas représentés sur les différentes figures. La réponse n’est donc pas immédiate. Différentes procédures sont à la disposition de l’élève : faire apparaître le partage en huitièmes pour se ramener à une situation connue, procéder par élimination des différentes propositions de réponses (la première est assez facilement identifiable à ¾, la dernière à ¼ et la deuxième est supérieure à ½). Quelle que soit la procédure choisie, la résolution de l'exercice demande des adaptations (NMF = 2), ou une application des connaissances dans une situation familière complexe (C2).

Signalons enfin qu'il aurait été préférable, pour être mathématiquement correcte, que la formation de la question évoque la surface d'un disque et non celle d'un cercle.

TIMSS 2015 - Grade 4 - Bracelets

Célia a 12 longueurs de fil, 40 perles rondes, et 48 perles plates.

Elle utilise 1 longueur de fil, 10 perles rondes, et 8 perles plates pour fabriquer 1 bracelet.

Si Célia fabrique des bracelets tous identiques, combien peut-elle en fabriquer ?

Ⓐ 40

Ⓑ 12

Ⓒ 5

Ⓓ 4

Identification	M061031

Ce problème s'apparente à un problème de division avec contraintes ; ce sont ces dernières qui demandent à l'élève d'introduire des intermédiaires dans le processus de résolution. Il est ainsi nécessaire de calculer, pour chacun des trois éléments (fil, perles rondes et perles plates) le nombre de bracelets réalisables puis de prendre le plus petit d'entre eux.

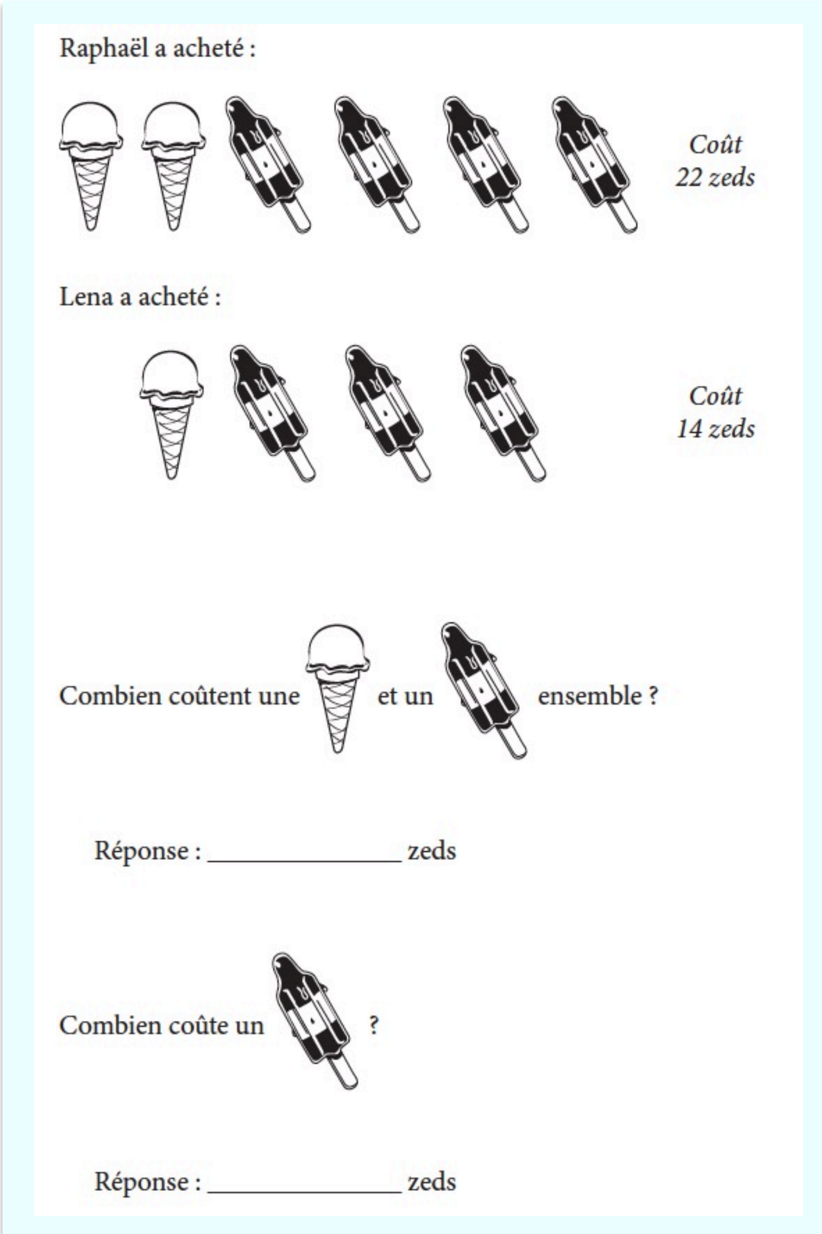
Si les calculs peuvent être réalisés mentalement puisque les nombres sont petits et que les divisions sont exactes, le fait de devoir prendre en compte les contraintes nous amène à classer cet exercice avec un niveau de mis en fonctionnement avec intermédiaires (NMF = 3) et un niveau de complexité D1.

De tels problèmes arithmétiques, avec contraintes, figurent dans les manuels de CM1, comme le montre l'exemple ci-dessous extrait du manuel Cap Maths CM1 (2010), mais ils sont proposés dans des banques de problèmes et identifiés comme complexes ; ce qui justifie aussi la classification que nous avons proposée dans les NMF et avec la taxonomie.

Un fleuriste fait des bouquets composés de 3 œillets rouges et de 5 œillets blancs.
Chaque bouquet est vendu 4 euros.
Ce matin, il a reçu 84 œillets rouges et 125 œillets blancs.
Il fait le plus de bouquets possibles.
Quelle somme recevra-t-il s'il vend tous ses bouquets ?

TIMSS 2015 - Grade 4 - Glaces

Si la stratégie experte de résolution d'un tel problème passe par un système d'équations et relève donc du niveau troisième, d'autres possibilités sont offertes à l'élève pour résoudre ce problème. Il peut notamment constater que si on retire le deuxième assemblage (1 cornet et 3 esquimaux) du premier assemblage (2 cornets et 4 esquimaux), on obtient alors le prix d'un cornet et d'un esquimau.



La deuxième question n'est pas dépendante de la première puisque pour trouver le prix d'un esquimau, on peut doubler l'achat de Lena et retirer celui de Raphael puis diviser par deux.

Ce type de procédure (par combinaison linéaire) n'est pas enseignée aux élèves de CM1 ; en revanche, de telles situations peuvent être proposées aux élèves en tant que « problème pour chercher » dans les classes de l'école élémentaire, voire de début de collège et pour cette raison, nous ne lui attribuons de niveau de mise en fonctionnement des connaissances. Nous signalons par exemple qu'un exercice similaire est proposé dans un Rallye mathématique CM2-6ème :

Ainsi, il semble difficile d'imaginer qu'un élève de CM1, en France, puisse, dans le temps qui lui est alloué lors de l'évaluation (environ 2 minutes par item), résoudre ce type de tâche.

Identification	M051006

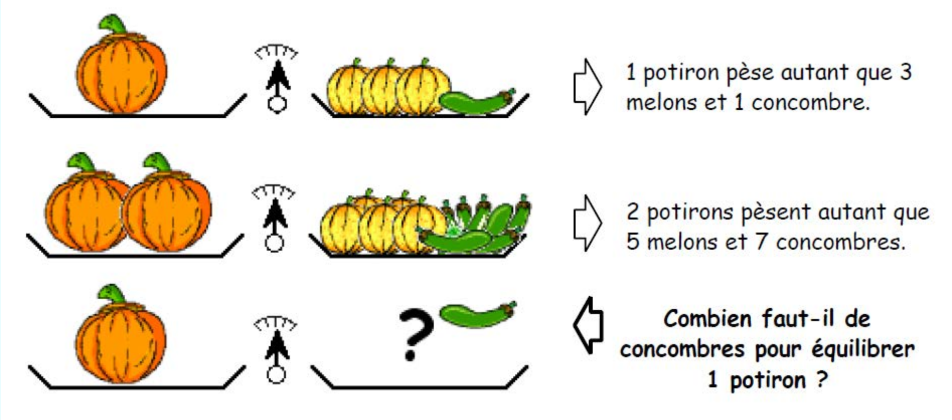


Figure Extrait de Rallye 2003 de l'Irem Paris Nord

TIMSS 2015 - Grade 4 – Exercice pré-algébrique 2

Dans le domaines « nombres » de TIMSS Grade 4, le sous-domaines « Expressions, équations simples et relations », décrit les savoir-faire suivants (Annexe15.2.2) :

1. Trouvez le nombre ou l'opération manquante dans une phrase numérique (par exemple, 17 + w = 29).
2. Identifier ou écrire des expressions ou des phrases numériques pour représenter des situations de problèmes impliquant des inconnues.
3. Identifier et utiliser des relations dans un schéma bien défini (par exemple, décrire la relation entre des termes adjacents et générer des paires de nombres entiers respectant une règle).

Nous notons que les savoir-faire 1 et 2 ne relèvent pas des programmes de l'école élémentaire en France, mais plutôt du collège ($6^{ème}$ – $5^{ème}$) ; il n'en est pas de même pour le $3^{ème}$. Nous avons souhaité illustrer par des exercices de l'évaluation la façon dont ces savoir-faire étaient évalués et compléter notre propos avec des extraits de manuels de CM1.

De façon générale, nous rappelons que dans l'analyse de l'ensemble des items du test, nous n'avons pas adjoint de niveau de mise en fonctionnement aux items qui ne relèvent pas des programmes de l'école.

Quelle valeur △ doit-il avoir pour que l'égalité soit exacte ?

$$6 + 15 = \triangle + 10$$

(A) 11

(B) 21

(C) 25

(D) 31

Identification	M061050

Cet exercice vise à évaluer le savoir-faire 1 (*Trouvez le nombre ou l'opération manquante dans une phrase numérique »*. Même si les connaissances mises en jeu dans ce type d'exercice ne figurent pas dans les programmes de l'école, on trouve des questions similaires dans certains manuels de CM1, par exemple dans une séance de « calcul réfléchi - récréation » du manuel Euromath CM1, comme le montre l'exemple ci-dessous :

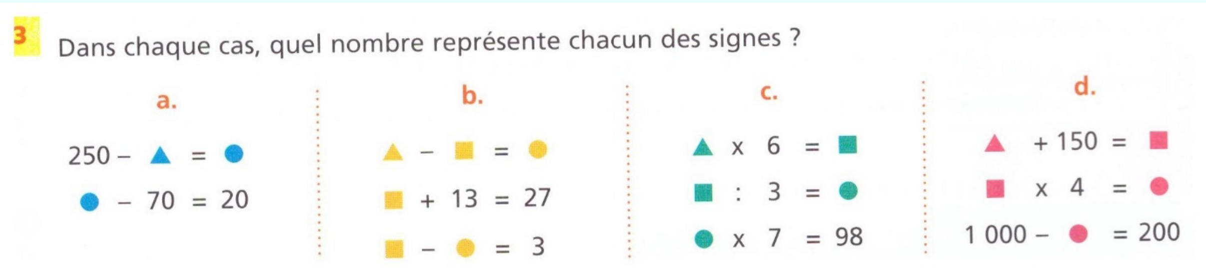


Figure : Extrait d'Euromaths CM1 (2009)

Pour l'exercice extrait de TIMSS, posé sous forme de QCM, différentes stratégies de résolution sont à la portée des élèves (faire des essais, tester les valeurs proposées dans le QCM ou encore procéder arithmétiquement en calculant la somme de 6 et de 15 et en cherchant le complément de 10 à cette somme). Néanmoins, ce type de tâche ne fait pas l'objet d'un apprentissage spécifique et relève plutôt des classes de 6ème / 5ème pour un travail autour des égalités à trous introduisant, progressivement, les équations (en 4ème) ; nous avons donc considéré que ce type de question ne relevait pas du CM1, même si les élèves sont capables d'y répondre avec les stratégies que nous avons évoquées précédemment.

Nous précisons enfin que des exercices similaires mais utilisant une lettre comme inconnue (et non un symbole) ou encore demandant le signe de l'opération manquante entre deux nombres figuraient dans le test.

En effet dans beaucoup de pays, les élèves sont initiés dès les premières classes de l'école élémentaire à des écritures de type algébrique présentant de trous, des symboles à remplacer et même des lettres. Rappelons que l'objectif de TIMSS n'est pas d'évaluer les systèmes éducatifs, ni de donner des leçons à qui que ce soit, mais à permettre des comparaisons et, si on le veut, à s'interroger sur les différences constatées. Cela aussi constitue une différence importante avec PISA.

TIMSS 2015 - Grade 4 – Exercice pré-algébrique 3

Gabriel a 24 ans.

Il a ■ ans de plus que Lina.

Lequel de ces calculs représente l'âge de Lina ?

Ⓐ 24 – ■

Ⓑ ■ + 24

Ⓒ ■ – 24

Ⓓ 24 × ■

Identification	M051140

Dans cet exercice, si on se réfère au cadre de TIMSS, il s'agit d'identifier une expression représentant la situation d'un problème ; plus précisant, le problème est un problème additif de comparaison dans lequel on recherche l'expression de l'état initial, la valeur de la comparaison étant un nombre inconnu symbolisé par ■.

Même si nous n'avons pas réalisé une étude exhaustive des manuels de CM1, nous n'avons pas trouvé de tels exercices dans ceux que nous avons consultés. Il est difficile pour nous de décrire la façon dont un élève de CM1 procéderait pour répondre à un telle question : une étude plus approfondie pour étudier non seulement les réponses produites, mais surtout les processus mis en jeu serait sûrement nécessaire pour interpréter les résultats.

TIMSS 2015 - Grade 4 – Exercice pré-algébrique 3

Regarde ce tableau de nombres.

Colonne A	Colonne B
1	2
2	5
3	10
4	17

Quelle règle donne le nombre de la Colonne B ?

A Multiplier le nombre de la Colonne A par lui-même, puis ajouter 1.

B Multiplier le nombre de la Colonne A par 3, puis soustraire 1.

C Multiplier le nombre de la Colonne A par lui-même, puis soustraire 1.

D Multiplier le nombre de la Colonne A par 2.

Identification	M041125

Cet exercice peut s'apparenter aux programmes de calcul proposés aux élèves en classe de primaire, mais à la différence de déterminer l'image d'un nombre à partir d'un tel programme, il s'agit ici de déterminer le programme de calcul, les nombres de départ et d'arrivée étant donnés. Nous avons néanmoins considéré que ce type d'exercice relevait des programmes de CM1 puisqu'il s'apparente à une certaine pratique du calcul mental.

En revanche, pour déterminer la règle de calcul, la stratégie qui vient d'abord à l'esprit consisterait à tester chacune des règles puis à rejeter celles qui dysfonctionnent sur un des couples de nombre des colonnes A et B, enfin à s'assurer que celle choisie est valable pour l'ensemble des couples du tableau. Seraient ainsi mises en jeu, de façon implicite, certaines connaissances relatives à la généralisation d'une règle et à la notion de contre-exemple ; de telles connaissances ne sont pas enseignées à l'école.

Dans ces conditions, nous avons donc considéré que l'élève ne pouvait pas appliquer de façon directe ses connaissances, mais qu'il était nécessaire qu'il procède à des adaptations (NMF = 2), en particulier dans sa procédure de résolution, puisqu'il est plus efficace non pas de chercher la règle, mais de tester chacune de celles proposées. Pour ces mêmes raisons, nous avons d'abord pensé le classer au niveau de complexité D.

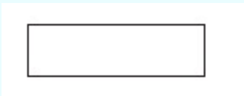
Cependant, et c'est un défaut de la question, les distracteurs ne sont pas bien choisis. L'essai de la seule règle A suffit pour conclure. Elle marche en effet pour chacun des nombres de la colonne A et la conclusion est immédiate sans qu'il soit besoin de regarder les distracteurs qui suivent.

Cette analyse vaut peut-être pour les élèves français, mais ceux qui sont habitués à faire des « quiz », c'est à dire des batteries de QCM qu'il faut traiter rapidement ne perdent certainement pas leur temps à éliminer des distracteurs qui ne semblent être là que pour le décor.

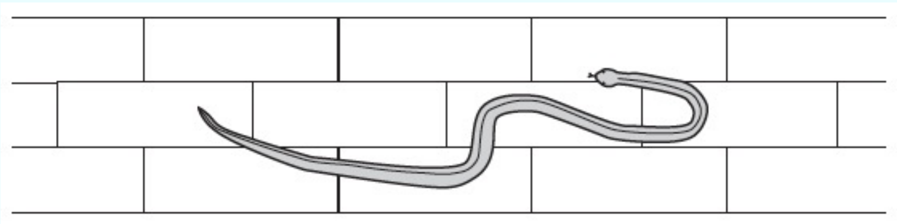
TIMSS 2015 - Grade 4 - Longueur d'un serpent

Il y a un serpent dans l'allée d'un jardin. Cette allée est faite avec des dalles

comme celle-ci :



Si le serpent s'allonge de toute sa longueur, à combien de dalles correspondra sa longueur ?



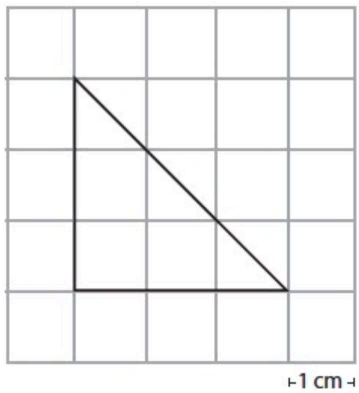
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Identification	M041132

Cet exercice porte sur la mesure de la longueur d'une ligne à l'aide d'une unité étalon non usuelle ; les choix de réponses du QCM étant des nombres proches les uns des autres, il est difficile de donner la réponse avec une procédure uniquement perceptive. Il faut donc procéder en reportant des longueurs de dalles (avec un compas, une règle ou une bande de papier). Mesurer une longueur en reportant une unité fait partie des savoir-faire enseignés au cycle 2 de l'école, mais dans la plupart des exercices proposés, on demande de mesurer un segment de droite et non une ligne courbe ; ce qui rend cet exercice particulièrement inhabituel. En situation d'enseignement, on pourrait imaginer que l'élève dispose d'une bande de papier ou d'une ficelle pour reporter la longueur du serpent et qu'il mesure ensuite la longueur de cette bande à l'aide de l'étalon. Il en est autrement en situation d'évaluation où un tel matériel n'est pas mis de façon explicite à la disposition de l'élève.

Nous considérons donc qu'il s'agit d'un niveau de mise en fonctionnement des connaissances avec des « intermédiaires » puisque l'élève doit donc prendre l'initiative de reporter la longueur de la dalle et d'adapter ses reports sur une ligne courbe ; cela correspond au niveau de complexité D1 (il s'agit d'étendre et d'adapter l'utilisation d'une unité étalon à une situation peu usuelle).

TIMSS 2015 - Grade 4 – Aire d'un triangle sur quadrillage



Le triangle se trouve sur un quadrillage en centimètres. Quelle est sa surface ?

Ⓐ 4,5 centimètres carrés

Ⓑ 6 centimètres carrés

Ⓒ 9 centimètres carrés

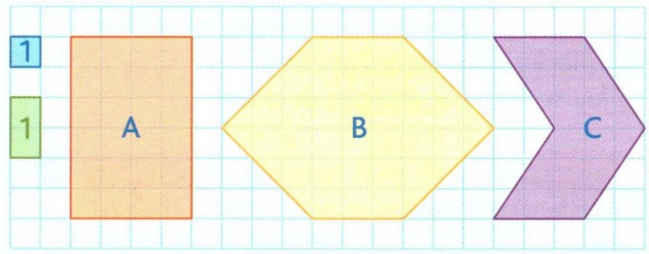
Ⓓ 9,5 centimètres carrés

M041267

Identification	M041267

Comme pour l'exercice sur les fractions que nous avons montré précédemment, la formulation de la question pour ce dernier aurait été mathématiquement meilleure si on avait demandé non pas la « surface » du triangle, mais son aire. Cela est d'autant plus regrettable que le texte anglais d'origine demande « what is its area ». Une nouvelle fois, on constate la qualité insuffisante des traductions de l'anglais au français et l'insuffisance d'un contrôle qui ne peut pas être confié à des gens qui maitrisent sans doute la langue anglaise mais qui ne sont pas familier avec le langage utilisé en mathématiques.

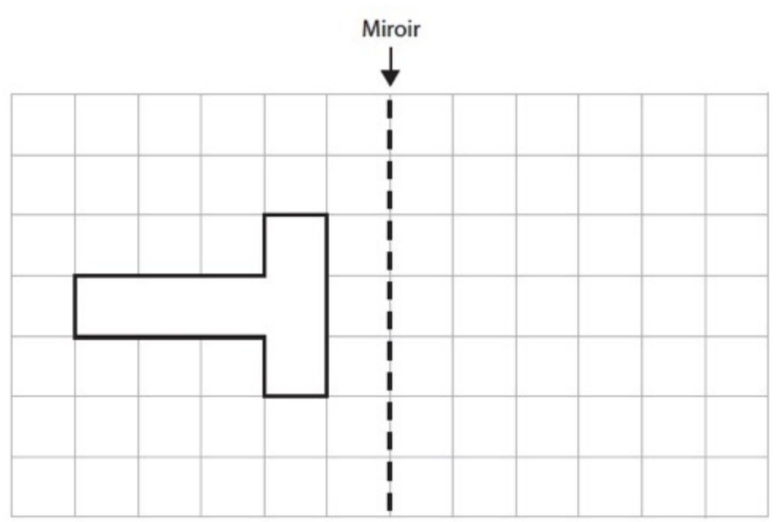
Mesurer l'aire d'une surface sur un quadrillage donné figure explicitement dans les programmes de CM1 ; en revanche la connaissance des unités d'aire usuelles, comme le cm² ne figure qu'au programme de CM2. De nombreux exercices proposés au CM1 demandent la mesure d'une aire, mais sur un quadrillage avec une unité étalon, comme	

l'exercice ci-contre.	 20. Observe les figures. a. Mesure l'aire des figures A, B et C en prenant le carreau bleu comme unité. b. Classe les surfaces de la plus petite à la plus grande aire. c. Recommence avec l'unité verte. d. Obtiens-tu les mêmes résultats ? *Figure : Extrait de Tous en maths CM1*

Dans l'exercice TIMSS, comme seule l'unité de longueur est représentée (et pas l'unité d'aire sous la forme d'un carré grisé sur le quadrillage), et que le terme d'« aire » ne figure pas dans la consigne, nous avons considéré que l'élève doit adapter l'énoncé avant de mettre en jeu ses connaissances (NMF = 2) ou encore qu'il doit appliquer une procédure dans une situation familière moyennement complexe (niveau C2 de complexité).

TIMSS 2015 - Grade 4 – Construction du symétrique d'une figure

Trace l'image réfléchie de la forme ci-dessous.



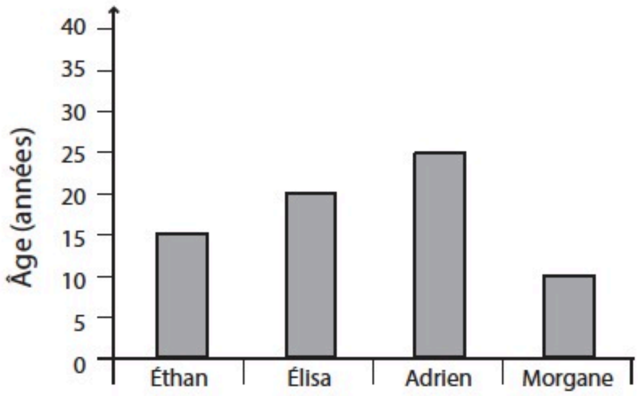
Identification	**M051059**

Si la construction du symétrique d'une figure par rapport à un axe sur papier quadrillé est un savoir-faire qui relève du CM1 et qu'il s'agit ici d'un exercice d'application directe (NMF = 1, niveau A4 de complexité), nous souhaitions pointer à nouveau avec cet item la formulation de la consigne.

En effet, la consigne formulée en français est la traduction directe de celle proposée dans la version anglaise du test « *draw the reflection of the shape below* » alors que l'on demande plutôt habituellement aux élèves de CM1 de « tracer un symétrique par rapport à un axe ». Il est difficile de mesurer l'impact d'une telle formulation sur la compréhension de la tâche, la situation évoquant suffisamment la symétrie axiale pour que les élèves s'engagent dans la construction sans même lire la consigne ; pourquoi alors ne pas utiliser une consigne habituelle ?

TIMSS 2015 - Grade 4 – Représentation de données

Le graphique montre l'âge de 4 personnes.



Combien d'années Adrien a-t-il de plus que Morgane ?

Ⓐ 5

Ⓑ 10

Ⓒ 15

Ⓓ 20

Identification	M041177

Cet exercice nous parait particulièrement intéressant parce qu'il évalue bien un savoir-faire présent dans les programmes du CM1, à savoir « interpréter un tableau ou un graphique », mais la lecture de la réponse n'est pas directe et demande soit le calcul de la différence entre l'âge d'Adrien et celui de Morgane, soit la lecture directe de l'écart entre les deux âges. Puisque la lecture n'est pas directe, mais que la procédure de résolution est en partie indiquée par la question avec le « de plus », nous avons considéré que cet exercice relevait du niveau 2 de mise en fonctionnement des connaissances (NMF = 2) et de la catégorie C2 (application dans une situation familière moyennement complexe) de la taxonomie.

8.2.2 Analyse globale de l'enquête TIMSS_4_2015

Nous avons choisi de respecter la répartition figurant dans les programmes français et donc de considérer que les problèmes mettant en jeu la proportionnalité appartiendraient au domaine « organisation et gestion de données ».

Nous avons travaillé à partir des 171 questions de l'évaluation 2015, répartis en 14 livrets ; les données d'analyse, item par item, figurent dans la seconde partie des annexes de cette étude.

Dans l'analyse que nous avons menée, nous avons distingué dans le domaine « Nombres et calcul » ce qui relevait des nombres entiers et des fractions et décimaux afin de mieux faire apparaître ce qui relevait ou non des programmes. Pour les nombres entiers, nous avons séparé ce qui relevait de la numération (écriture des nombres en chiffres, en unités de numération…) des propriétés arithmétiques des nombres (multiples, diviseurs…). Le calcul quant à lui, inclut les nombres entiers et les nombres décimaux, mais aussi ce qui relève des opérations à trous ou de la résolution d'équation.

Répartition par domaines, selon les programmes français en vigueur en 2015

Domaine		**Nombre de questions**	**Répartition en pourcentage**
Nombres et calculs	Nombres entiers - numération	15	8,8%
	Nombres entiers - arithmétique	7	4,1%
	Fractions et décimaux	13	7,6%
	Calcul	33	19,3%
	Résolution de problèmes (hors proportionnalité)	29	17,0%
	Total « Nombres et calculs »	**97**	**56,7%**
Géométrie	Plane	22	12,9%
	Espace	10	5,8%
	Total « géométrie »	**32**	**18,7%**
Grandeurs		**21**	**12,3%**
Organisation et gestion de données	Lecture et interprétation graphiques	19	11,1%
	Résolution de problèmes de proportionnalité	2	1,2%
	Total « OGD »	**21**	**12,3%**

Tableau … : Répartition des questions du test selon les domaines des programmes

Le domaine des programmes « Nombre et calcul » est fortement représenté puisqu'il occupe plus de la moitié du test (56,7%). Si la géométrie représente en tout 18,7% des exercices, la géométrie dans l'espace est finalement peu présente (5,8% des questions) ; les problèmes de proportionnalité sont eux aussi, très peu représentés (1,2 % de l'ensemble).

Nous observons donc que les quatre domaines des programmes de CM1 sont évalués. Avant de passer à une analyse plus fine du contenu mathématique, nous signalons que globalement, 45,6 % des questions demandent une réponse ouverte, 52,6 % sont sous la forme de QCM et 1,8% sous la forme de Vrai-Faux. Enfin 63,2 % ne sont pas contextualisés (intra-mathématiques) et pour les autres, le contexte est bien souvent faux-concret et représente un prétexte ou un habillage (comme dans la résolution de problème). Nous retrouvons ici une des grandes différences entre TIMSS et PISA.

Répartition par domaine des items « programmes et hors-programmes »

En plus des éléments du sous-thème « expressions, équations simples et relations » du domaine « nombres entiers » dont nous avons parlé lors de l'analyse didactique de certains exercices, d'autres savoir-faire figurant dans le cadre et évalués dans l'enquête ne sont pas présents dans les programmes de mathématiques de l'école. Par exemple, pour :

- les nombres entiers : « identifier les multiples et les diviseurs » ;
- les fractions et les décimaux : « Identifier des fractions simples équivalentes ; comparer et ordonner des fractions simples; additionner et soustraire des fractions simples, y compris celles rencontrées dans des situations de problèmes » ; la notion d'arrondi est aussi dans le cadre, mais n'est enseignée en France qu'à partir de la 6ème.
- la géométrie : est évoquée dans le cadre « la symétrie de rotation », c'est-à-dire la symétrie centrale, qui est enseignée à partir de la 5ème ; les représentations en deux dimensions de solides ne sont pas précisées dans le cadre, mais différents exercices libérés des évaluations TIMSS précédentes montrent que des représentations par vue peuvent être proposées ;
- l'organisation et la gestion de données : il est clairement spécifié que les questions nécessitent d'aller « au-delà de la lecture directe des données présentées (par exemple, résoudre des problèmes et effectuer des calculs en utilisant les données, combiner des données provenant de deux ou plusieurs sources, faire des inférences et tirer des conclusions fondées sur des données). »

Une analyse plus précise de l'ensemble des questions nous indique que 37 items sont « hors programme », soit environ 22,8 % des questions de l'évaluation (voir le tableau complet dans la seconde partie des annexes).

Domaine		**Nombre de questions hors programme CM1 français**
Nombre et calculs	Nombres entiers - numération	1
	Nombres entiers - arithmétique	6
	Fractions et décimaux	5
	Calcul	9
	Résolution de problèmes (hors proportionnalité)	7
Géométrie	Plane	2
	Espace	4

Grandeurs		3
Organisation et gestion de données	Lecture et interprétation graphiques	0
	Résolution de problèmes de proportionnalité	0

Tableau … : Répartition des questions hors programme du test selon les domaines des programmes

Au vu du cadre de l'évaluation rappelé précédemment, les exercices hors programme se trouvent donc principalement dans la catégorie « calcul » (incluant la résolution d'équation ou d'opération à trous ») ou « arithmétique des entiers (avec les notions de multiple et de diviseur), mais aussi dans le cadre de la résolution de problèmes puisqu'il est parfois demandé l'expression arithmétique, parfois avec parenthèses, du résultat d'un problème.

Répartition par niveaux de mise en fonctionnement des connaissances

Domaine		**NMF « direct »**	**NMF « avec adaptation »**	**NMF « avec intermédiaires »**
Nombre et calculs	Nombres entiers - numération	11 (6,4 %)	1 (0,6 %)	2 (1,2 %)
	Nombres entiers - arithmétique	0	0	1 (0,6 %)
	Fractions et décimaux	5 (2,9 %)	1 (0,6 %)	2 (1,2 %)
	Calcul	16 (9,3 %)	7 (4,1 %)	1 (0,6 %)
	Résolution de problèmes (hors proportionnalité)	8 (4,7 %)	9 (5,3 %)	5 (2,9 %)
Géométrie	Plane	15 (8,8 %)	5 (2,9 %)	0
	Espace	3 (5,3 %)	2 (1,2 %)	1 (0,6 %)
Grandeurs		7 (4,1 %)	6 (3,5 %)	5 (2,9 %)
Organisation et gestion de données	Lecture et interprétation graphiques	9 (5,3 %)	7 (4,1 %)	3 (1,7 %)
	Résolution de problèmes de proportionnalité	0	2 (1,2 %)	0
TOTAL		**74 (43,3 %)**	**40 (23,4 %)**	**20 (11,7 %)**

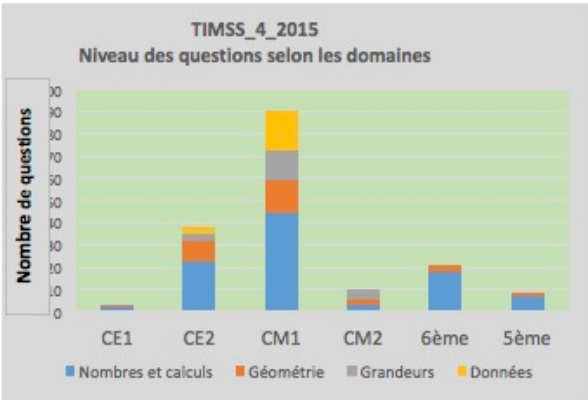
Tableau … : Répartition des questions du test selon les niveaux de mise en fonctionnement

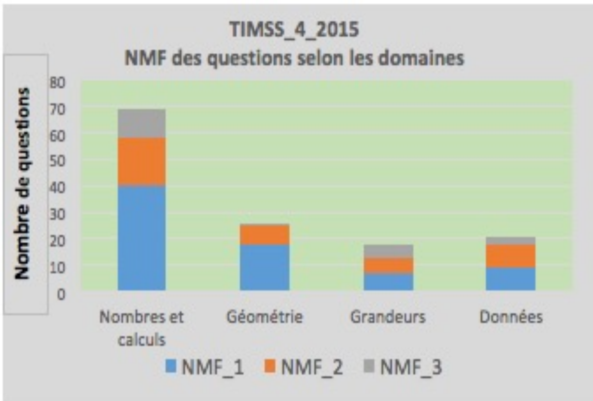
La somme des pourcentages n'est pas égale à 100% puisque nous n'avons pas attribué de niveaux de mise en fonctionnement des connaissances pour les items nécessitant des savoirs qui ne figurent pas dans les programmes avant le CM1.

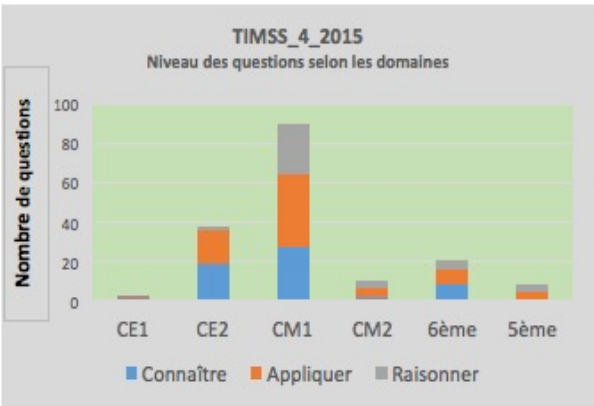
Nous constatons qu'une majorité d'exercices demandent un niveau direct de mise en fonctionnement des connaissances ; néanmoins, des exercices demandant des adaptations ou des intermédiaires sont eux aussi présents, ce qui confère un certain équilibre, en termes de complexité à l'évaluation.

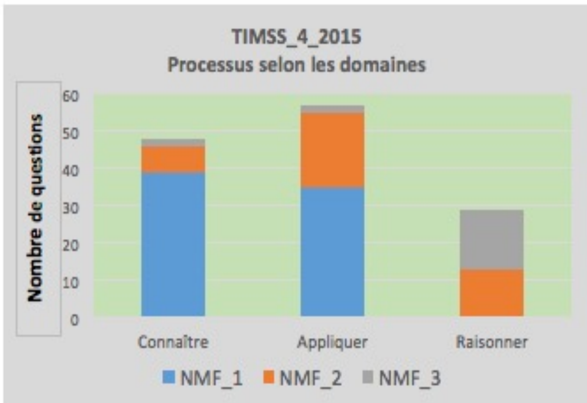
Le tableau et les diagrammes ci-dessous rassemblent et illustrent l’ensemble des résulats de l’analyse.

TIMSS_4_2015	Nombre de questions			CE1	CE2	CM1	CM2	6ème	5ème		NMF_1	NMF_2	NMF_3
Total	171			3	38	90	10	21	8		74	40	20
Pourcntage	100%			2%	22%	53%	6%	12%	5%		43%	23%	12%
Connaître	59	35%		2	19	27	2	8	1		39	7	2
Appliquer	71	42%		1	17	37	4	8	4		35	20	2
Raisonner	41	24%		0	2	26	4	5	3		0	13	16
Nombres et calculs	97	57%		2	22	44	3	18	7		40	18	11
Géométrie	32	19%		1	10	15	2	3	1		18	7	1
Grandeurs	21	12%		0	3	13	5	0	0		7	6	5
Données	21	12%		0	3	18	0	0	0		9	9	3





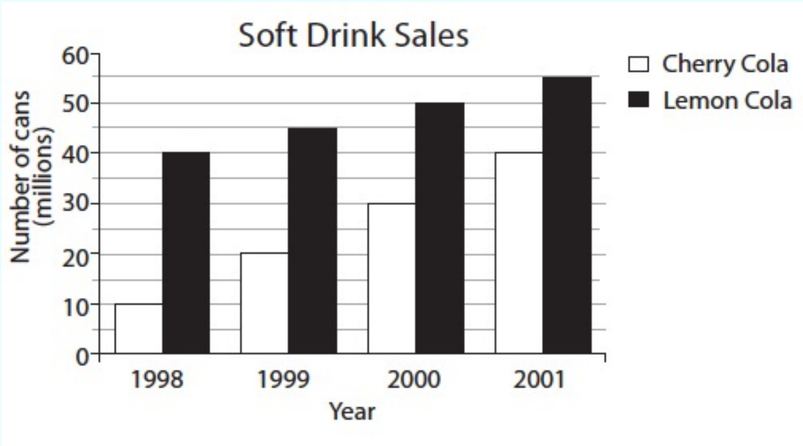




8.2.3 Présentation et analyse de questions de TIMSS grade 8 (niveau quatrième en France)

La France n'a pas participé à TIMSS2015 pour le niveau quatrième. Toutefois la présentation de quelques items de ce niveau permet de mieux mettre en évidence les différences entre TIMSS et PISA, ainsi d'ailleurs que certaines proximités.

TIMSS 2011 - Grade 8 - Vente de boissons gazeuses



Le diagramme présente les ventes de deux marques de boissons gazeuses sur 4 ans.

Si la tendance continue de la même façon pendant les 10 années suivantes, déterminer l'année laquelle les ventes de <Cherry Cola > seront les mêmes que les ventes de <Lemon Cola>.

- (A) 2003
- (B) 2004
- (C) 2005
- (D) 2006

Identification	Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Format
M032721	Données et probabilités	Interprétation de données	Raisonner	QCM

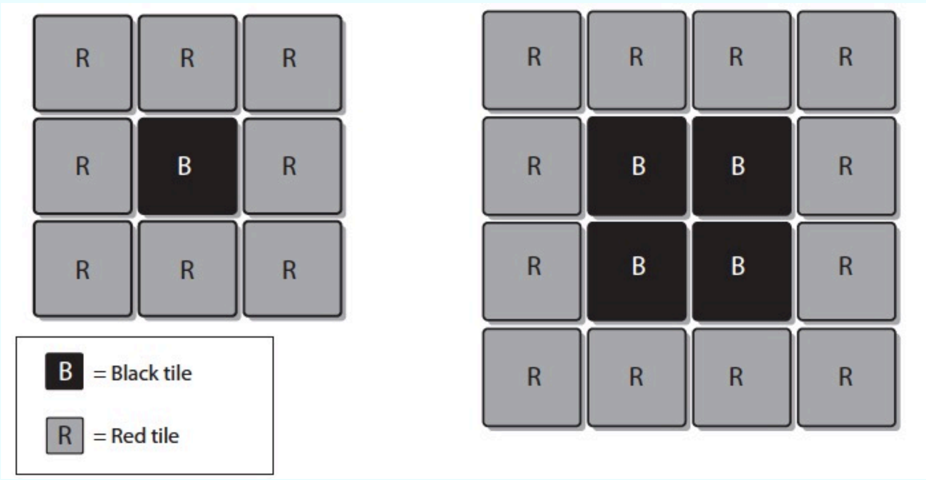
Quelques taux de réussite observés

Angleterre	Finlande	Japon
46%	48%	57%

TIMSS 2011 - Grade 8 - Pavage carré

Patrick a des pièces noires et des pièces blanches.

Patrick utilise ces pièces pour faire des formes carrées



Item 1 (M032757)

La table ci-dessous montre le nombre de pièces nécessaires pour les trois premières formes.

Patrick a continué à faire des formes en utilisant le même principe.

Compléter la table pour les formes 6 × 6 et 7 × 7.

Forme	Nombre de pièces noires	Nombre de pièces rouges	Nombre total de pièces
3 × 3	1	8	9
4 × 4	4	12	16
5 × 5	9	16	25
6 × 6	16		
7 × 7	25		

Codage des réponses :

Crédit complet	Crédit partiel	Autres informations relevées
Les deux colonnes correctement complétées	Une seule ligne correctement complétée	Une seule ligne correctement complétée ou pièces ruges : 20 ou 24 ou nombre total de pièces rouges : 36 ou 49.

Item 2 (M032760A)

Utilise le même principe pour répondre aux questions suivantes :

A. Patrick a fait une forme en utilisant un **total** de 64 pièces.
   - Combien de pièces sont noires et combien sont blanches ?
     Réponse : ……………… pièces noires ……………… pièces rouges

B. Patrick a fait une forme en utilisant 49 pièces **noires**.
   - Combien de pièces rouges Patrick a-t-il utilisé pour cette forme ?
     Réponse : ……………… pièces rouges

C. Ensuite, Patrick a fait une forme utilisant 44 pièces **rouges**.
   - Combien de pièces noires lui a-t-il fallu pour faire la partie noire de la forme ?
     Réponse : ……………… pièces noires ……………… pièces rouges

	Crédit complet	**Crédit partiel**	**Autres informations relevées**
M032760A	Réponse exacte	36 noires, rouges correct. 28 noires, noires incorrect	Une seule ligne correctement complétée ou pièces ruges : 20 ou 24 ou nombre total de pièces rouges : 36 ou 49.
M032760B	Réponse exacte	aucun	aucune
M032760C	Réponse exacte	aucun	aucune

Item 3 (M032761)

Patrick a voulu ajouter une ligne à la table montrant comment trouver le nombre de pièces nécessaires pour faire un carré de n'importe quelle taille.

Utiliser la table de l'item 1 pour compléter la deuxième ligne du tableau ci-dessous.

Forme	**Nombre de pièces noires**	**Nombre de pièces rouges**	**Nombre total de pièces**
$\mathbf{n \times n}$	$\mathbf{(n-2)^2}$	………..	………..

	Crédit complet	**Crédit partiel**	**Autres informations relevées**
M032760A	Réponse : Pièces rouges : 4(n - 1) ; 4n	Correct pour les pièces rouges mais non pour le	Expression incorrecte incluant n pièces rouges

	– 4 ; ou expresion verbale correcte, Ou les deux axpressions correctes mais la réponse exprimée sous la forme $\boldsymbol{n^2 - (n-2)2}$ ou équivalent.	total, Ou correct pour le total mais pas pour les pièces rouges.	…

Tapez une équation ici.

XXXXX

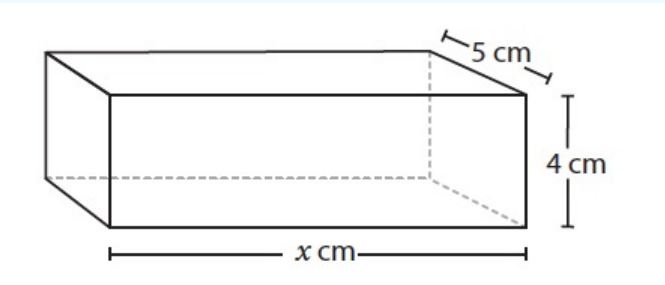
NOM	Identification	Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Format
Pavage carré 1, 2A, B et C	M032757	Algèbre	“*patterns*”	Raisonner	Réponse construite
Pavage carré item 3	M032761	Algèbre	*Expressions algébriques*	Raisonner	Réponse construite

Quelques taux de réussite observés

Identification	Angleterre	Finlande	Japon
M032757	63%	60%	86%
M032760A	38%	32%	66%
M032760B	29%	24%	50%
M032760C	21%	13%	37%
M032761	13%	07%	36%

TIMSS 2011 - Grade 8 - Volume d’un pavé droit

Le volume de cette boîte rectangulaire est 200 cm^3.



Tapez une équation ici.

Quelle est la valeur de x ?

Réponse : …………………………

NOM	Identification	Domaine de	Sujet	Domaine	Format

		Contenu		cognitif	
Volume pavé droit	M042201	Géométrie	Mesures géométriques	Appliquer	Réponse construite

Crédit complet	Crédit partiel	Autres informations relevées
Réponse exacte	aucun	aucune

Quelques taux de réussite observés

Angleterre	Finlande	Japon
49%	51%	79%

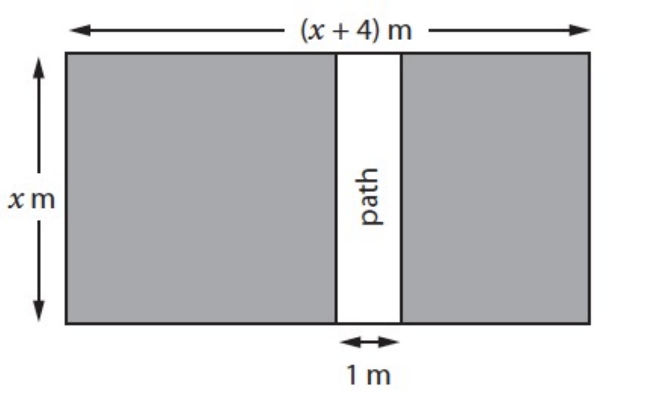
Question classique mais on remarquera qu'il nécessaire de transformer

la formule connue $V = a \times b \times c$ pour utiliser $a = \frac{V}{bc}$.

Nons classons cette question en C2 pour la complexité et au niveau 1 en ce qui concerne la mise en jeu des connaissances.

TIMSS 2011 - Grade 8 - Aire d'un jardin

Ceci est le schéma d'un jardin rectangulaire.



La partie blanche est une allée rectangulaire de 1 mètre de large.

Quelle expression exprime, en m^2, l'aire de la partie grisée du jardin.

Ⓐ $x^2 + 3x$

Ⓑ $x^2 + 4x$

Ⓒ $x^2 + 4x - 1$

Ⓓ $x^2 + 3x$-1

NOM	Identification	Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Format

Aire d'un jardin	M052173	Algèbre	Expressions algébriques	Appliquer	QCM

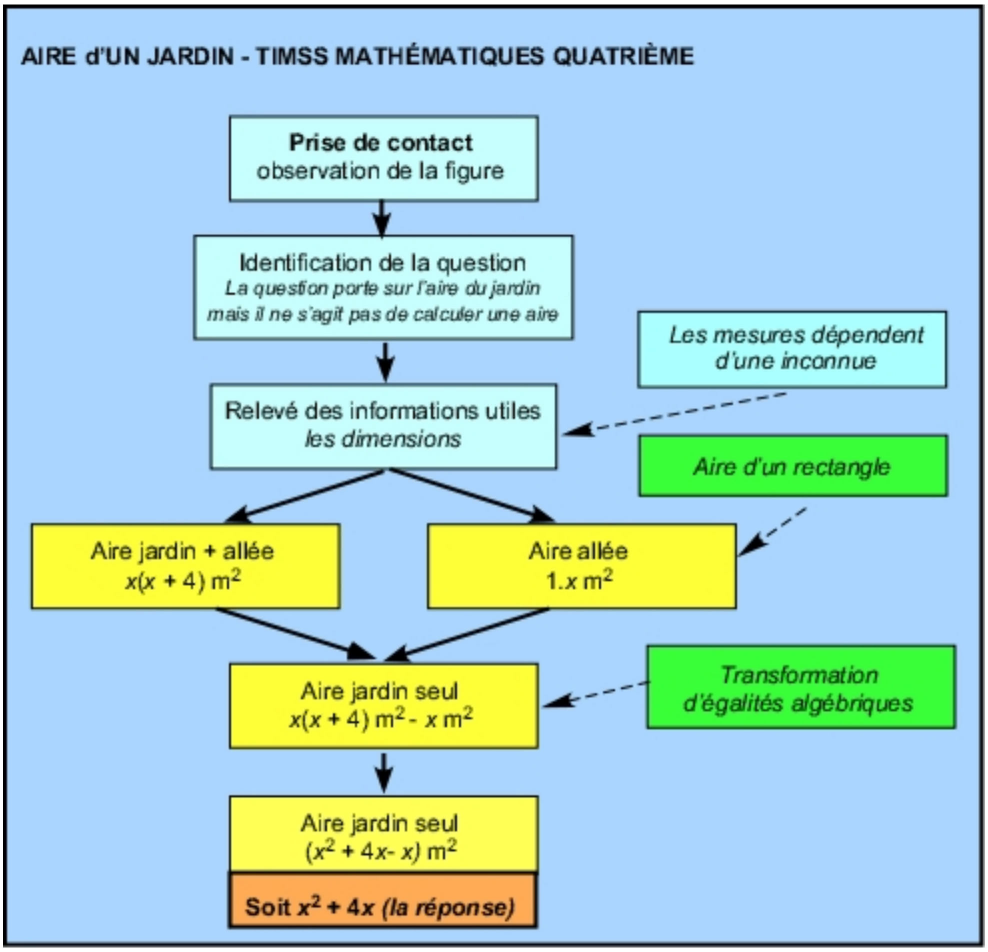
Quelques taux de réussite observés

Angleterre	Finlande	Japon
15%	**09%**	**27%**

Considérons par exemple la question « Aire d'un jardin » de TIMSS 2011 niveau quatrième ».

Beaucoup de personnes (moins sans doute les enseignants de mathématiques de quatrième ou de troisième) ne manqueront pas de se demander pourquoi si peu d'élèves, même au Japon) réussissent cette question (d'une façon générale, quelques-uns des résultats connus sont donnés ici avec les questions).

L'organigramme suivant met en évidence la relative complexité de l'item.



La première difficulté pour l'élève (de quatrième) consiste à comprendre qu'il doit se placer dans le cadre algébrique. On comprend que les élèves japonais qui sont habitués à utiliser des expressions algébriques dès l'école élémentaire réussissent mieux que les élèves anglais ou allemands. Toutefois, ils ne sont que 27% à réussir. Cela indique que la question ne peut en aucun cas être considérée comme facile pour un élève de 13 ans, du moins dans le contexte des programmes français (les coréens qui débutent l'algèbre beaucoup plus tôt sont eux… seulement 46% à le réussir).

TIMSS classe cette question dans la catégorie « appliquer ». En utilisant les catégories du cycle de modélisation de PISA (voir organigramme), on voit cependant que la partie « formuler » est certainement plus déterminante que la partie « employer ».

Le traitement de la question demande d'utiliser dans une situation nouvelle des outils et des procédures connus, en étendant leur champ d'application familier. Nous classons donc cette question au niveau de complexité D. La mise en fonctionnement des connaissances demande à l'élève d'adaper ses connaissances, ce qui fait placer la question au niveau 3 des NFM.

TIMSS 2011 - Grade 8 - Écriture décimale d'un quotient

Lequel de ces nombres est égal à $\frac{3}{5}$?

Ⓐ 0,8

Ⓑ 0,6

Ⓒ 0,53

Ⓓ 0,35

NOM	Identification	Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Format
Écriture décimale	M052216	Nombre	Fractions et décimaux	Connaître	QCM

Quelques taux de réussite observés

Angleterre	Finlande	Japon
59%	69%	86%

Cette question représente une partie importante des questions de TIMSS. TIMSS s'intéresse bien sûr aux compétences, et nombre de ses questions en témoigne, mais il s'intéresse surtout aux connaissances et aux savoir-faire dans leurs aspects les plus basiques. Il montre ici que le passage de l'écriture fractionnaire d'un nombre à son écriture décimale pose des problèmes à certains élèves. Cette difficulté se retrouvera dans les exercices de PISA, mais PISA ne pourra pas la détecter.

En Corée et à Singapour, cette question est réussie par 96% des élèves qui doivent se demander pourquoi on se permet de leur poser une telle question.

TIMSS 2011 - Grade 8 - Le plus long morceau

Une pièce de bois avait 40 cm de long.

Elle a été coupée en 3 morceaux.

Les longueurs en cm sont :

$2x - 5$

$x + 7$

$x + 6$

Quelle est la longueur du plus long morceau ?

Réponse : ………………………….

Montrez votre travail. Si vous utilisez une calculatrice, vous devez aussi décrire les étapes que vous avez utilisées pour obtenir vos réponses.

NOM	Identification	Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Format
Le plus long morceau	M052002	Algèbre	Équations/Formules et Fonctions	Appliquer	Réponse construite

Crédit complet	Crédit partiel	Autres informations relevées
Réponse exacte	aucun	aucune

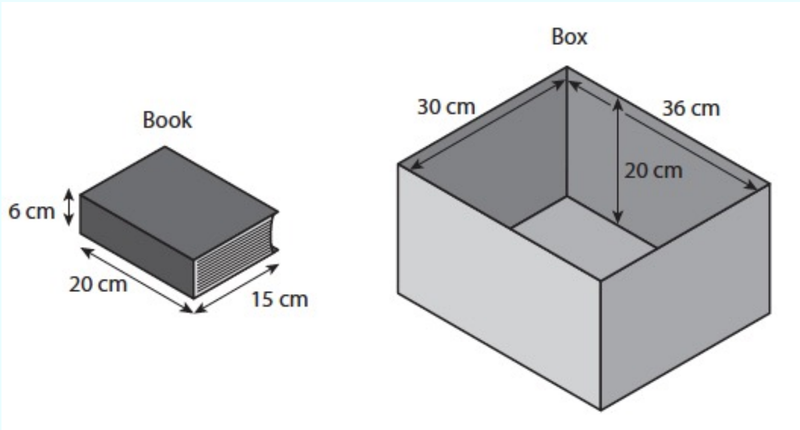
Quelques taux de réussite observés

	Identification	Angleterre	Finlande	Japon
TIMSS2011	M052002	03%	11%	16%

TIMSS 2011 - Grade 8 - Rangement de livres

François range ses livres dans une boîte rectangulaire.

Tous ses livres ont la même taille.



Quel est le plus grand nombre de livres qui peuvent tenir dans la boîte ?

Réponse : …………………………

NOM	Identification	Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Format
Rangement de livres	M052206	Géométrie	Mesures géométriques	Raisonner	Réponse construite

Crédit complet	Crédit partiel	Autres informations relevées
Réponse exacte	aucun	aucune

Quelques taux de réussite observés

Angleterre	Finlande	Japon
26%	29%	58%

La question « rangement de livres » de TIMSS aurait presque pu être utilisée dans PISA. Elle est en effet située dans un contexte concret et familier.

Toutefois, à la différence d'une question de PISA, il n'y a ici aucune donnée parasite. En dehors du prénom François, toutes les données devront être utilisées et la modélisation est toute faite.

Il s'agit bien d'une question de géométrie (organisation spatiale). C'est bien, comme le suggère le classement proposé par TIMSS le raisonnement qui constitue l'essentiel du processus de résolution. C'est le raisonnement qui peut conduire à la solution proposée par l'organigramme que nous proposons. Ce raisonnement suppose un minimum de tâtonnement avant de s'apercevoir qu'il est possible de placer les livres debout dans la boîte, et finalement d'en mettre 12 sans espace restant.

L'organigramme montre que les connaissances nécessaires sont réduites au minimum et que ce n'est pas du côté des connaissances qu'il faut chercher les raisons de la faible réussite de cet item dans la plupart des pays.

Nous avons expérimenté une question semblable à l'IREM de Besançon dans les années 80 et nous avons constaté que nombre d'élèves le traitaient en utilisant une procédure non pas géométrique mais plutôt calculatoire sur les mesures :

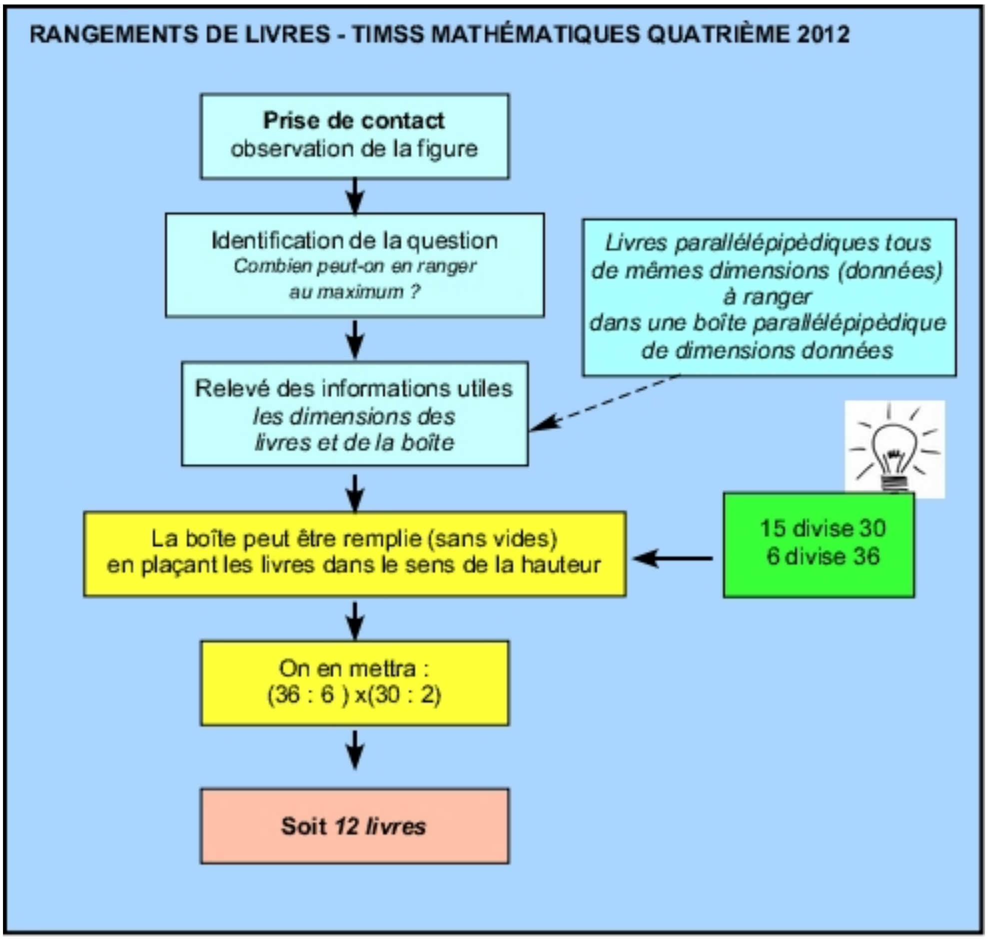
- Calcul du volume de la boîte. Ici, en cm^3, 30 x 36 x 20 ; soit 21 600 en cm^3
- Calcul du volume d'un livre. Ici, en cm^3, 6 x 20 x 15 ; soit 1 800 en cm^3
- Quotient du volume de la boîte par le volume d'un livre. Ici : 20 160 : 1 800 = 12

Sachant que les élèves ont accès à leur calculatrice, il probable que cette démarche a été utilisée par de nombreux élèves.

Or, cette méthode n'est pas correcte, elle donnerait en effet le même résultat si, les dimensions des livres n'étaient pas des diviseurs opportunément choisis des dimensions de la boîte.

Le codage ne s'intéressant qu'à la réponse (12 livres) et il n'est pas possible de savoir si cette réponse exacte correspond à une démarche correcte.

D'ailleurs, il est possible que le niveau de réussite assez faible à cette question soit justement dû à l'utilisation de cette méthode incorrecte. En effet, elle est beaucoup plus propice aux erreurs de calculs que la méthode illustrée par l'organigramme proposé.



Quelle que soit la démarche adoptée, la situation est familière et simple. Il s'agit d'appliquer des outils et des procédures connues dans une situations supposant analyse et mobilisation de plusieurs éléments. Cela qui nous fait placer la question au niveau de complexité C2. La mise en fonctionement des connaissances suppose une certaine adaptation des connaissances à la situation, ce qui nous amène à la placer au niveau 2 de cette classification.

8.3 Analyse de l’enquête de PISA 2015

Une chose qui frappe l’observateur, et qui a souvent été relevée, sinon dénoncée, est l’importance du texte, et même de texte d’habillage apparemment inutile, dans le questionnement mathématique de PISA. Cela ne nous apparaît pas contradictoire avec les objectifs de PISA : en effet, les situations de la « vie réelle » se présentent le plus souvent très « habillées ». Il n’y a finalement qu’à l’école où l’on puisse rencontrer des équations ou des objets géométriques totalement abstraits. Le parti pris de PISA de faire une « évaluation authentique » solidement ancrée dans le « monde réel » (les contextes) est évidemment discutable. Il s’agit là d’une question de validité interne de l’étude ; question sur laquelle nous reviendrons dans le chapitre 9.

Nous présentons dans cette étude l’ensemble des questions libérées qui ont effectivement été utilisées dans l’enquête PISA 2012. D’autre questions sont présentées dans les documents officiels de l’OCDE, mais il s’agit d’exemples qui, au plus, ont été utilisées dans l’expérimentation préalable à l’enquête et qui ont été exclus de l’étude pour des raisons que nous ignorons, ce qui limite l’intérêt de les utiliser dans notre étude.

Sur les 24 questions libérées présentées ici (11 exercices), certaines n’ont pas été utilisées en France. En réalité, 11 de ces questions n’ont été utilisées que dans deux pays de l’OCDE (le Mexique et le Chili, pays qui ont habituellement des résultats très faibles aux enquêtes PISA, ainsi que dans les pays hors OCDE.

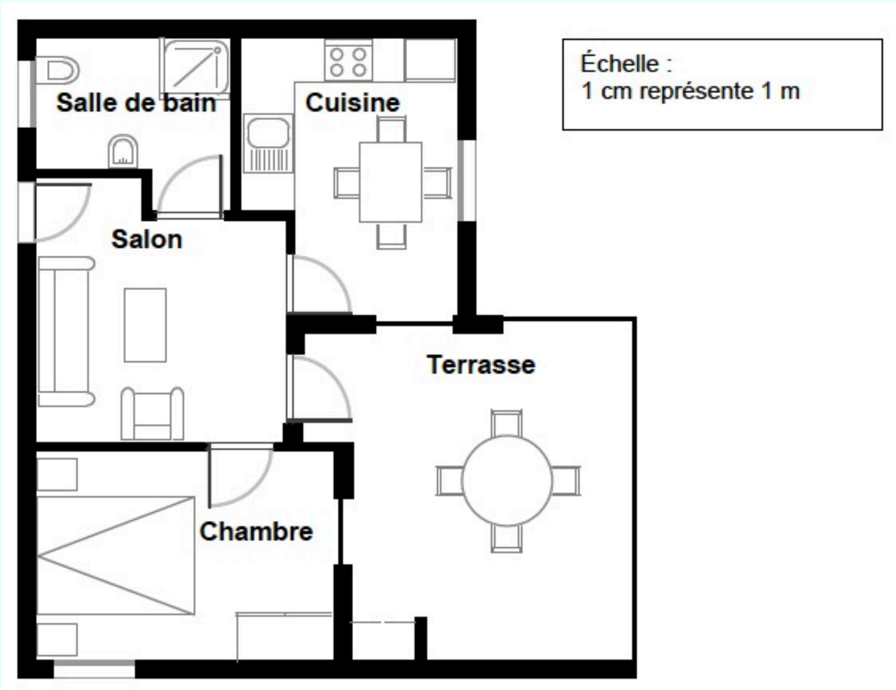
Il s’agissait de proposer à ces pays, pour une partie de l’enquête, des questions plus faciles et de faire ensuite les raccordements statistiques rendus nécessaires pour l’intégration de ces pays dans les échelles globales. Cela se comprends d’un point de vue édumétrique, mais aussi d’un point de vue équité. Il est en effet contraire à tous les principes d’une bonne évaluation que de proposer des questions en sachant pertinemment que les évalués ne sauront pas y répondre.

De ce point de vue, on comprend mal le choix des questions qui leur ont été proposées : elles apparaissent pour la plupart difficiles, même pour les pays hors OCDE qui ont habituellement de bons résultats.

8.3.1 Présentation et analyse de questions de PISA2012-2015

ACHAT D'UN APPARTEMENT

Voici le plan de l'appartement que les parents de Georges veulent acheter auprès d'une agence immobilière.



Pour estimer l'aire totale de l'appartement (terrasse et murs compris), on peut mesurer la taille de chaque pièce, calculer leur aire, puis additionner toutes ces aires.

Une méthode plus efficace permet toutefois d'estimer l'aire totale en mesurant seulement quatre longueurs. Indiquez sur le plan ci-dessus les quatre longueurs nécessaires pour estimer l'aire totale de l'appartement.

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM00FQ01	Espace et formes	Formuler	Personnel	Réponse construite (expert)

Objectif de l'exercice selon PISA : *Utiliser un raisonnement appliqué aux espaces pour montrer sur un plan (ou par une autre méthode) le nombre minimum de dimensions latérales nécessaires pour déterminer la surface d'un plan.*

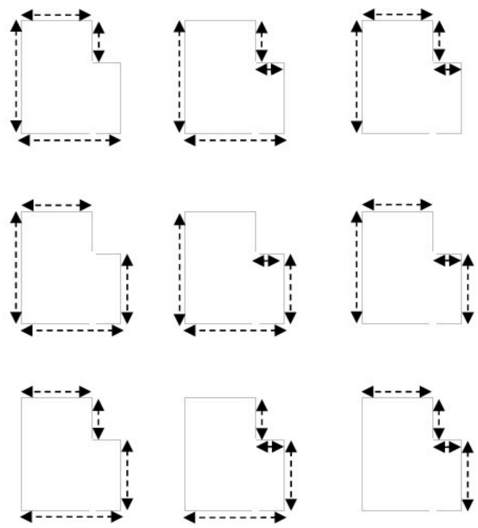
Consigne de codage :

Crédit complet :

A indiqué les quatre dimensions nécessaires pour estimer l'aire de l'appartement sur le plan. Il y a 9 solutions possibles, ainsi que le montre le schéma ci-dessous.

Ou :

A = (9,7m x 8,8m) – (2m x 4,4m), A = 76,56m2 [N'a clairement utilisé que 4 dimensions pour mesurer et calculer l'aire demandée.]



Quelques taux de réussite observés

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
PISA2012	43%	43%	51%	54%	52%

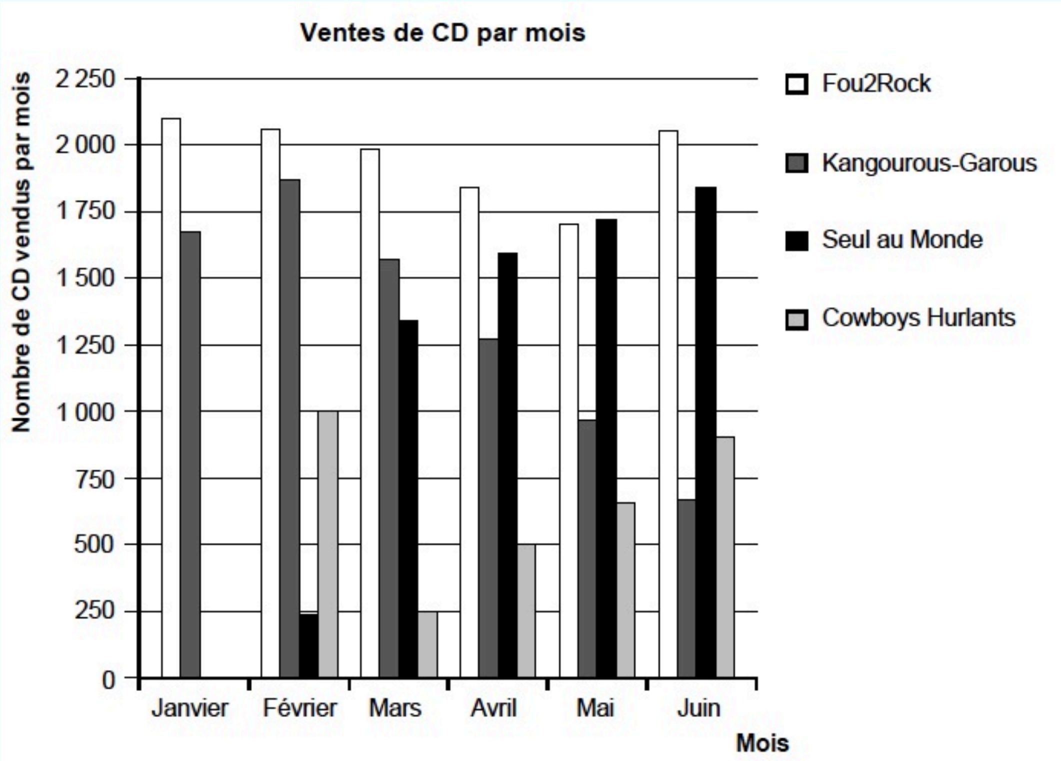
Cette question qui paraît si facile n'est que moyennement réussie, et cela dans tous les pays.

En termes de complexité, nous l'avons placé en B6 : il s'agit bien de comprendre une situation et de réaliser que la surface dont on veut calculer l'aire (sans aller jusqu'à la calculer effectivement) peut s'obtenir en ôtant une surface d'une surface qui la contient, autrement dit en soustrayant une aire d'une autre aire. Mais le rapport aire-surface n'est pas si simple à manipuler. Malgré cela, nous avons placé cette question au niveau 1 des niveaux de mise en fonctionnement des connaissances (NMF_1).

Ces classements *a priori* sont discutables et pourraient être revues si l'on avait accès aux démarches suivies par les élèves.

HIT-PARADE

En janvier, les groupes Fou2Rock et Kangourous-Garous ont chacun sorti un nouveau CD. En février, c'était au tour des groupes Seul au Monde et Cowboys Hurlants de sortir chacun leur CD. Le diagramme suivant montre les ventes de ces CD de janvier à juin



Hit-parade - Question 1

Combien de CD le groupe Cowboys Hurlants a-t-il vendus en avril ?

A. 250

B. 500

C. 1 000

D. 1 270

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM918Q01	Incertitude et données	Interpréter	Sociétal	QCM simple

Objectif de la question selon PISA : *Lire un diagramme en bâtons.*

Consigne de codage :

Crédit complet : Réponse B (500)

Quelques taux de réussite observés

	France	**Allemagne**	**Canada**	**Finlande**	**Japon**
PISA2012	89%	88%	87%	86%	85%

Il s'agit de savoir lire un diagramme en bâtons un peu complexe. Nous avons placé cette question au niveau de complexité B6 (compréhension des situations) et au niveau 1 (direct) pour la mise en jeu des connaissances.

Hit-parade - Question 2

Au cours de quel mois le groupe Seul au Monde a-t-il vendu, pour la première fois, plus de CD que le groupe Kangourous-Garous ?

A. Aucun mois

B. Mars

C. Avril

D. Mai

Identification	**Contenu**	**Processus**	**Contexte**	**Format**
PM918Q02	Incertitude et données	Sociétal	Interpréter	QCM simple

Objectif de la question selon PISA : *Interpréter un diagramme en bâtons et estimer le nombre de CD qui seront vendus dans le futur en admettant que la tendance linéaire persiste.*

Consigne de codage :

Crédit complet : Réponse C (Avril)

Quelques taux de réussite observés

	France	**Allemagne**	**Canada**	**Finlande**	**Japon**
PISA2012	76%	85%	83%	88%	91%

Hit-parade - HIT-PARADE Question 3

Le producteur des Kangourous-Garous s'inquiète car le nombre de CD qu'ils ont vendus a diminué de février à juin.

À combien peut-on estimer leurs ventes du mois de juillet si cette tendance à la baisse continue ?

A. 70 CD

B. 370 CD

C. 670 CD

D. 1 340 CD

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM918Q05	Incertitude et données	Sociétal	Employer	QCM simple

Objectif de la question selon PISA : Interpréter *un diagramme en bâtons et estimer le nombre de CD qui seront vendus dans le futur en admettant que la tendance linéaire persiste.*

Consigne de codage :

Crédit complet : Réponse B (370 CD)

Quelques taux de réussite observés

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
PISA2012	81%	77%	84%	85%	88%

DÉBIT D'UNE PERFUSION

Les perfusions intraveineuses servent à administrer des liquides et des médicaments aux patients.

Les infirmières doivent calculer le débit D d'une perfusion en gouttes par minute.

Elles utilisent la formule $D = \frac{d.v}{60.n}$ où *d* est le facteur d'écoulement en gouttes par millilitre (ml), *v* est le volume (en ml) de la perfusion, *n* est le nombre d'heures que doit durer la perfusion.

Débit d'une perfusion - Question 1

Une infirmière veut doubler la durée d'une perfusion.

Décrivez avec précision la façon dont *D* change si n est doublé et si *d* et *v* ne changent pas.

....

....

....

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM903Q01	Variations et relations	Employer	Professionnel	Réponse construite (expert)

Objectif de la question selon PISA : *Expliquer quel est l'effet produit sur la valeur du résultat, lorsqu'on double une variable dans une formule, sachant que toutes les autres variables restent constantes.*

Consigne de codage :

Crédit complet :

L'explication décrit à la fois le sens de l'effet et sa valeur.

- Il est divisé par deux.
- C'est la moitié.
- D diminuera de 50 %.
- D sera deux fois moins important

Crédit partiel :

Une réponse incomplète qui indique seulement le sens de l'effet ou sa valeur, mais dont les éléments ne sont tous deux pas incorrects.

- D devient plus petit. [Pas de valeur]
- Il y a un changement de 50 %. [Pas de sens]

Quelques taux de réussite observés

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
PISA 2012	18%	28%	25%	24%	35%

Débit d'une perfusion - Question 2

Les infirmières doivent aussi calculer le volume *v* de la perfusion en fonction du débit de perfusion *D*.

Une perfusion d'un débit de 50 gouttes par minute doit être administrée à un patient pendant 3 heures. Pour cette perfusion, le facteur d'écoulement est de 25 gouttes par millilitre.

Quel est le volume en ml de cette perfusion ?

Volume de la perfusion : .... ml

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM903Q03	Variations et relations	Employer	Professionnel	Réponse construite (simple)

Objectif de la question selon PISA : *Transposer une équation et y substituer deux variables par des valeurs numériques données.*

Consigne de codage :

Crédit complet :

360 ou une solution correctement transposée avec des variables de substitution correctes.

- 360
- (60 • 3 • 5) ÷ 25 [Transposition et substitution correctes]

Quelques taux de réussite observés

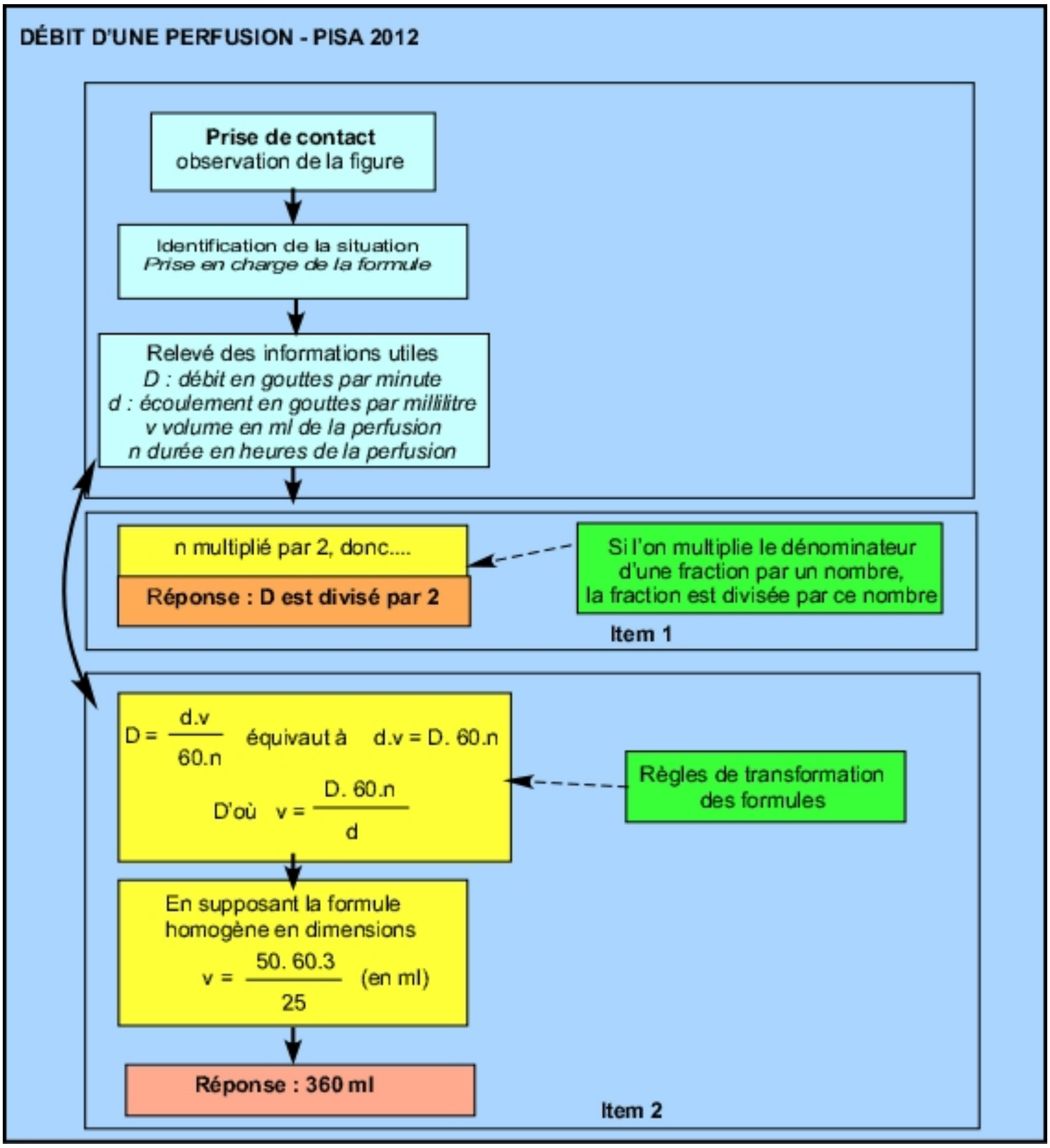
	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
PISA2012	23%	25%	37%	23%	43%

Les questions du bloc « Débit d'une perfusion » sont résolument placées dans le contexte professionnel mais des infirmières consultées ne s'y sont pas reconnues.

L'organigramme montre que pour la première question il suffit d'appliquer une règle simple en principe connue de tout collégien. Là encore, l'habillage n'a pu que gêner les élèves ; les résultats sont faibles, bien que l'essentiel de la modélisation soit déjà faite.

Pour la seconde question, elle aussi mal réussie, les choses paraissent faciles : on peut penser qu'il suffit de remplacer les lettres par leurs valeurs. C'est sans doute ce qu'ont pensé les élèves, sinon ils auraient été encore moins nombreux à donner la bonne réponse. On peut cependant suggérer au lecteur non physicien d'essayer de vérifier l'homogénéité de la formule donnée, ce qui serait certainement une étape nécessaire. Les durées sont ici mesurées tantôt en heures, tantôt en minutes, ; on peut imaginer ce qu'auraient été les résultats si la question si l'on avait dit que la perfusion devait durer 90 minutes. Ici tout est fait pour que l'élève trouve la bonne réponse sans avoir besoin d'adapter ses connaissances concernant les unités. On trouvera des observations de ce type dans la partie littératie scientifique de notre étude.

En réalité le codage de cette question par PISA suppose le simple remplacement de nombres dans la formule sans aucune réflexion. Dans ce cas, pourquoi noyer les élèves dans un flot de mesures. Est-on certain que cela soit de nature à favoriser l'attitude scientifique souhaitée ?



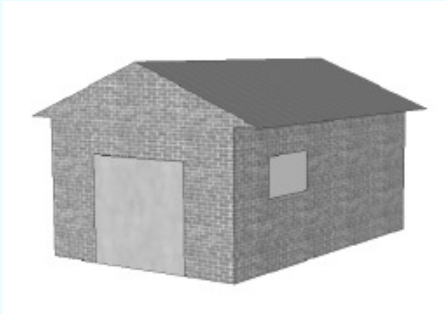
	Complexité	Niveau de fonctionnement des connaissances
Question 1	C1	1
Question 2	C3	2

Compte tenu des remarques faites ci-dessus, nous avons classé les questions 1 et 2 respectivement au niveaux de complexité C1 et C3 et au niveaux de fonctionnement des connaissances 1et 2.

GARAGE

La gamme de base d'un constructeur de garages comprend des modèles comportant une seule fenêtre et une seule porte.

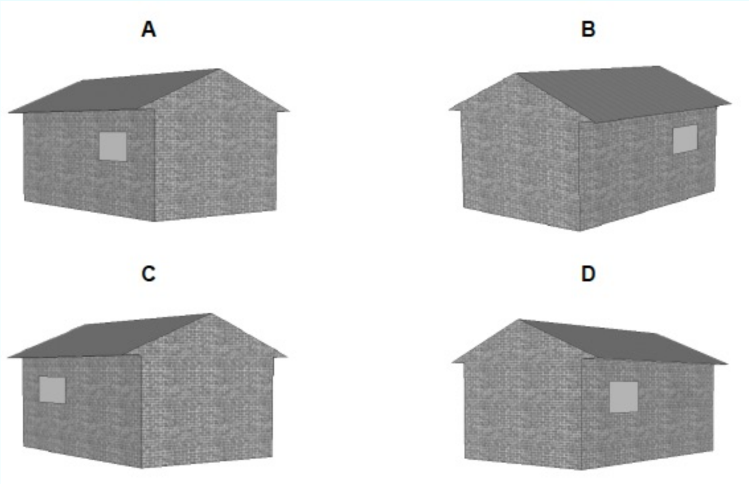
Georges choisit le modèle suivant dans la gamme de base. La porte et la fenêtre sont placées comme indiqué ci-dessous.



Garage - Question 1

Les illustrations ci-dessous représentent différents modèles de base vus de derrière. Une seule de ces illustrations correspond au modèle ci-dessus choisi par Georges.

Quel est le modèle que Georges a choisi ? Entourez A, B, C ou D.



Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM991Q01	Espace et formes	Interpréter	Professionnel	QCM simple

Objectif de l'item selon PISA : *Utiliser ses compétences spatiales pour identifier une représentation 3D correspondant à une autre représentation 3D donnée.*

Consigne de codage :

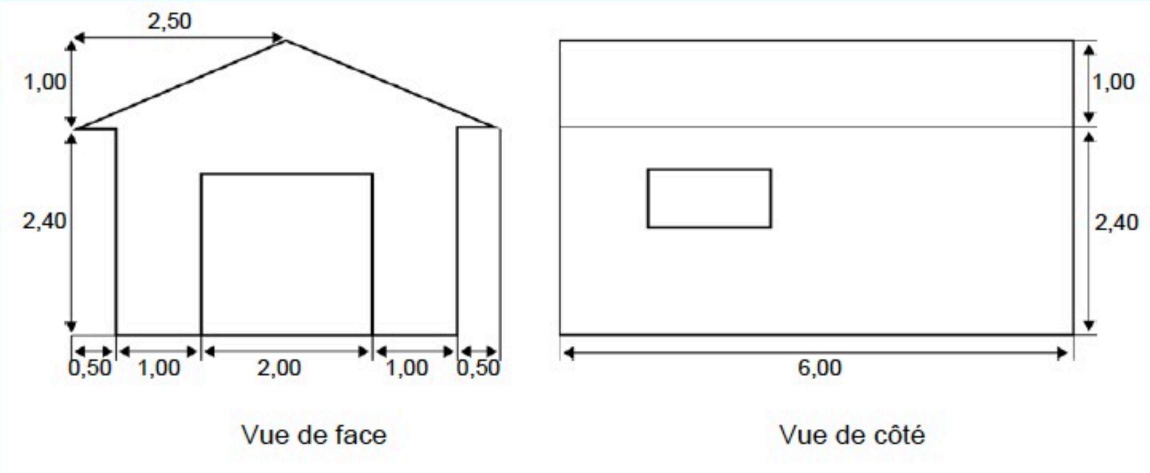
Crédit complet : C (dessin C)

Taux de réussite observée : Cette question n'a été utilisée que dans les pays hors OCDE plus le Mexique et le Chili. Le taux de réussite moyen observé donne une idée de la difficulté de la question pour les élèves concernés.

Taux moyen de réussite observée : 66%

Garage - Question 2

Les deux plans ci-dessous indiquent les dimensions (en mètres) du garage que Georges a choisi.



Remarque : Le schéma n'est pas à l'échelle.

Le toit se compose de deux pans rectangulaires identiques.

Calculez l'aire B du toit. Montrez votre travail.

....

....

....

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM991Q02	Espace et formes	Employer	Professionnel	Réponse construite (expert)

Objectif de la question selon PISA : *Interpréter un plan et calculer l'aire d'un rectangle en utilisant le théorème de Pythagore ou une mesure.*

Consigne de codage :

Crédit complet :

Toute valeur dans l'intervalle de 31 à 33 avec ou sans démarche de travail correcte. [L'unité (m²) n'est pas requise.]

- $12 \times 2{,}6 = 31{,}2$
- $12\sqrt{7{,}25}$ m^2
- $12 \times 2{,}69 = 32{,}28$ m^2
- $12 \times 2{,}7 = 32{,}4$ m^2

Crédit partiel :

Code 11 : La démarche de travail utilise correctement le théorème de Pythagore mais présente des erreurs de calculs ou utilise une longueur erronée, ou encore omet de doubler l'aire du toit.

- $2{,}5^2 + 1^2 = 6$; $12 \times \sqrt{6} = 29{,}39$ [Utilisation correcte du théorème de Pythagore avec une erreur de calcul]
- $2^2 + 1^2 = 5$; $2 \times 6 \times \sqrt{5} = 26{,}8$ m^2 [La longueur utilisée n'est pas correcte.]
- $6 \times 2{,}6 = 15{,}6$ [Ne double pas l'aire du toit.]

Code 12 : La démarche de travail n'indique pas l'utilisation du théorème de Pythagore mais elle utilise une valeur acceptable pour la largeur du toit (toute valeur dans l'intervalle de 2, à 3) et les calculs sont effectués correctement.

- $2{,}75 \times 12 = 33$
- $3 \times 6 \times 2 = 36$

Taux de réussite observée : Cette question n'a été utilisée que dans les pays hors OCDE plus le Mexique et le Chili. Le taux de réussite moyen observé donne une idée de la difficulté de la question pour les élèves concernés.

Taux moyen de réussite observée : 03%

Seul exercice d'origine française ! Malheureusement il a été réservé aux pays cités ci-dessus.

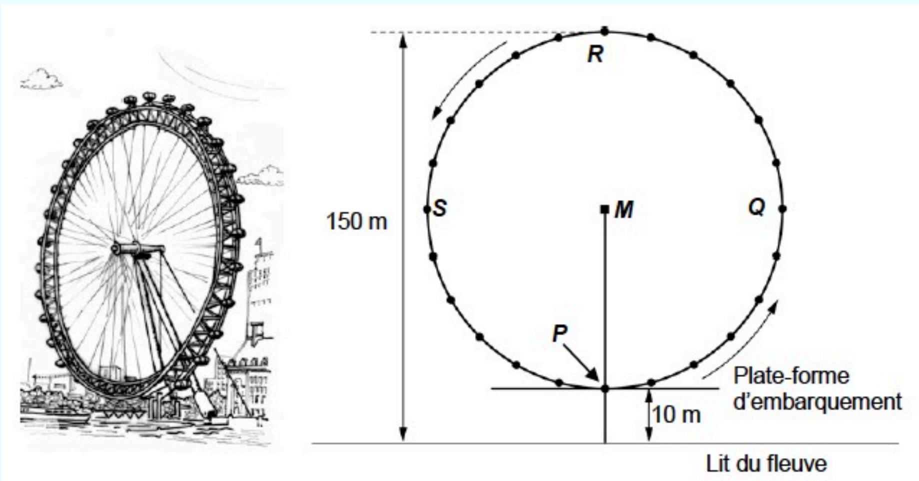
Il serait intéressant de voir comment cette question serait réussie en France.

Nous classons la question 1 en B6 pour la complexité et au niveau 2 pour la mise en fonctionnement des connaissances. Mais s'agit-il vraiment de connaissances, et quelles seraient ces connaissances ? Ou s'agit-il d'habilités perceptives et relationnelles ? En fait des questions de ce type se retrouvent souvent dans les tests d'intelligence (voir § 10.2).

Pour la question 2 de cet exercice, même si l'on a une certaine expérience des projections cotées, il faut adapter des connaissances à la situation, en particulier le théorème de Pythagore. Nous classons cette question au niveau D2 de la complexité et au niveau 3 en ce qui concerne sa mise en fonctionnement des connaissances.

LA GRANDE ROUE

Une grande roue est installée sur les rives d'un fleuve. En voici une photo et un schéma :



Le diamètre externe de la grande roue est de 140 mètres et son point le plus élevé se situe à 150 mètres au-dessus du lit du fleuve. Elle tourne dans le sens indiqué par les flèches.

La grande roue - question 1

La lettre M dans le diagramme indique le centre de la roue.

À combien de mètres (m) au-dessus du lit du fleuve se trouve le point M ?

Réponse :...m

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM934Q01	Espace et formes	Employer	Sociétal	Réponse construite

Objectif de la question selon PISA : *Calculer une longueur en se fondant sur des informations fournies sur une représentation en deux dimensions.*

Consigne de codage :

Crédit complet : Réponse : 80

Taux de réussite observée : Cette question n'a été utilisée que dans les pays hors OCDE plus le Mexique et le Chili. Le taux de réussite moyen observé donne une idée de la difficulté de la question pour les élèves concernés.

Taux moyen de réussite observée : 15%

La grande roue - Item 2

La grande roue tourne à une vitesse constante. Elle effectue un tour complet en 40 minutes exactement.

Jean commence son tour sur la grande roue au point d'embarquement P.

Où se trouvera Jean après une demi-heure ?

Ⓐ Au point R

Ⓑ Entre les points R et S

Ⓒ Au point S

Ⓓ Entre les points S et P

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM934Q02	Espace et formes	Formuler	Sociétal	QCM simple

Objectif de la question selon PISA : *Estimer une position en fonction de la rotation d'un objet et en fonction d'une durée précise.*

Consigne de codage :

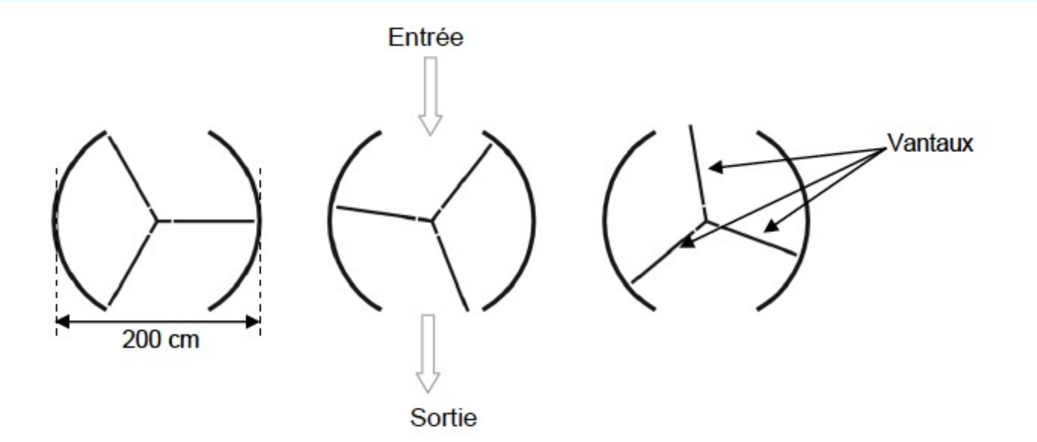
Crédit complet : Réponse : C (au point S)

Taux de réussite observée : Cette question n'a été utilisée que dans les pays hors OCDE plus le Mexique et le Chili. Le taux de réussite moyen observé donne une idée de la difficulté de la question pour les élèves concernés.

Taux moyen de réussite observée : 44%

PORTE À TAMBOUR

Une porte à tambour est composée de trois « ailes », appelées vantaux, qui tournent à l'intérieur d'un espace circulaire. Le diamètre intérieur de cet espace est de 2 mètres (200 centimètres). Les trois vantaux de la porte divisent l'espace en trois sections identiques. Le schéma ci-dessous montre les vantaux de la porte dans trois positions différentes, vus de dessus.



Porte à tambour - Question 1

Combien mesure (en degrés) l'angle formé par deux vantaux de la porte ?

Mesure de l'angle : .... º

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM995Q01	Espace et formes	Employer	Scientifique	Réponse construite (simple)

Objectif de la question selon PISA : *Calculer l'angle central d'une section d'un cercle.*

Consigne de codage :

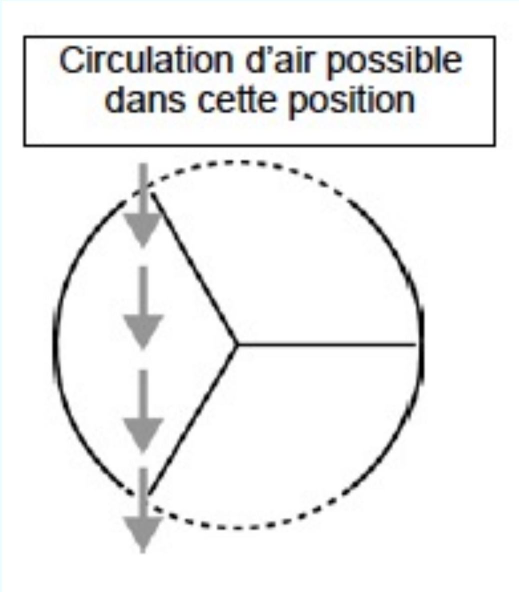
Crédit complet : Réponse : 120

Quelques taux de réussite observés

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
PISA2012	49%	64%	57%	62%	75%

Porte à tambour - Question 2

Les deux ouvertures de la porte (les arcs de cercle pointillés sur le schéma) font la même taille. Si ces ouvertures étaient trop larges, les vantaux ne pourraient pas garder l'espace clos et l'air pourrait alors circuler librement entre l'entrée et la sortie, provoquant une perte ou un gain de chaleur indésirables. Cela est illustré sur le schéma ci-contre.



Quelle est la longueur maximum (en centimètres, cm) que l'arc de cercle de chaque ouverture de porte peut avoir, afin que l'air ne puisse jamais circuler librement entre l'entrée et la sortie ?

Longueur maximum de l'arc de cercle : ……….. cm

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM995Q02	Espace et formes	Formuler	Scientifique	Réponse construite simple

Objectif de la question selon PISA : *Interpréter un modèle géométrique issu d'une situation de la vie courante pour calculer la longueur d'un arc.*

Consigne de codage :

Crédit complet :

Réponse dans l'intervalle de 103 à 105. [Accepter les réponses calculées comme 1/6e de la circonférence ; par exemple : $\frac{100\pi}{3}$.] Accepter également 100 comme réponse, uniquement s'il est clair que cette réponse provient de l'utilisation de $\pi = 3$. Remarque : S'il n'y a pas de démarche de travail accompagnant la réponse 100, il est possible que celle-ci ait été obtenue en devinant simplement que la longueur doit être la même que celle du rayon (longueur d'un simple ventail).

Quelques taux de réussite observés

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
PISA2012	03%	03%	04%	06%	08%

Porte à tambour - Question 3

La porte effectue 4 tours complets par minute. Dans chacune des trois sections de la porte, il y a place pour deux personnes au maximum.

Quel est le nombre maximum de personnes qui peuvent entrer dans l'immeuble par cette porte en 30 minutes ?

- Ⓐ 60
- Ⓑ 180
- Ⓒ 240
- Ⓓ 720

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM995Q03	Quantité	Formuler	Scientifique	QCM

Objectif de la question selon PISA : *Identifier des informations et construire un modèle quantitatif (implicite) pour résoudre un problème.*

Consigne de codage :

Crédit complet : D (170)

Quelques taux de réussite observés

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
PISA2012	43%	49%	54%	53%	53%

Cet exercice nous semble bien illustrer le piège volontaire dans lequel tombe PISA en voulant à tout prix inscrire ses questions dans le monde concret.

L'organigramme suivant met en évidence l'aspect réduit des contenus mathématiques nécessaires pour pouvoir traiter les 3 questions de cet exercice. Ces contenus sont indiqués dans les cadres jaunes :

- Mesure en degrés de l'angle plein : 360°.

- Savoir appliquer une formule (la formule elle-même est donnée dans le cahier de test).

Ces connaissances sont tout au plus du niveau de la classe de cinquième. Pourtant les résultats sont faibles, même pour les questions 1 et 3 où ils restent de l'ordre de 50% dans la plupart des pays.

L'organigramme met en évidence la complexité du processus de résolution. Si l'on utilise les catégories du cycle de modélisation de PISA, l'essentiel sera à classer dans la catégorie « formuler » ; c'est d'ailleurs ce que fait PISA. Mais, pour formuler, il faut comprendre la situation, ou du moins, la formulation se construit en même temps que la compréhension.

L'organigramme présenté met en évidence que la difficulté est d'ordre technologique et non mathématique : il s'agit d'abord de comprendre comment fonctionne une porte tournante.

Il n'est même pas certain que les élèves habitués aux grands magasins aient pu être avantagés. « Portes à vantaux » ne désigne nulle part ce que le texte d'origine appelle justement *« revolving door »* et qu'il aurait fallu traduire par « porte tournante ».

Passons aussi sur le fait que le texte anglais parle des ailes qui divisent l'espace en « *three equal sectors* » ; ce qui se traduit en français par « trois secteurs égaux ». Le mot « secteur » est un mot du langage de la géométrie ; il aurait été tout à fait adéquat de l'utiliser ; le mot « section » utilisé ici est aussi utilisé en géométrie mais pour désigner tout autre chose.

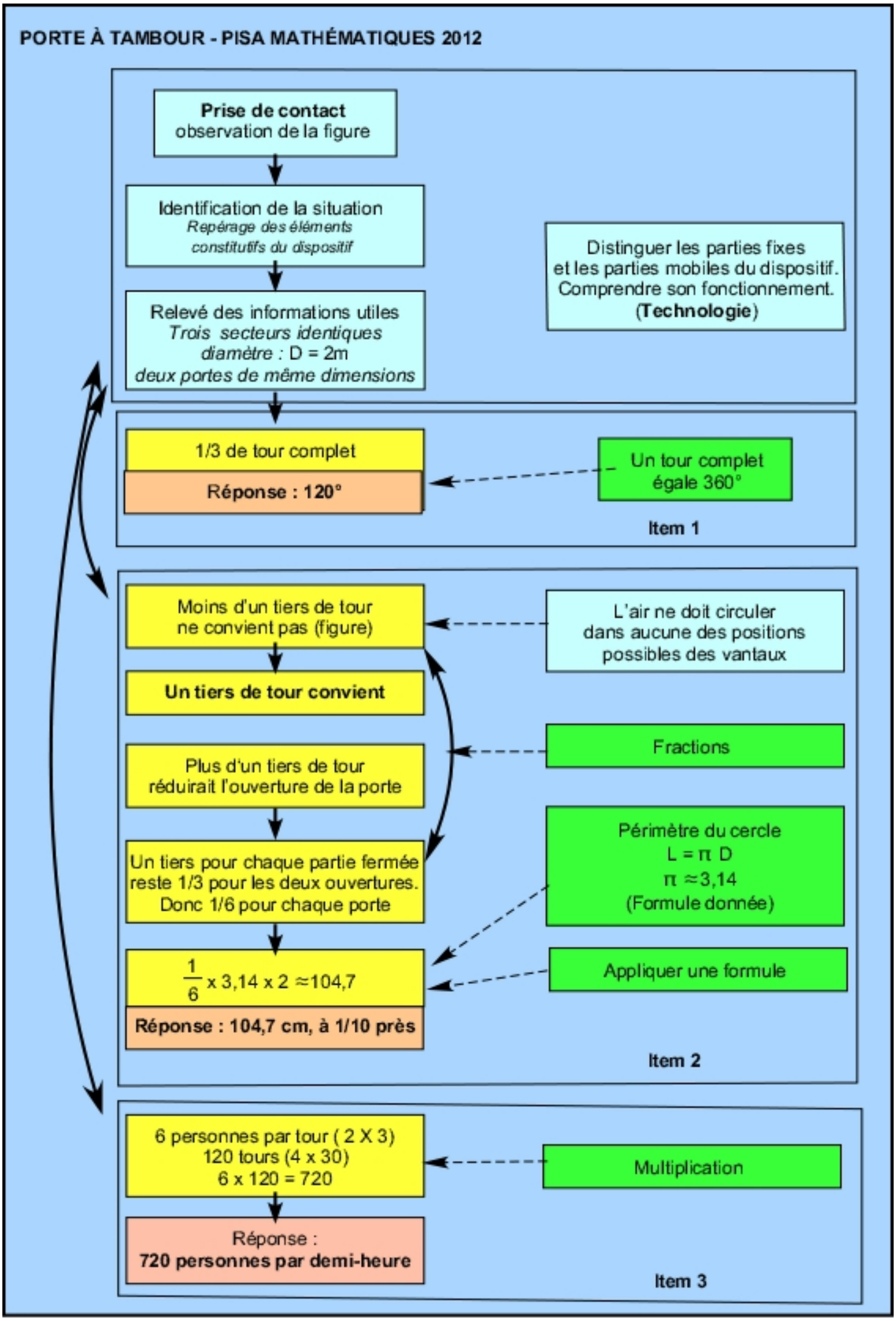
Il n'est pas certain que ces défauts aient gêné les élèves. Il est vraisemblable qu'une partie d'entre eux auront pris l'information sur la figure : trois angles égaux, donc chaque angle mesure le tiers de. Reste juste à savoir qu'un angle plein, ou un tour complet, a une mesure de 360°.

Il est difficile de croire qu'à peine un élève français sur deux ait pu arriver à cette conclusion (les autres s'en sortant moins bien ou à peine mieux).

Laissons de côté la question complexe des traductions et insistons sur le fait que le but des analyses que nous proposons n'est pas de disqualifier le questionnement de PISA ; il est d'une part d'essayer de mieux comprendre et de faire comprendre le domaine sur lequel porte en fait l'évaluation ; il est d'autre part de mettre en évidence les difficultés qu'ont pu rencontrer les élèves. Difficultés qui sont normales mais qui sont réelles. Difficultés qui sont le plus souvent totalement ignorées au bénéfice de jugements hâtifs relatifs au niveau des élèves (voir § 8.2).

Les observations faites ci-dessus nous conduisent à classer ces trois questions de la façon suivante :

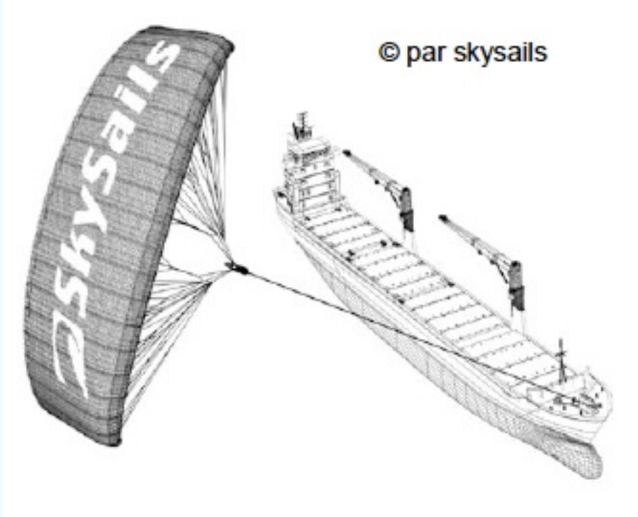
	Complexité	**Niveau de fonctionnement des connaissances**
Question 1	B6	1
Question 2	B7	3
Question 2	C1	2


PORTE À TAMBOUR - PISA MATHÉMATIQUES 2012
Prise de contact
observation de la figure
Identification de la situation
Repérage des éléments constitutifs du dispositif
Relevé des informations utiles
Trois secteurs identiques
diamètre : D = 2m
deux portes de même dimensions
Distinguer les parties fixes et les parties mobiles du dispositif. Comprendre son fonctionnement. (Technologie)
1/3 de tour complet
Réponse : 120°
Un tour complet égale 360°
Item 1
Moins d'un tiers de tour ne convient pas (figure)
L'air ne doit circuler dans aucune des positions possibles des vantaux
Un tiers de tour convient
Fractions
Plus d'un tiers de tour réduirait l'ouverture de la porte
Périmètre du cercle
L = π D
π ≈3,14
(Formule donnée)
Un tiers pour chaque partie fermée reste 1/3 pour les deux ouvertures. Donc 1/6 pour chaque porte
1/6 x 3,14 x 2 ≈104,7
Appliquer une formule
Réponse : 104,7 cm, à 1/10 près
Item 2
6 personnes par tour (2 X 3)
120 tours (4 x 30)
6 x 120 = 720
Multiplication
Réponse :
720 personnes par demi-heure
Item 3

CARGO À VOILE

Quatre-vingt-quinze pour cent du commerce mondial s'effectue par voie maritime, par environ 50 000 bateaux-citernes, vraquiers et porte-conteneurs. La plupart de ces cargos fonctionnent au diesel.

Des ingénieurs ont l'intention de mettre au point un système utilisant la puissance du vent pour assister les cargos. Ils proposent de fixer un cerf-volant servant de voile sur les cargos et ainsi d'utiliser la puissance du vent pour diminuer la consommation de diesel ainsi que l'impact de ce carburant sur l'environnement



Cargo à voile - Question 1

Les cerfs-volants ont l'avantage de voler à une hauteur de 150 m. Là-haut, la vitesse du vent est approximativement de 25 % supérieure à celle au niveau du pont du cargo.

Quelle est la vitesse approximative à laquelle le vent souffle dans le cerf-volant lorsque la vitesse du vent est de 24 km/h sur le pont du cargo ?

A. 6 km/h

B. 18 km/h

C. 25 km/h

D. 30 km/h

E. 49 km/h

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM923Q01	Quantité	Formuler	Scientifique	QCM

Objectif de la question selon PISA *: Calculer un pourcentage dans une situation de la vie réelle.*

Consigne de codage :

Crédit complet : D (30 km/h)

Quelques taux de réussite observés

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
PISA2012	54%	64%	58%	73%	57%

Le texte à lire est assez long si l'on tient compte de l'amorce. Les élèves habitués à ce genre de texte auront une lecture cursive et ne retiendront que les 25% à ajouter à une vitesse de 24 km/h. Ils peuvent facilement répondre par un calcul mental immédiat. L'élève sérieux, qui veut être sûr de ne pas laisser passer une information, va perdre un peu de temps à éliminer les informations parasites.

Rappelons que le temps moyen accordé pour répondre à une question est de 2 minutes. Il ne s'agit vraiment pas de perdre ce temps à s'interroger sur les questions écologiques et environnemental.

Nous avons classé cette question au niveau de complexité C1 et au niveau 1 de la mise au fonctionnement des connaissances.

Cargo à voile - Question 2

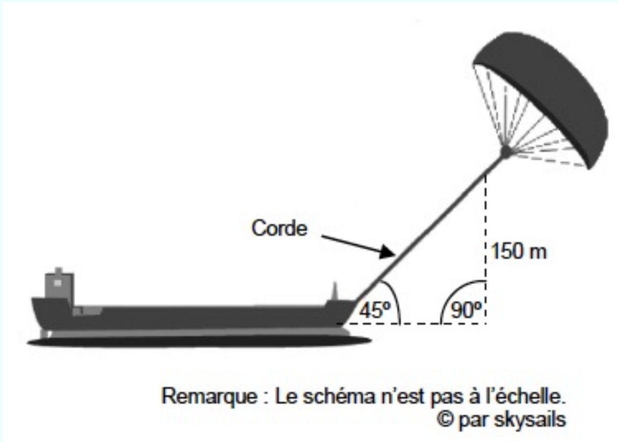
Quelle doit être approximativement la longueur de la corde du cerf-volant pour pouvoir tirer le cargo à un angle de 45° depuis une hauteur verticale de 150 m, comme indiqué sur le schéma ci-contre ?

A. 173 m

B. 212 m

C. 285 m

D. 300 m



Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM923Q03	Espace et formes	Employer	Scientifique	QCM simple

Objectif de la question selon PISA : *Utiliser le théorème de Pythagore en l'appliquant à un contexte géométrique authentique.*

Consigne de codage :

Crédit complet : B (212 m)

Quelques taux de réussite observés

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
PISA2012	45%	54%	57%	50%	53%

La question est pratiquement intra-mathématique. Toutefois l'habillage et la redondance texte-image va faire qu'une partie de l'attention de l'élève risque d'être détournée sur la situation et non sur le seul triangle rectangle. L'élève doit repérer ce triangle rectangle et faire intervenir le théorème de Pythagore (ou la formule donnant la longueur de la diagonale du carré en fonction du côté – formule connue de beaucoup d'élèves de par le monde).

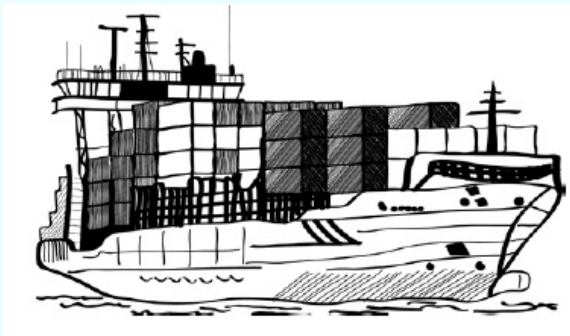
Nous classons cette question au niveau de complexité C2 et au au niveau 3 pour la mise en fonctionnement des connaissances.

Cargo à voile - Question 3

En raison du prix élevé du diesel (0,42 zed par litre), les propriétaires du cargo Nouvelle Vague envisagent de l'équiper d'un cerf-volant.

On estime qu'un cerf-volant de ce type permettrait de réduire globalement la consommation de diesel d'environ 20 %.

Nom : *Nouvelle Vague*



Type : cargo

Longueur : 117 mètres

Largeur : 18 mètres

Charge utile : 12 000 tonnes

Vitesse maximale : 19 nœuds

Consommation de diesel par an sans cerf-volant : approximativement 3 500 000 litres

Équiper le Nouvelle Vague d'un cerf-volant coûte 2 500 000 zeds.

Au bout de combien d'années environ, les économies de diesel auront-elles couvert le coût du cerf-volant ? Justifiez votre réponse à l'aide de calculs.

....

....

....

Nombre d'années : ....

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM923Q04		Formuler	Scientifique	Réponse construite

Objectif de la question selon PISA : *Résoudre une situation de la vie réelle impliquant une économie de coûts et une consommation de diesel.*

Consigne de codage :

Crédit complet :

Réponses allant de 8 à 9 ans fournies avec des calculs (mathématiques) corrects.

Consommation de diesel par an sans cerf-volant : 3,5 millions de litres, au prix de 0,42 zed/litre, coûte en diesel sans cerf-volant : 1 470 000 zeds. Si l'on réalise 2 % d'économies d'énergie avec le cerf-volant, ceci revient à une économie de 1 470 000 zeds x 0,2 = 294 000 zeds par an. Donc 2 500 000 ÷ 294 000 ≈ 8,5 : le cerf-volant devient donc (financièrement) rentable après environ 8 à 9 ans.

Quelques taux de réussite observés

	France	**Allemagne**	**Canada**	**Finlande**	**Japon**
PISA2012	13%	20%	21%	16%	19%

Un bon problème de certificat d'études des années 60 ! Avec cependant de nombreuses donnés inutiles qu'il va falloir mettre de côté.

Le taux de réussite dans différents pays montre bien que cette question est loin d'être facile pour des élèves de 15-16 ans.

Nous classons cette question au niveau de complexité C3 et au niveau 3 pour la mise en fonctionnement des connaissances.

SAUCE

Vous préparez votre propre vinaigrette pour une salade.

Voici une recette pour préparer 100 millilitres (ml) de vinaigrette :

Huile pour salade	60 ml
Vinaigre	30 ml
Sauce soja	10 ml

De combien de millilitres (ml) d'huile pour salade avez-vous besoin pour préparer 150 ml de cette vinaigrette ?

Réponse : ....ml

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM924Q02	Quantité	Formuler	Personnel	Réponse construite

Objectif de la question selon PISA : *Appliquer la notion de proportion dans une situation de la vie courante pour calculer la quantité nécessaire d'un ingrédient dans une recette.*

Consigne de codage :

Crédit complet : Réponse :90 ou 60 + 30.

Quelques taux de réussite observés

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
PISA2012	56%	66%	61%	72%	70%

La résolution de la question, *a priori* très simple, suppose d'enchaîner deux étapes.

Nous classons cette question au niveau de complexité C1 et au niveau 1 pour la mise en fonctionnement des connaissances.

ASCENSION DU MONT FUJI

Le mont Fuji est un célèbre volcan éteint, situé au Japon.

Ascension du Mont Fuji - Question 1

Le mont Fuji n'est accessible au public que du 1er juillet au 27 août chaque année. Environ 200 000 personnes font l'ascension du mont Fuji pendant cette période.

En moyenne, combien de personnes environ font l'ascension du mont Fuji chaque jour ?

A. 340

B. 710

C. 3 400

D. 7 100

E. 7 400

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM942Q01	Quantité	Formuler	Sociétal	QCM

Objectif de la question selon PISA : *Identifier un taux moyen quotidien à partir d'un nombre total et d'une durée déterminée (les dates étant données).*

Consigne de codage :

Crédit complet : C (3400)

Taux de réussite observée : Cet item n'a été passé que dans les pays hors OCDE plus le Mexique et le Chili. Le taux de réussite moyen observé donne une idée de la difficulté de l'item pour les élèves concernés.

Taux moyen de réussite observée : 47%

Ascension du Mont Fuji - Question 2

La voie Gotemba, qui conduit au sommet du mont Fuji, fait environ 9 kilomètres (km) de long.

Les marcheurs doivent être de retour de la randonnée de 18 km pour 20 heures.

Toshi estime qu'il peut gravir la montagne à une vitesse moyenne de 1,5 kilomètre/heure, et en redescendre en doublant cette vitesse. Ces vitesses tiennent compte des pauses-repas et des temps de repos.

D'après les vitesses estimées par Toshi, à quelle heure au plus tard doit-il commencer sa randonnée afin de pouvoir être de retour pour 20 heures ?

....

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM942Q02	Variations et relations	Formuler	Sociétal	Réponse construite (expert)

Objectif de la question selon PISA : *Calculer l'heure de départ pour un parcours à partir de deux vitesses différentes, d'une distance totale à parcourir et d'une heure d'arrivée.*

Consigne de codage :

Crédit complet :

11 (heures du matin) [Avec ou sans « heures du matin ». Ou toute autre façon équivalente d'écrire cette heure, par exemple : 11h00]

Taux de réussite observée : Cet item n'a été utilisé que dans les pays hors OCDE plus le Mexique et le Chili. Le taux de réussite moyen observé donne une idée de la difficulté de l'item pour les élèves concernés.

Taux moyen de réussite observée : 13%

Ascension du Mont Fuji - Question 3

Lors de sa randonnée sur la voie Gotemba, Toshi portait un podomètre pour comptabiliser ses pas.

Son podomètre indique qu'il a fait 22 500 pas lors de la montée.

Estimez la longueur moyenne des pas de Toshi lors de la montée de 9 kilomètres de la voie Gotemba. Donnez votre réponse en centimètres (cm).

Réponse :... cm

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM942Q03	Quantité	Employer	Sociétal	Réponse construite (simple)

Objectif de la question selon PISA : *Diviser une longueur donnée en km par un nombre déterminé et exprimer le quotient en cm.*

Crédit complet : réponse : 40

Crédit partiel :

Les réponses avec le chiffre 4, fondées sur une conversion incorrecte en centimètres.

- 0,4 [La réponse est exprimée en mètres.]
- 4000 [Conversion incorrecte]

Taux de réussite observée : Cet item n'a été utilisé que dans les pays hors OCDE plus le Mexique et le Chili. Le taux de réussite moyen observé donne une idée de la difficulté de l'item pour les élèves concernés.

Taux moyen de réussite observée : 19%

HÉLÈNE LA CYCLISTE

Hélène vient de recevoir un nouveau vélo, avec un compteur de vitesse fixé sur le guidon.

Le compteur de vitesse indique à Hélène la distance qu'elle parcourt et sa vitesse moyenne pour le trajet.

Hélène la cycliste - question 1

Lors d'une balade, Hélène a roulé 4 km pendant les 10 premières minutes, puis 2 km pendant les 5 minutes suivantes.

Parmi les affirmations suivantes, laquelle est correcte ?

A. La vitesse moyenne d'Hélène pendant les 10 premières minutes est supérieure à celle pendant les 5 minutes suivantes.

B. La vitesse moyenne d'Hélène pendant les 10 premières minutes est la même que celle pendant les 5 minutes suivantes.

C. La vitesse moyenne d'Hélène pendant les 10 premières minutes est inférieure à celle pendant les 5 minutes suivantes.

D. Il n'est pas possible de dire quoi que ce soit sur la vitesse moyenne d'Hélène à partir des informations fournies.

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM957Q01	Variations et relations	Employer	Personnel	QCM simple

Objectif de la question selon PISA *: Comparer des vitesses moyennes en fonction des distances et de la durée du parcours.*

Crédit complet :

Réponse B. (La vitesse moyenne d'Hélène pendant les 10 premières minutes est la même que celle pendant les 5 minutes suivantes.)

Taux de réussite observée : Cet item n'a été utilisé que dans les pays hors OCDE plus le Mexique et le Chili. Le taux de réussite moyen observé donne une idée de la difficulté de l'item pour les élèves concernés.

Taux moyen de réussite observée : 52%

Hélène la cycliste - Question 2

Hélène a roulé 6 km jusque chez sa tante. Son compteur de vitesse lui indique que sa vitesse moyenne était de 18 km/h pour l'ensemble du trajet.

Parmi les affirmations suivantes, laquelle est correcte ?

A. Il a fallu 20 minutes à Hélène pour arriver chez sa tante.

B. Il a fallu 30 minutes à Hélène pour arriver chez sa tante.

C. Il a fallu 3 heures à Hélène pour arriver chez sa tante.

D. Il n'est pas possible de dire combien de temps il a fallu à Hélène pour arriver chez sa tante.

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM957Q02	Variations et relations	Employer	Personnel	QCM simple

Objectif de la question selon PISA : *Calculer la durée du parcours à partir d'une vitesse moyenne et d'une distance parcourue.*

Crédit complet :

Réponse A. (Il a fallu 20 minutes à Hélène pour arriver chez sa tante.)

Taux de réussite observée : Cet item n'a été utilisé que dans les pays hors OCDE plus le Mexique et le Chili. Le taux de réussite moyen observé donne une idée de la difficulté de l'item pour les élèves concernés.

Taux moyen de réussite observée : 38%

Hélène la cycliste - Question 3

Hélène a roulé de chez elle jusqu'à la rivière qui se trouve à 4 km. Il lui a fallu 9 minutes. Elle est rentrée chez elle en prenant un raccourci qui fait 3 km. Il ne lui a fallu que 6 minutes.

Quelle était la vitesse moyenne d'Hélène (en km/h) lors de cette balade aller et retour à la rivière ?

Vitesse moyenne lors de la balade : ......km/h

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM957Q03	Variations et relations	Employer	Personnel	Réponse construite (simple)

Objectif de l'item selon PISA *: Calculer une vitesse moyenne sur deux trajets à partir de deux distances parcourues et de la durée du parcours.*

Crédit complet : réponse : 28

Taux de réussite observée : Cet item n'a été utilisé que dans les pays hors OCDE plus le Mexique et le Chili. Le taux de réussite moyen observé donne une idée de la difficulté de l'item pour les élèves concernés.

Taux moyen de réussite observée : 06%

QUELLE VOITURE CHOISIR ?

Carla vient d'obtenir son permis de conduire et elle veut acheter sa première voiture.

Le tableau ci-dessous présente les caractéristiques de quatre voitures qu'elle a repérées chez un concessionnaire automobile de son quartier.

Modèle	Alma	Bolt	Castella	Diva
Année	2003	2000	2001	1999
Prix de vente annoncé (en zeds)	4 800	4 450	4 250	3 990
Kilométrage (en kilomètres)	105 000	115 000	128 000	109 000
Cylindrée (en litres)	1,79	1,796	1,82	1,783

Quelle voiture choisir - Question 1

Carla veut une voiture qui remplit toutes les conditions suivantes :

- Le kilométrage ne doit pas dépasser 120 000 kilomètres.
- Elle doit avoir été construite en 2000 ou l'une des années suivantes.
- Le prix de vente annoncé ne doit pas dépasser 4 500 zeds.

Quelle voiture remplit les conditions de Carla ?

A. L'Alma

B. La Bolt

C. La Castella

D. La Diva

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM985Q01	Incertitude et données	Interpréter	Personnel	QCM simple

Objectif de la question selon PISA : *Choisir la valeur qui remplit quatre conditions données dans un contexte financier.*

Crédit complet : réponse B (Bolt)

Taux de réussite observée : Cet item n'a été utilisé que dans les pays hors OCDE plus le Mexique et le Chili. Le taux de réussite moyen observé donne une idée de la difficulté de l'item pour les élèves concernés.

Taux moyen de réussite observée : 79%

Quelle voiture choisir - Question 2

Quelle voiture a la plus petite cylindrée ?

- L'Alma
- La Bolt
- La Castella
- La Diva

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM985Q02	Quantité	Employer	Personnel	QCM

Objectif de la question selon PISA : *Choisir le plus petit nombre décimal dans une série de quatre, dans un contexte donné.*

Crédit complet : réponse D (Dezal)

Taux de réussite observée : Cet item n'a été utilisé que dans les pays hors OCDE plus le Mexique et le Chili. Le taux de réussite moyen observé donne une idée de la difficulté de l'item pour les élèves concernés.

Taux moyen de réussite observée : 37%

Quelle voiture choisir - Question 3

Carla devra payer une taxe supplémentaire de 2,5 % du prix de vente annoncé de la voiture.

À combien s'élève la taxe supplémentaire pour l'Alma ?

Taxe supplémentaire en zeds : ....

Identification	Contenu	Processus	Contexte	Format
PM985Q03	Quantité	Employer	Personnel	Réponse construite (simple)

Objectif de la question selon PISA *: Calculer 2,5 % d'une valeur en milliers, dans un contexte financier.*

Crédit complet : réponse : 120

Taux de réussite observée : Cet item n'a été utilisé que dans les pays hors OCDE plus le Mexique et le Chili. Le taux de réussite moyen observé donne une idée de la difficulté de l'item pour les élèves concernés.

Taux moyen de réussite observée : 24%

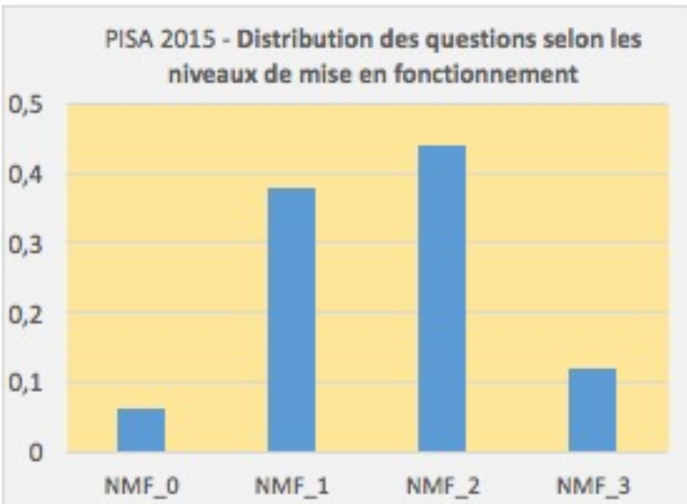
8.3.2 Analyse globale de l’enquête PISA 2015

Les questions libérées présentées dans cette étude donnent une bonne idée du type de questionnement utilisé et de la place qu’y prennent les contenus mathématiques et les processus de résolution.

Le tableau ci-dessous rassemble les résultats de l’analyse que nous avons faite à partir de l’enquête PISA 2012. Rappelons que PISA 2015 n’a posé qu’environ 80% des mêmes questions en conservant l’équilibre de l’enquête.

			Niveau de complexité					Niveau de Mise en Fonctionnement des Connaissances			
PISA2015	Nombre de questions		A	B	C	D	E	NMF_0	NMF_1	NMF_2	NMF_3
Total	85		4	28	44	8	0	5	32	37	10
Pourcentage		100%	5%	33%	52%	9%	0%	6%	38%	44%	12%
Formuler	28	33%	1	8	14	4	0	1	5	13	8
Employer	36	42%	2	5	27	2	0	0	17	17	2
Interpréter	21	25%	1	15	3	2	0	4	10	7	0
Quantité	21	25%	0	2	16	3	0	0	7	13	1
Variations et relations	21	25%	1	6	13	1	0	1	7	12	1
Espace et forme	21	25%	0	9	8	4	0	0	8	7	6
Incertitude et données	21	25%	1	15	3	2	0	4	10	7	0

Les deux méthodes de classement donnent à peu près les mêmes résultats. On pourra aussi consulter Roditi & Salles (2015) qui ont fait une étude indépendante de la nôtre et qui trouvent des résultats très voisins.

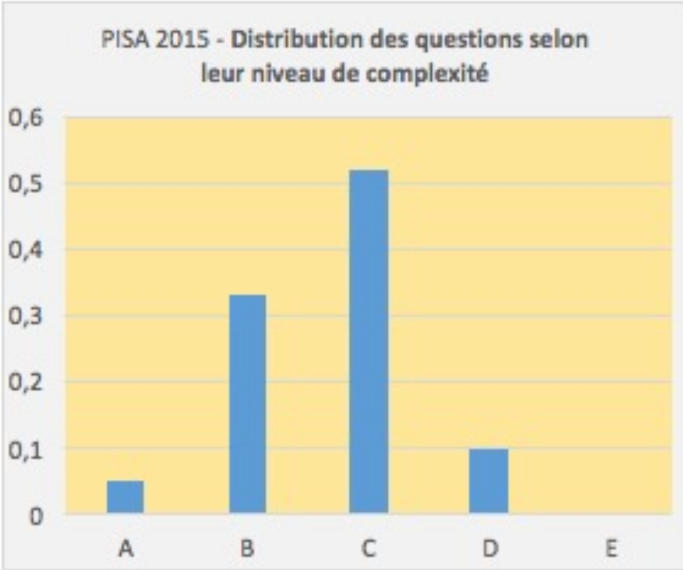


Il se confirme qu’il y a très peu de questions qui portent directement sur l’objet mathématique (environ 5%). Les autres demandent au moins de transformer l’énoncé pour permettre la mise en œuvre de compétences et de connaissances mathématiques (Formuler). Dans près de la moitié des cas, c’est le processus « Employer » qui sollicie l’essentiel de l’activité de l’élève. L’importance de ce processus dans PISA 2012 réponds aux critiques émises lors des enquêtes précédentes sur la place congrue laissée aux connaissances mathématiques.

En observant la complexité des questions, on constate que plus de la moitié d'entre-elles sont dans la catégorie « appliquer ».

Dans une études portant sur un échantillon représentatif des questions de PISA 2003 (44 questions), nous avions obtenu pour la complexité les résultats suivants (Bodin 2006a, Bodin 2007) :

Niveau A	**Niveau B**	**Niveau C**	**Niveau D**	**Niveau E**
12%	36%	**26%**	24%	2%



Cela confirme bien que de 2003 à 2012, l'accent s'est nettement déplacé sur la catégorie « application » que l'on peut évidemment rapprocher du processus « employer ».

L'objet de notre étude n'est pas d'analyser les résultats des enquêtes PISA (il faudrait une autre étude tellement le champ est vaste).
Donnons cependant ce tableau qui illustre le fait que, dans la plupart des pays, les élèves sont plus à l'aise dans une question demandant surtout (en général implicitement), d'utiliser leurs connaissances que dans celles mettant davantage en jeu le processus « Formuler » qui concerne en fait l'entrée dans la résolution d'un problème. Ils sont encore plus à l'aise lorsqu'il s'agit surtout de donner du sens à une situation ou d'interpréter un résultat.

PISA2015	Nombre de questions	Pourcentage	Moyenne internationale pays	Moyenne internationale élèves	France	Finlande	Japon
Total	85	100%	47,45	46,09	48,00	52,53	56,17
Formuler	27	32%	34,43	33,16	32,59	39,01	45,71
Employer	36	42%	49,49	48,03	50,54	53,88	57,62
Interpréter	21	25%	60,70	59,40	63,46	67,59	67,11
Quantité	21	25%	58,84	56,47	59,26	65,91	63,79
Variations et relations	21	25%	40,97	40,42	42,17	45,66	51,32
Espace et forme	21	25%	37,56	36,06	37,55	40,79	51,04
Incertitude et données	21	25%	52,44	51,42	53,02	57,76	58,52

Nos reviendrons sur les statistiques présentées dans ce tableau au paragraphe 10.3 (observations d'ordre statistiques).

8.3.3 Analyse de l'enquête TIMSSADV 2015

Nous avons aussi pu travailler sur l'ensemble des questions de TIMSSADV 2015 et en particulier comparer leur contenu avec celles de TIMSSADV 1995.

Ces questions portent résolument sur des connaissances et des savoir-faire mathématiques et les habillages y sont réduits au minimum.

8.3.4 Présentation et analyse de questions de TIMSSADV

Comme nous l'avons fait pour TIMSS-4, nous avons pensé qu'il était intéressant de présenter quelques questions d'une enquête passée, questions que nous avons eu le temps d'étudier et pour lesquelles nous avions les résultats. Nous présentons aussi quelques unes des questions de 2015.

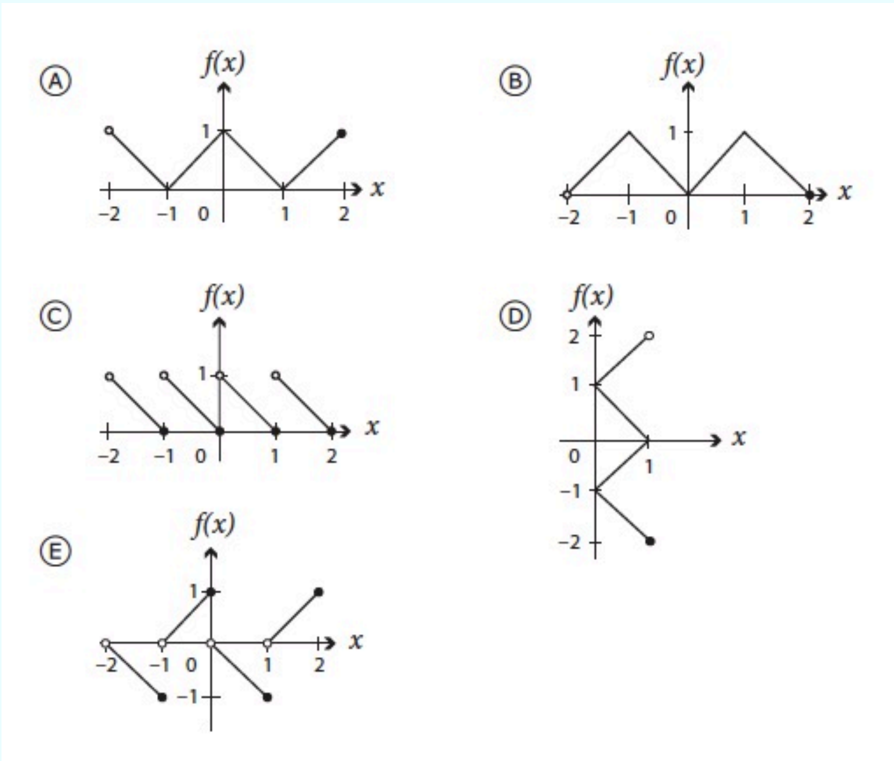
TIMSSADV2008 – fonction continue par morceaux

Une fonction f est définie par :

$$\begin{array}{lll} f(x) = -x-1 & \text{si} & -2 < x \leq -1 \\ f(x) = x+1 & \text{si} & -1 < x \leq 0 \\ f(x) = -x+1 & \text{si} & 0 < x \leq 1 \\ f(x) = x-1 & \text{si} & 1 < x \leq 2 \end{array}$$

Quel est, parmi les représentations graphiques ci-dessous, la représentation graphique de f ?

Entourez votre réponse



Identification	Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Sous-domaine cognitif	Format
MA13002	Algèbre	Représentation de fonctions	Raisonner	Analyser	QCM

Quelques taux de réussite observés

Cette question ayant été reprise de TIMSS 1995, nous donnons ci-dessous des résultats de 2008 et de 1995.

	France	Italie	Pays-Bas	Suède	Russie
TIMSSADV 2008	Non passé	51%	87%	41%	75%
TIMSSADV 1995	**84%**	63%	Non passé	67%	80%

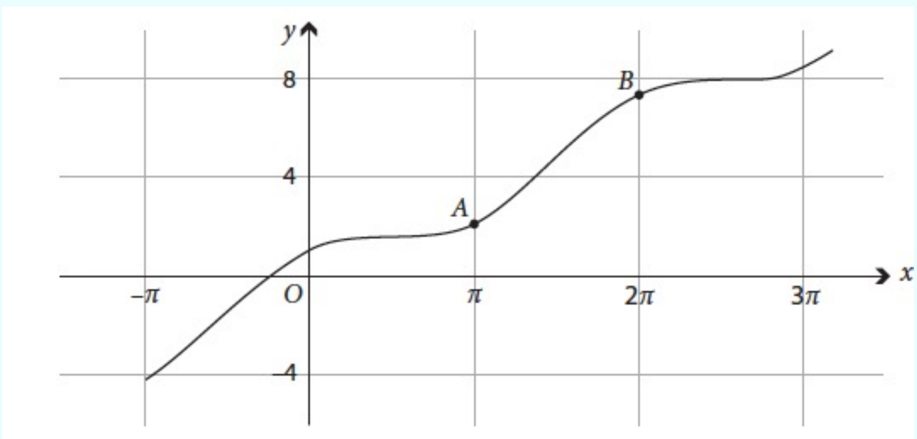
D'une façon générale, l'interprétation des résultats de TIMSSADV est délicate. Les pays décident en effet de qui est en fin d'études secondaire à orientation scientifique. Ainsi en 1995, l'échantillon d'élèves testés en Fédération de Russie représentait 2% des élèves en fin d'études secondaire, alors qu'en France il en représentait 20%. Par ailleurs, la moyenne d'âges des élèves testés en Russie était de 16,9 ans alors qu'elle était de 18,2 ans en France.

La question est typique des questions de TIMSS et très conforme à ce qui est courant dans les classes et dans les examens de nombreux pays. En 1995, elle n'était pas de nature à gêner les élèves Français de terminale scientifique.

La solution est immédiate : les distracteurs ne sont pas judicieusement choisis et il suffit en effet de vérifier que la courbe A vérifie les quatre conditions. Cela ne demande qu'une adaptation de connaissances *a priori* disponibles.

Cela nous amène à placer cette question au niveau de complexité B5 et au niveau 2 en ce qui concerne la mise en fonctionnement des connaissances.

TIMSSADV2008 – Pente et dérivée



Sophie étudie la représentation graphique de la fonction f telle que $f(\mathrm{x}) = x + \cos x$ tracée ci-dessus.

Elle dit que la pente de la tangente au point A est la même que la pente de la tangente au point B.

Expliquer pourquoi elle a raison.

……………………………………………………………………………………………………….
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………

Identification	Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Sous-domaine cognitif	Format
MA23198	Analyse	Application des dérivées	Raisonner	Justifier	QCM

Consignes de codage

Réponse correcte :

- Explication impliquant la dérivation et montrant que la dérivée de *f* est la même pour $x = \pi$ et pour $x = 2\pi$, ou utiliser les propriétés de la fonction cosinus pour établir directement que la la valeur de la dérivée pour $x = \pi$ est la même que pour $x = 2\pi$.
- Ou utilisation d'une calculatrice avec des explications adéquates.

Réponse incorrecte :

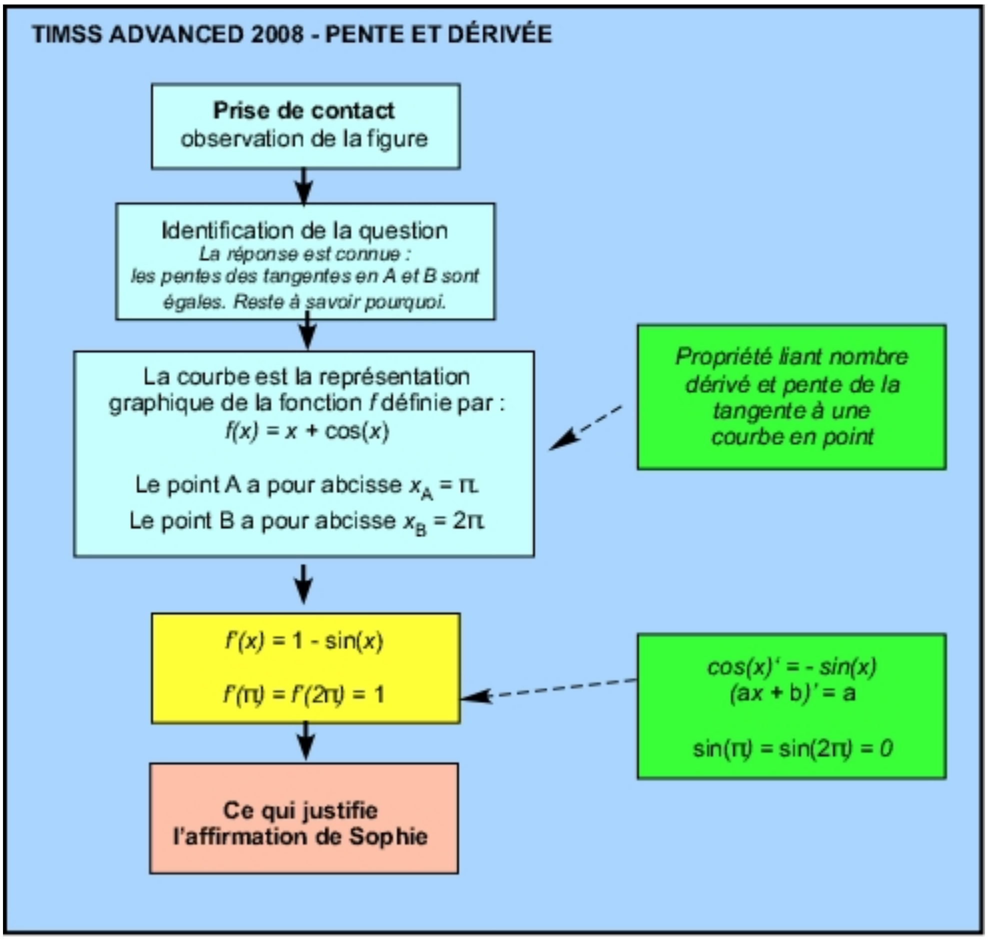
- Utilisation de la calculatrice avec réponse incorrecte ou explication inadéquate.
- Dérivation correcte, mais n'explique pas correctement pourquoi les pentes sont égales.

Quelques taux de réussite observés

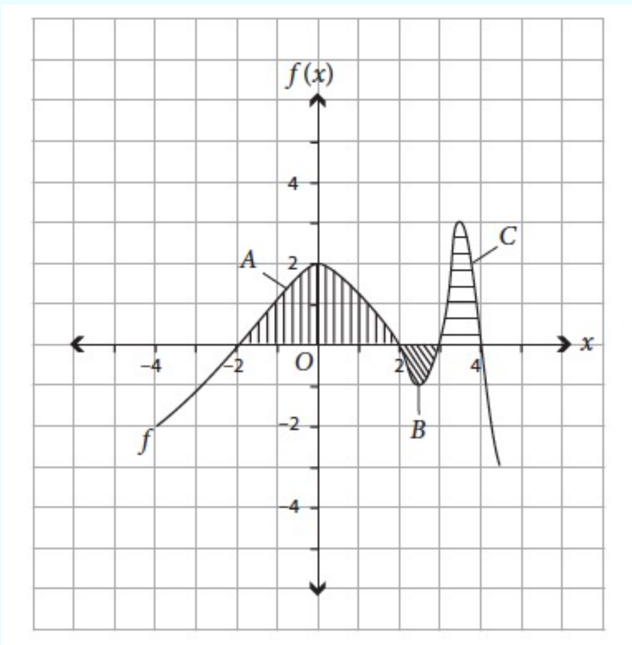
Italie	Pays-Bas	Suède	Russie
19%	53%	22%	39%

Là encore, malgré un habillage astucieux la question est ancrée dans le monde mathématique. Sa résolution demande des connaissances (en vert dans l'organigramme). Mais là, les connaissances ne suffisent pas ; il faut bien analyser la demande et voir comment ces connaissances peuvent être utilisées pour justifier un argument.

Il faut faire intervenir un intermédiaire non annoncé dans l'énoncé, ce qui correspond au niveau 3 en matière de mise en fonctionnement des connaissances, tandis que le niveau de complexité moyennement élevé de cette question nous fait classer cette question au niveau D1.



TIMSSADV2008- Aire



Pour les aires entre le graphe de $f(x)$ et l'axe des x,

L'aire A est 4,8 unités ; l'aire de B est de 0,8 unités et l'aire de C est de 2 unités.

Quelle est la valeur de $\int_{-2}^{4} f(x)\mathrm{d}x$?

Ⓐ 5,6

Ⓑ 6,0

Ⓒ 6,8

Ⓓ 7,6

Identification	Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Sous-domaine cognitif	Format
MA23050	Analyse	Intégration	Connaître	Extraire	QCM

Quelques taux de réussite observés

	Identification	Italie	Pays-Bas	Suède	Russie
TIMSS2008	MA23050	26%	36%	26%	41%

Un classique des études internationales depuis au moins 40 ans.

L'élève doit connaître et savoir utiliser les propriétés suivantes de l'intégrale :

1. L'intégrale est une fonction additive : étant donné une fonction *f* continue sur un intervalle]a ; c[de ℝ, si b $\in]a\,;c[$, $\int_{a}^{c} f(x)\mathrm{d}x = \int_{a}^{b} f(x)\mathrm{d}x + \int_{b}^{c} f(x)\mathrm{d}x$.
2. L'intégrale d'une fonction continue positive sur un intervalle]a ; b[de ℝ, a < b, est égale à l'aire de la surface comprise entre la courbe, l'axe des *x* et les droites d'équations *x* = a et *x* = b.
3. L'intégrale d'une fonction continue négative sur un intervalle]a ; b[de ℝ, a < b, est un nombre négatif égal à l'opposé de l'aire de la surface comprise entre la courbe, l'axe des *x* et les droites d'équations *x* = a et *x* = b.

Certes, les élèves habitués à ce genre de question voient tout de suite que la valeur cherchée est A-B + C sans avoir à formuler ces trois propriétés et, souvent, sans être capables de les formuler. Il s'agit donc d'appliquer une technique apprise.

La réponse D qui correspond à A+ B +C, et donc à l'oubli de la propriété 3 est la réponse la plus fréquente, plus fréquente même que la bonne réponse.

Nous avons placé cette question au niveau de complexité C2 (application dans des situations familières moyennement complexes) et au niveau 2 en ce qui concerne la mise en fonctionnement des connaissances (adaptation).

Notons qu'un exercice semblable posé par TIMSSADV en 1995 avait obtenu 39% de bonnes réponses en France ; ce qui était l'un des meilleurs résultats de l'enquête.

TIMSSADV2015 – Signe fonction rationnelle …

La fonction *f*, définie par : $f(x)=\dfrac{(x-1)(3x+1)}{(2x-1)(x-2)}$,

est négative pour tout x tel que :

Ⓐ $-\frac{1}{3}<x<3$

Ⓑ $\frac{1}{2}<x<2$

Ⓒ $1<x<3$

Ⓓ $\frac{1}{2}<x<2$ or $2<x<3$

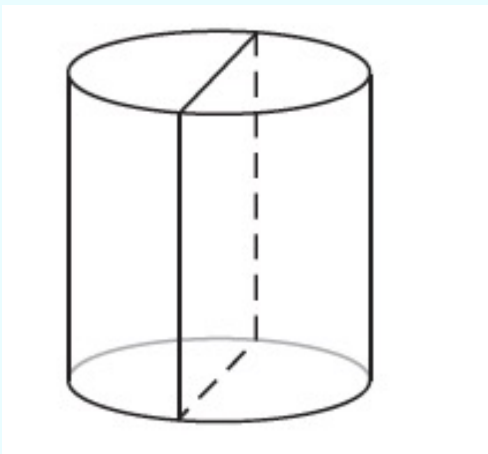
Ⓔ $-\frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}$ or $1<x<2$

Identification	Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Sous-domaine cognitif	Format
MA13013	Algèbre	Fonctions	Appliquer	Mettre en oeuvre	QCM

Question classique de niveau seconde que nous classons au niveau C1 pour la complexité et au niveau 1 en ce qui concerne la mise en fonctionnement des connaissances.

TIMSSADV2015 – Cylindre et extremum …

L'intersection d'un cylindre et d'un plan contenant son axe est un rectangle de 6 m de périmètre. Le rayon du cylindre vérifiant cette condition et ayant le volume maximal est :



Ⓐ 2,5 m

Ⓑ 2 m

Ⓒ 1 m

Ⓓ 0,5 m

Identification	Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Sous-domaine cognitif	Format
MA13016	Analyse	Dérivées	Raisonner	Intégrer/Synthétiser	QCM

Cette question est un problème d'optimisation qui demande aux élèves à la fois des connaissances mathématiques de nature diverse, des initiatives fondées sur la disponibilité de ces connaissances pour arriver à la réponse en plusieurs étapes. Cette combinaison de connaissances et d'étapes intermédiaires rendent cette question difficile. Nous la classons C3 pour la complexité cognitive et au niveau 3 en ce qui concerne la mise en fonctionnement des connaissances.

Cette question a été utilisée par TIMSSADV 1995 avec les résultats suivants :

	Identification	France	Allemagne	Suède	Russie
TIMSSADV 1995	MA13016	31%	34%	42%	48%

8.3.5 Analyse globale de l'enquête TIMSSADV_2015

Comme nous l'avons fait pour PISA et pour TIMSS_4, nous avons pu étudier l'ensemble des questions de TIMSSADV. Le tableau ci-dessous rassemble les classements que nous avons fait.

TIMSS2015	Nombre de questions		Niveau de complexite: A	B	C	D	E	Niveau de mise en fonctionnement des connaissances: NMF_0	NMF_1	NMF_2	NMF_3
Total	99		3	9	66	20	1	9	36	33	19
Pourcntage	100%		3%	9%	67%	20%	1%	9%	36%	33%	19%
Connaître	7	7%	2	4	1	0	0	5	1	1	0
Appliquer	57	58%	0	0	53	4	0	1	31	20	4
Raisonner	35	35%	1	5	12	16	1	3	4	12	15
Algèbre	36	36%	0	5	25	5	1	2	17	12	5
Géométrie	31	31%	2	2	21	6	0	3	11	9	7
Analyse	33	33%	1	2	20	9	0	4	8	12	7

On le voit, il y a très peu de questions qui portent sur l'objet (connaître). Près de 60% portent sur l'outil. Il faut ici rapprocher le processus appliquer du processus employer de PISA, mais ici, comme on aura pu le constater en observant quelques questions, le choix de cette catégorie ne souffre en général pas de discussion.

Près de 90% des questions portent sur les niveaux C ou D de complexité tandis que près d'un cinquième est au niveau 3 de la mise en fonctionnement des connaissances. Cette enquête concernant les futurs scientifiques et cherchant à refléter les pratiques en cours, il n'y a rien là qui puisse étonner.

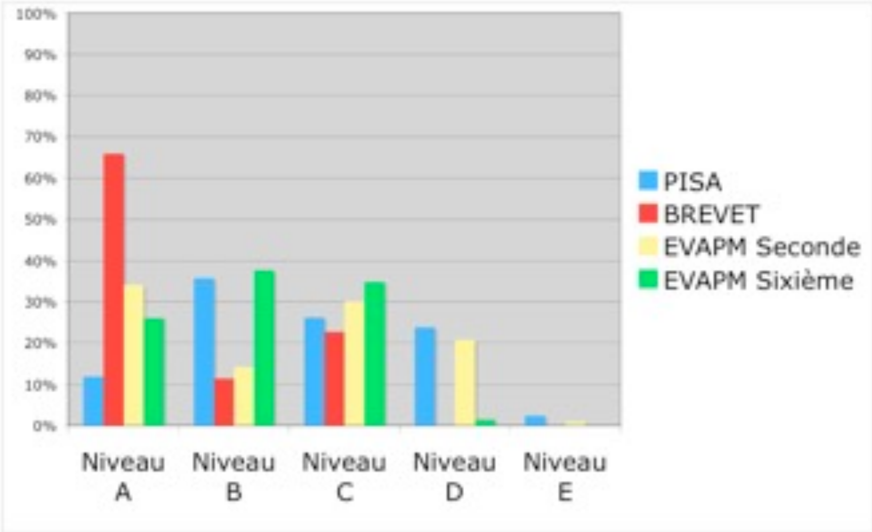
L'équilibre entre les domaines de contenus est à peu près respecté. Nous avons déjà vu que les questions des catégories algèbre et géométrie portaient souvent sur des contenus qui, dans la plupart des pays, sont enseignés avant la classe terminale de l'enseignement secondaire.

8.3.6 Comparaisons - évolutions

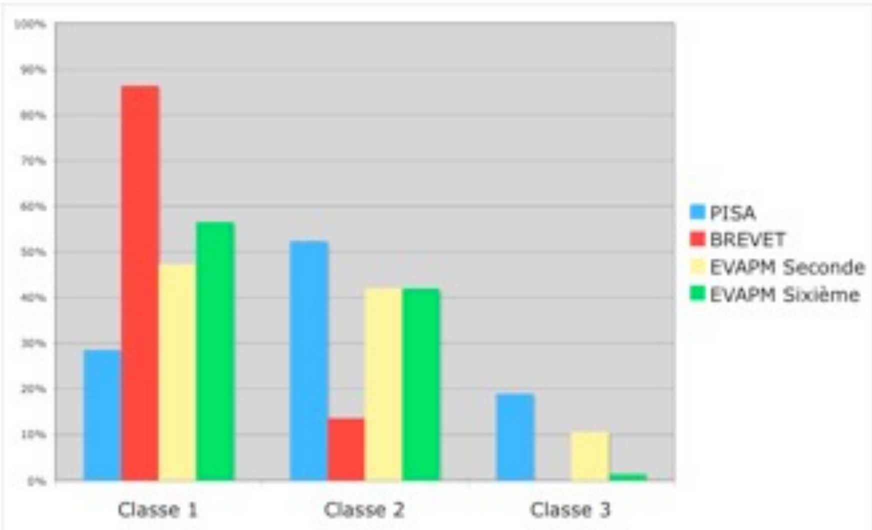
Une étude faite sur les données de de 2003 avait comparé les questions de PISA avec celles d'une épreuve de Brevet des collèges et avait mis les contenus sollicités par l'enquête avec les points de programme des classes de collège (Bodin 2006a, Bodin 2007).

Nous avions aussi comparé avec les questions des enquêtes d'EVAPM (cf. références). Les distributions que nous avions obtenus en matière de complexité des questions étaient rassemblé dans le diagramme reproduit ci-dessous.

Nous avions remarqué la grande différence existante entre les niveaux de complexité des questions de PISA 2003, celles de l'examen du brevet et celles des enquêtes EVAPM. Nous reviendrons sur ce point. Retenons surtout l'équilibre constaté entre les niveaux de complexité A, B, C et D.

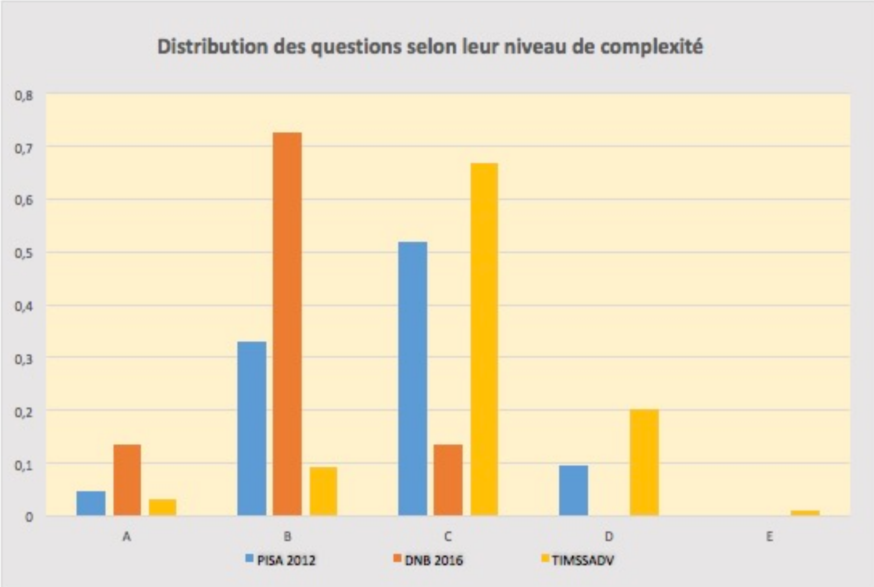


Dans la même étude, nous avions comparé de la même façon les questions de PISA 2003, celles de l'examen du brevet et celles des enquêtes EVAPM en ce qui concerne les classes de compétence (cf. 4.3.1) dont nous avons déjà signalé qu'elles pouvaient être rapprochées des niveaux 1, 2 et 3 de mise en fonctionnement des connaissances. Le diagramme obtenu, reproduit ci-dessous montre en vert, la distribution de ces niveaux



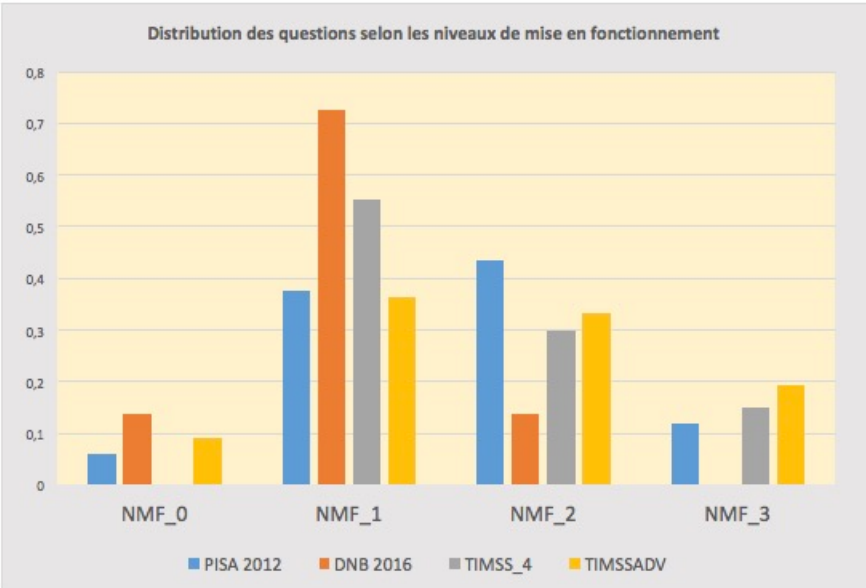
Avec PISA 2012, en comparant cette fois avec TIMSS_4 2015, TIMSSADV 2015 et avec l'épreuve 2016 du diplôme national du brevet (épreuve passée en métropole), nous avons obtenu les distributions ci-dessous.

On retrouve le fait que, par rapport à 2003, la complexité s'est déplacée vers les niveaux C et D (couleur bleue), pour PISA, mais aussi pour l'épreuve du brevet (couleur orange).



On voit cela de façon semblable pour ce qui concerne les niveaux de mise en fonctionnement des connaissances. En fait, les deux méthodes de d'analyse se distinguent au niveau des questions, mais donnent des résultats très voisins au niveau global.

Dans ce dernier diagramme, nous avons ajouté les données de TIMSS_4 (couleur grise). On voit que la distribution des questions correspondante est très différente de celles de TIMSSADV.



9 Étude du rapport de ces enquêtes avec le curriculum français

À plusieurs reprise, cette étude a mis en évidence un certain éloignement des questions des enquêtes PISA et TIMSS avec les curriculums et des pratiques en usage en France.

Notre étude sur les données de PISA 2003 avait mise en évidence que les contenus strictement mathématiques concernés représentaient environ 15% des éléments de programmes des classes de collège (sixième à troisième inclus). Pour éviter toute mauvaise interprétation, insistons sur le fait que ces 15% représentent des points essentiels pour le citoyen. Il n'est donc pas question de les minimiser. Nous verrons même que si la réussite aux questions de PISA n'est pas une condition suffisante pour une maîtrise des niveaux supérieurs des compétences et des connaissances mathématiques, elle semble bien en être une condition nécessaire.

9.1 Rapport avec les programmes de 2015

Il n'est pas toujours évident d'associer des questions à des items de programmes.

Cela ne peut donner qu'un indicateur du recouvrement du programme par l'évaluation et ne prend pas en compte les pratiques d'enseignement.

Nous avons pu montrer pour TIMSS-4 (CM1) que, dans cas français, un nombre important de questions se situaient en dehors des programmes de l'école ; certains exercices ressemblant davantage à des exercices « pour chercher » qu'à des situations d'évaluation. Il serait alors pertinent de prendre en compte dans le codage de la réponse, la démarche ou le raisonnement mis en œuvre pour trouver la solution, mais ce n'est pas souvent le cas (PISA accorde parfois des crédits partiels pour la démarche mise en œuvre même si celle-ci n'aboutit pas à la bonne réponse).

Si nous avons pointé le fait que certaines questions étaient hors programme, inversement, d'autres connaissances ne sont pas évaluées alors qu'elles occupent une place importante dans les programmes de l'école : par exemple, aucune construction géométrique (figures élémentaires ou à partir d'un programme de tracé) n'est demandée aux élèves.

Les constats que nous effectuons ici ne remettent pas en cause la validité de l'évaluation, mais ils constituent un indicateur sur le contenu de cette dernière et permettent d'éclairer les résultats obtenus ; d'autres indicateurs peuvent être pris en compte pour analyser le contenu, en particulier les manuels (comme nous l'avons illustré ponctuellement pour TIMSS CM1), les sujets d'examens (avec le DNB pour PISA ou le baccalauréat pour TIMSSADV) que nous présentons ensuite, ou encore les pratiques enseignantes en général.

Si nous avons étudié le contenu de l'évaluation au filtre des programmes, il est aussi opportun de souligner que l'évolution du contenu des programmes peut aussi être mis en lien avec celui des évaluations internationales. Ainsi, on peut supposer que les probabilités ont intégré les programmes de collège de 2008 à la suite de leur présence dans l'évaluation PISA de 2009, même si ce n'est pas l'unique raison de cette évolution.

Pour TIMSSADV, nous avons rapporté les questions au programme de terminale S, mais aussi à ceux de première S et de seconde. Les résultats sont regroupés dans le tableau ci-dessous. On voit que moins de la moitié des questions portent sur le programme de terminale S ; essentiellement des questions d'analyse.Les autres portent sur les programmes de secnde et de première, ce qui, bien sûr, ne signifie pas qu'ils ne soient pas entraînés en classe de terminale.

Adéquation entre les questions TIMSSADV et les programmes français				Terminale S	Première S	Seconde
	100			42	25	33
		100%		42%	25%	33%
Algèbre	36	36%		17	8	11
Analyse	33	33%		25	7	1
Géométrie	31	31%		0	10	21
Connaître	7	7%		4	2	1
Appliquer	57	57%		23	11	23
Raisonner	36	36%		15	12	9

Des questions sont manifestement hors programmes. On en dénombre 7 qui font en particulier intervenir la dérivée seconde d'une fonction, les limites à droite et à gauche d'une fonction discontinue en un point, les points d'inflexion d'une courbe représentative, la loi des sinus…

Le tableau complet de l'analyse qui associe chaque question de TIMSSADV à un point du programme de Terminale S peut être consulté dans la seconde partie des annexes de cette étude (§ 17.1.5). Le tableau ci-dessous en donne un résumé.

Classement des questions du baccalauréat
selon les niveaux de complexité et de mise en fonctionnement

	Nbre			A	B	C	D	E		NMF_0	NMF_1	NMF_2	NMF_3
Nbre	28			0	4	21	3	0		1	19	5	3
		100%		0%	14%	**75%**	11%	0%		4%	**68%**	18%	11%
Connaître	1	4%		0	1	0	0	0		1	0	0	0
Appliquer	24	86%		0	0	21	3	0		0	19	2	3
Interpréter	3	11%		0	3	0	0	0		0	0	3	0
Algèbre	0	0%		0	0	0	0	0		0	0	0	0
Analyse	13	46%		0	3	10	0	0		1	10	2	0
Géométrie	8	29%		0	0	6	2	0		0	4	2	2
Probabilités	5	18%		0	0	5	0	0		0	5	0	0
Algorithmique	2	7%		0	1	0	1	0		0	0	1	1

En comparant avec l'analyse globale de l'enquête TIMSSADV 2015 présentée en 8.3 .5, on constate que l'épreuve du baccalauréat accorde une plus grande place au niveau de complexité C (Application) et au niveau 1 de la mise en fonctionnement des connaissances. Par ailleurs, près de

90% des questions du baccalauréat concernent surtout le processus « appliquer » contre moins de 60% pour celles de TIMSSADV.

Mais c'est surtout en termes de contenus que les deux évaluations se distinguent fortement.

Nous avons découpé le programme de Terminale 3 en restant aussi proche que possible du découpage du programme officiel ; ce qui a donné 75 points de programmes (items), ou 62 points si l'on enlève les probabilités, lesquelles ne sont pas évaluées par TIMSS.

Sur les 75 items du programme :

- 16 items sont évalués par TIMSSADV, soit 21%.
- 26 items sont évalués par l'épreuve du baccalauréat, soit 35%.
- 3 sont évalués à la fois par TIMSS et par l'épreuve, soit 4%

D'autre part, 7 questions de TIMSS dont hors programme français, soit 7% des questions de TIMSS.

Il est clair que l'interprétation des résultats de l'enquête va être difficile. À l'évidence, les élèves de TS n'ont pas été évalués sur ce qu'ils ont appris et été entraînés à utiliser en classe de terminale. Cette conclusion s'étend d'ailleurs à ce qu'ils ont pu apprendre et acquérir au cours de leur scolarité secondaire.

Toutefois, les connaissances et les savoir-faire évalués par TIMSSADV sont un peu partout considérées comme constituant une base essentielle dans la formation des scientifiques ; un peu sans doute comme ce que l'on peut dire des compétences de PISA pour la formation pour tous. Cette enquête devrait surtout donner matière à réfléchir sur une certaine originalité de nos curriculums et de nos pratiques et sur la pertinence de cette originalité.

9.2 Influence de PISA sur l'évolution des programmes de mathématiques

Texte rédigé par Nadine à partir d'échanges avec Xavier Buff, membre du Conseil Supérieur des Programmes et coordinateur de la conception des programmes de mathématiques.

Au-delà de l'évolution du contenu des programmes telle que nous avons pu l'observer, nous avons souhaité nous entretenir avec Xavier Buff, membre du Conseil Supérieur des Programmes et coordinateur de la conception des programmes de mathématiques, au sujet de l'éventuelle influence qu'auraient pu avoir les enquêtes PISA sur la rédaction des programmes de l'école et du collège de 2015.

Les résultats de PISA 2012 avaient montré que la France constituait le pays le plus inégalitaire de l'OCDE puisque la performance est la plus corrélée avec le niveau socio-économique (Note d'information 13-31, 2013) ; par exemple, le risque de ne pas atteindre le seuil de compétence en résolution de problèmes est en moyenne deux fois plus élevé environ chez les élèves défavorisés que chez les élèves plus favorisés. Suite à ces observations sur les inégalités d'accès à une éducation de qualité et dans un souci d'équité, le CSP a mis en avant dans le préambule de la charte des programmes le fait que : « les savoirs enseignés à l'école :
(...) doivent relever du caractère inclusif de l'École et bénéficier à la totalité des élèves ; ces

savoirs ne sauraient être définis d'une façon telle que leur enseignement nécessiterait en permanence pour tel ou tel élève des aides ou compensations extérieures à la classe (…) ".

Émanent aussi de l'approche utilisée dans les enquêtes PISA, des orientations générales telles que : une approche non « cumulative » des programmes, la compréhension de l'écrit comme un enjeu majeur pour toutes les disciplines et le renforcement des liens entre les mathématiques et les autres disciplines.

Par ailleurs, le cadre de l'enquête PISA a été utilisé, en complément d'autres éléments, lors de l'écriture de la partie relative aux compétences mathématiques pour identifier celles qui aideront les jeunes "à prendre des décisions, à résoudre des problèmes ou à faire face à des événements imprévus". L'importance de la résolution de problèmes telles qu'elle apparaît dans PISA transparait aussi dans les programmes que ce soit à partir de problèmes élémentaires puis intermédiaires et enfin avec des situations dont la résolution demande de prendre des initiatives. Comme les résultats à PISA ont montré chez les élèves, et en particulier chez les élèves français, d'importantes difficultés à penser les mathématiques comme *modélisation*, les concepteurs des programmes ont mis l'accent sur cette compétence qu'ils considèrent comme essentielle, depuis le cycle 2.

Le lecteur aura encore un témoignage de l'influence de PISA sur le curriculum français en comparant les compétences de PISA 2003 (§ 4.2) et les compétences majeures du nouveau socle commun de connaissances de compétences et de culture (annexes § 16.4).

9.3 Avec les examens

Pour la session 2013 du diplôme national du brevet (DNB), le bulletin officiel n°13 du 29 mars 2012 précise que « le sujet doit permettre d'apprécier la capacité du candidat à mobiliser ses connaissances et à mettre en œuvre une démarche scientifique pour résoudre des problèmes simples. » ; les compétences relatives à la résolution de problèmes doivent ainsi être évaluées. Par ailleurs, chaque sujet devra comporter au moins un exercice ayant « pour objet une tâche non guidée, exigeant une prise d'initiative de la part du candidat. ». De plus, certaines questions peuvent prendre la forme de QCM ou les exercices être contextulisés dans des situations issues de la vie courante ou d'autres disciplines. Ainsi, à partir de 2013, sont apparus dans les sujets du DNB des exercices ressemblant à ceux de PISA tant par le format de question, avec l'apparition de QCM, que par des tâches plus complexes, permettant une évaluation des compétences définies dans le socle.

Les diagrammes placés en 8.3.5 mettent permettent de comparer l'évolution des niveaux de complexité des questions et de mise en fonctionnement des connaissances constaté entre les questions du DNB entre 2003 et 2016. On constate un déplacement edes niveaux A et C vers le niveau B (compréhension sans application).

Sur les 27 questions de l'épreuve, on en dénombre 11 qui auraient pu être utilisée par PISA et quelques autres qui ne demanderaient qu'une adaptation mineure. Il n'y en avait aucune en 2006. L'influence de PISA est manifeste.

L'analyse complète de cette épreuve peut être consultée en annexe 17.2.

10 Réflexions sur la validité et sur l'utilité de ces enquêtes

10.1 Validité et fidélité des enquêtes

Nous avons dit vouloir étudier la validité des évaluations en question. En fait la validité se présente à la fois sur le registre de la pertinence et sur ceux de la validité interne, de la validité épistémologique et de la validité didactique.

Nous n'abordons pas la question de la pertinence. Cette question est de nature politique et philosophique et a suscité partout dans le monde de très nombreuses réactions et écrits (Hopmann 2007,.

Sauf dans nos analyses des questions de littératie mathématique où nous abordons implicitement les questions de validité épistémologiques et didactiques, nous avons laissé ces questions de côté. Elles demanderaient une étude complète et contradictoire. Par contre, la partie de cette étude consacrée à la littératie scientifique de cette étude développe cette question et pour une part il semble bien que ls conclusions concernant les questions mathématiques ne seraient pas très différentes . C'est en tous cas ce qui se passe avec de nombreux travaux publiés dans d'autres pays (Hopmann & *al*. 2007 ; Sjøberg 2007).

Reste la question de la validité interne. Elle concerne l'adéquation entre le projet, tel qu'il est présenté dans les cadres de référence et l'évaluation telle qu'elle est faite par les tests (nous laissons aussi de côté la question des questionnaires contextuels).

Concernant PISA, il est clair que le questionnement cognitif ne traduit qu'incomplètement les ambitions du cadre de référence. Les questions ne mettent en général en jeu qu'une partie du cycle de modélisation et leur caractère concret vire souvent au faux concret. Cela est reconnu par PISA qui estime rester au plus près de ce qu'il est possible de faire.

Dans les analyses que nous avons proposées plus haut, nous avons pointé des problèmes dans certaines questions. Ces problèmes rendent douteuse la validité de ces questions (permettent-t-elles bien de mesurer ce qu'elles sont censées mesurer ?). Cela ne signifie pas pour autant que ces questions soient sans intérêt. Elles peuvent très bien mesurer autre chose. De plus en parcourant les questions présentées au chapitre 15, on trouvera des questions qui nous semblent à la fois intéressants et valides (i.e. Cargo à voile, Garage, etc.).

Pour TIMSS, le cadre de référence est plus simple que pour PISA. On peut bien sûr contester la pertinence du cadre mais la validité interne ne semble pas poser de problème.

La fidélité concerne la confiance que l'on peut avoir dans la stabilité des résultats lors d'une éventuelle répétition de l'enquête. L'effort porté par PISA sur la qualité édumétrique de ses enquêtes (au détriment parfois de la validité) ainsi que nos propres observations nous conduit à penser que les enquêtes PISA comme celles de TIMSS ont un niveau de fidélité élevé (cela a cependant été en partie contredit par ceraines recherches (Hopmann & *al*. 2007).

10.2 Lecture des résultats et des échelles utilisées

Cette partie est reprise de Bodin 2008b et légèrement adaptée.

Le lecteur trouvera des développements techniques de ces questions dans un autre chapitre.

On ne peut rien comprendre à PISA si l'on a pas une idée de la façon dont les données sont traitées et dont les scores sont calculés. En fait, une machinerie complexe est utilisée dont il n'est possible de donner ici qu'un léger aperçu.

Dans un premier temps, on connaît, par pays, les réussites-échecs de chaque élève à chacune des questions auxquels il a été soumis. Cela permet de déterminer, toujours par pays, les taux de réussite à chacune des questions de l'étude. Par exemple la question « menuisier » de 2003 est réussie en France par 18,5% des élèves l'ayant passée, alors qu'en Finlande elle est réussie par 22,5% des élèves.

On pourrait s'arrêter là en ce qui concerne les scores, mais, compte tenu de la façon dont les résultats sont diffusés et utilisés (en particulier pour définir des niveaux de compétence), il importe de connaître la façon dont les « *scores* » globaux sont calculés. En effet, que signifie la phrase suivante : *« En mathématiques, en 2003 ; le score de la France était 511, tandis que le score de la Finlande était de 544, soit un écart de 32 points…. »*. Ce type d'énoncé apparaît souvent, aussi bien dans les rapports et commentaires officiels que dans la presse. Le tableau suivant rassemble ces « *scores* » pour les enquêtesde PISA 2000, 2003, 2006 et 2012.

PISA : les « *scores* » en mathématiques

	Maths 2000	Maths 2003	Maths 2006	Maths 2012
FRANCE	517	511	496	495
FINLANDE	536	544	548	519
ALLEMAGNE	490	503	504	514

La comparaison avec la Finlande s'impose dans la mesure où ce pays est souvent cité comme exemple à suivre. Nous avons simplement ajouté l'Allemagne pour nous sentir moins seuls.

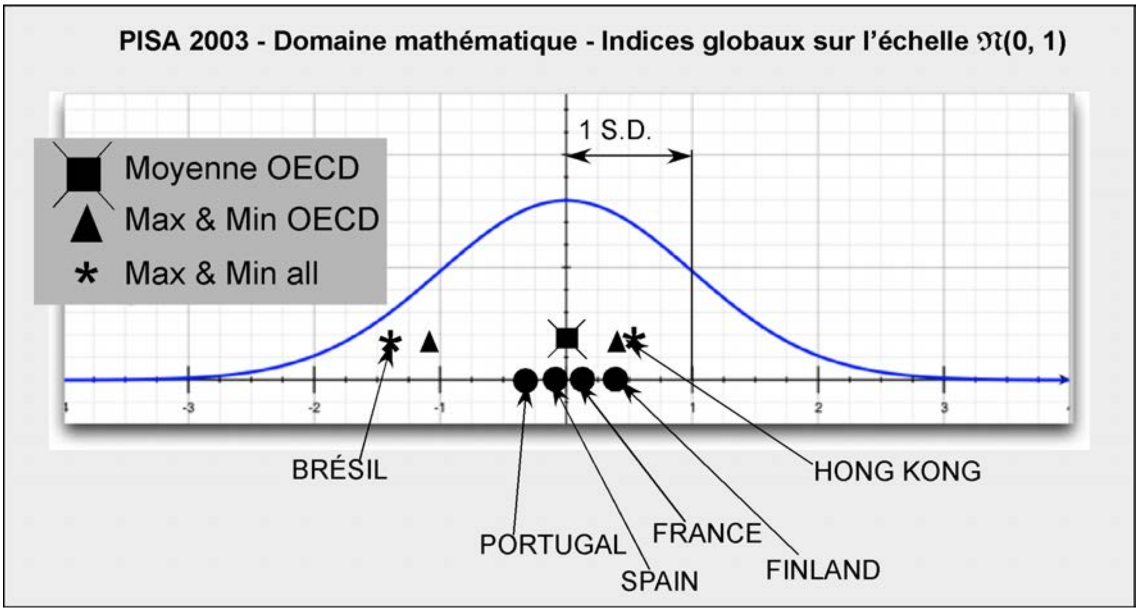
À l'observation de ces tableaux, qui vient confirmer d'autres alertes, on comprends que ces résultats ne laissent pas (ou plutôt, ne laissent plus) indifférents les responsables de notre système éducatif. Ils ne peuvent pas davantage laisser les enseignants indifférents, lesquels d'une façon ou d'une autre ne manquent pas d'être jugés au travers de cette évaluation, et lesquels, de toutes façons, auront à en gérer les inévitables retombées.[50]

Mais revenons à ces fameux « *scores* ». Partant de l'ensemble des résultats (en fait des codages en [0 ; 1]), une procédure d'affectation probabiliste permet de traiter les élèves n'ayant pas passé certaines questions comme s'ils les avaient passées. D'autres corrections et ajustements sont faits pour tenter de réduire certains biais qui auront été détectés et en particulier pour tenir compte des biais d'échantillonnage. La procédure d'attribution qui conduit finalement à attribuer un « score » à chaque élève est assez complexe et comporte de nombreuses itérations. Cette procédure est destinée

[50] Rappelons simplement que les résultats de PISA 2006 ont été utilisés comme arguments pour l'élaboration du socle commun de connaissances et de compétences ainsi que pour la dernière refonte des programmes de l'école élementaire.

à rendre comparable les résultats d'élèves n'ayant pas été soumis aux mêmes questions. Elle vise aussi à inférer sur l'ensemble des jeunes de 15 ans les résultats observés sur un échantillon représentatif (en France, par exemple, seuls 4300 élèves ont réellement passé des épreuves). Ce que l'on obtient à ce moment, c'est un indice qui reste assez proche des scores réels, mais ce n'est déjà plus un score au sens strict. À partir d'ici nous n'emploierons le terme de score que pour parler d'un rapport entre deux entiers (e. g. nombre de réussites divisé par nombre d'individus…), ou d'estimations de telles valeurs. Dans les autres cas, nous parlerons d'indice, ou de valeur prise par un indice. La distribution des scores obtenus à ce premier niveau est alors transformée pour être ajustée à la distribution normale réduite $\mathfrak{N}$ (0 ; 1). On obtient ainsi un indice de réussite (nous ne parlons plus ici de score).

L'indice de réussite de l'ensemble des jeunes de 15 ans de l'OCDE est donc distribué suivant la loi normale $\mathfrak{N}$(0; 1) et l'on peut alors replacer les résultats d'un pays sur cette échelle (en se restreignant aux résultats de ce pays). On peut de même placer chaque individu sur cette échelle et parler, par exemple, d'un individu de niveau 2 par rapport à cet indice, cela pour dire que ses résultats se trouvent à deux écart-types de la moyenne par rapport à l'ensemble des jeunes de l'OCDE. Insistons sur le fait que cela ne nous dit rien en ce qui concerne son score de réussite. Voici un exemple de présentation possible des indices de quelques pays.

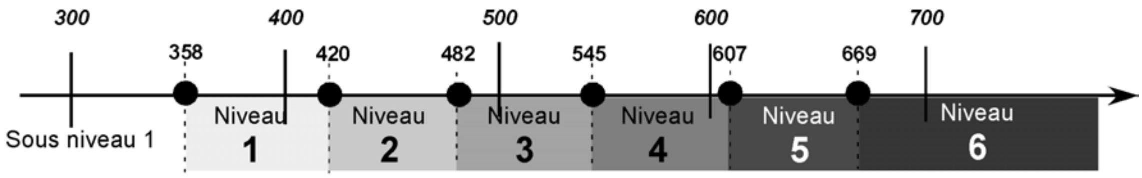


Insistons sur le fait qu'à ce niveau, on a totalement perdu de vue les scores. La seule chose que l'on puisse dire de l'écart, par exemple, entre la France et la Finlande est qu'elle est de 33 centièmes d'écart-type sur l'échelle ainsi construite. Mais ce ne serait pas très vendeur !

Pour des raisons de lisibilité, on effectue une nouvelle transformation pour ajuster notre distribution à la distribution normale de moyenne 500 et d'écart-type 100. L'échelle de compétence mathématique de PISA est donc, finalement l'échelle $\mathfrak{N}$ (500 ; 100).

On aurait pu utiliser une méthode de même type pour placer les items de l'évaluation sur cette échelle, en considérant par exemple qu'un item ayant obtenu un taux de réussite égal à p serait situé au même niveau qu'un individu ayant obtenu un score global égal à p. Ce n'est pas la méthode qui a été retenue. En effet, conformément aux techniques issues de la psychométrie (théorie des réponses aux items), PISA définit l'indice de difficulté d'un item comme étant la valeur de l'indice à partir duquel un individu a une probabilité au moins égal à 0,5 de réussir l'item.

Cette organisation a permis à PISA (et à TIMSS) de définir des niveaux de compétence. Là encore, la définition de ces niveaux est assez complexe et fait interagir une démarche qualitative (jugement d'experts) et une démarche quantitative. Après quelques itérations du processus et stabilisation du résultat, on a obtenu un découpage de l'échelle de compétences en 6 niveaux (plus un).



L'échelle de compétence de PISA

Un élève est donc au niveau 6 s'il a un indice de compétence égal ou supérieur à 669, tandis que dire qu'un item est au niveau 6, c'est dire que la probabilité d'un élève de niveau 6 de réussir cet item est supérieure ou égale à 0,5. Notons que la définition de ces niveaux permet d'assurer que, si l'on considère un ensemble d'items dont les indices de difficulté appartiennent tous, par exemple, à l'intervalle [607 ; 669], l'espérance mathématique du score d'un individu de niveau 5 sur cet ensemble d'items est supérieur ou égal à 50% (espérance mathématique de la loi binomiale de paramètre 0,5).

La façon dont la construction de cette échelle prend en compte l'analyse des tâches permet de donner un sens à ces niveaux et permet de les décrire. Le lecteur trouvera la description de ces niveaux pour l'ensemble du domaine mathématique en téléchargement sur mon site personnel. On peut alors, par exemple, comparer les proportions d'élèves qui, dans chaque pays se trouvent à tel ou tel niveau de compétence. Ainsi, pour PISA 2003, le tableau suivant permet de comparer la répartition des jeunes de 15 ans de l'ensemble des pays de l'OCDE et de ceux de la France et de la Finlande par rapport aux niveaux ainsi définis.

Niveau de compétence mathématiques	Inférieur à 1	1	2	3	4	5	6
OCDE	11,0%	14,6%	21,2%	22,4%	17,6%	9,6%	3,5%
FRANCE	5,6%	11%	20,2%	25,9%	22,1%	11,6%	3,5%
FINLANDE	1,5%	5,3%	16%	27,7%	26,1%	16,7%	6,7%

Ces chiffres confirment d'autres études (TIMSS en particulier), qui, depuis longtemps, ont mis en évidence qu'en ce qui concerne les mathématiques pour tous, ou, si l'on veut, les mathématiques du citoyen, notre pays réussissait plutôt mal, en particulier avec les élèves les plus en difficulté (*rappelons que nous avons écrit cela en 2008*). Un autre fait apparaît, qui peut contredire quelques certitudes : nous ne sommes pas très bons, non plus, en ce qui concerne la formation des meilleurs, au moins pour les compétences visées par PISA. Moins bons en tout cas que la Suisse, le Canada, le Japon, la Corée, etc…

Il faut cependant éviter d'étendre sans précautions les conclusions ci-dessus à l'ensemble de la formation mathématique. Il est possible que l'insistance mise dans notre curriculum, et dans nos pratiques, sur des mathématiques plus formelles que celles prises en compte par PISA (place de la démonstration, des symboles,, de l'algèbre, de l'analyse,…), puisse profiter à nos meilleures élèves (conclusion confirmé depuis par plusieurs études dont OCDE 2016b. Dans les études EVAPM, par exemple, les corrélations entre les réussites observées à des exercices de type PISA (concrets) et des exercices plus formels sont en général assez faibles. De leur côté, nos collègues finlandais dénoncent une focalisation trop grande de leur enseignement secondaire sur les situations de la vie réelle et le fait que cela se paie ensuite par des difficulté d'abstraction, de rigueur, et de formalisation.[51]

Mais l'accès médiocre de l'ensemble des jeunes aux mathématiques reconnues utiles pour la vie et pour la vie citoyenne en particulier, n'est pas sans importance. Les meilleurs d'aujourd'hui seront les élites de demain et si ces élites ne sont, au mieux, à l'aise que dans le formalisme mathématique, c'est l'équilibre même de la société, pour ne pas dire la démocratie qui se trouvera menacée.

Il faut certainement dépasser le débat stérile entre mathématiques utilitaires, mathématiques pour le développement de l'esprit, mathématiques pour réussir aux tests et aux examens de …mathématiques,… Sur cette question qui renvoie aux épistémologies plus ou moins contradictoires qui traversent la communauté mathématique, nous renvoyons à Chevallard, Y (2007). Le propos de l'article cité ne porte pas sur PISA et les orientations suggérées ne vont évidemment pas dans le sens d'une soumission aux injonctions du moment, qu'elles viennent de l'OCDE ou d'ailleurs ; ces injonctions poussant essentiellement à introduire davantage de « réel » dans l'enseignement des mathématiques. Nous pensons simplement qu'une réflexion approfondie sur cette étude et l'appropriation par les enseignants de certains de ses présupposés et de ses outils pourraient contribuer à répondre à l'un des souhaits exprimés par Chevallard : *« les mathématiques doivent aujourd'hui réapprendre à se rendre socialement désirable et culturellement avenantes* ».

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté les taux de réussite des quelques questions parmi celles que nous avons analysées (chapitre 8) ainsi que les statistiques comparées des taux moyens de réussites de plusieurs pays à l'ensemble des questions de l'enquête PISA 2015 (§ 8.3.2). Sans doute moins rigoureuses sur le plan édumétrique que les échelles publiées par PISA et largement utilisées par l'OCDE, ces résultats partiels permettent de porter sur les résultats un regard assez différent de celui qui est induit par la seule présentation d'échelles dont, ainsi que nous l'avons rappelé plus haut, la signification ne va pas de soi.

En ce qui concerne les questions elles-mêmes, on a pu observer que la différence en points de pourcentage de réussite entre, par exemple, la France et la Finlande, est parfois de 10 points ou plus, mais qu'elle est plus souvent de 3 à 5 points et que, dans certains cas, la différence peut être en faveur des résultats français. Cela permet de mieux comprendre sur quels points les écarts se produisent, de s'interroger sur leur importance, et, le cas échéant, de favoriser des pratiques pédagogiques permettant de les combler. Pour les enseignants comme pour les formateurs, la prise en considération de ces taux de réussite, associés à une analyse des questions elles-mêmes, est nettement moins démobilisatrice que la présentation de palmarès et d'échelles qui semblent tombées du ciel.

[51] The PISA survey tells only a partial truth of Finnish children's mathematical skills, by Kari Astala, Simo K. Kivelä, Pekka Koskela, Olli Martio, Marjatta Näätänen, Kyösti Tarvainen, and 201 mathematics teachers in universities and polytechnics. Site de SOLMU http://solmu.math.helsinki.fi/

Si l'on regarde maintenant les taux de réussite moyenne des pays, on constat que l'écart entre la France et la Finlande est de 5 points de pourcentage, de même qu'il est de 5 points entre la Finlande et le Japon. Résultat que nous avions déjà souligné lors d'une étude précédente (Bodin 2006). Même si cela revient au même, chercher à gagner 5% de taux moyen de réussite sur une enquête telle que PISA semblerait sans doute plus réaliste pour les enseignants, pour les élèves et pour les autres acteurs du système éducatif, que de chercher à rattraper 20 ou 30 points sur une échelle infinie. On peut en effet rapporter cela à une classe et penser qu'une action résolue et accompagnée en direction des élèves les plus difficulté de chaque classe pourrait être un moyen efficace pour combler les écarts.

10.3 Observations d'ordre statistique relatives aux enquêtes PISA

Ainsi que nous l'avons signalé à plusieurs reprises les questions de PISA se distinguent de celles de TIMSS, mais aussi de celles couramment utilisée dans les examens et dans l'évaluation scolaire habituelle. Il est donc utile de s'intéresser aux corrélations existantes entre les résultats obtenus dans ces différents contextes.

Mais commençons par étudier les corrélations qui dans les enquêtes PISA sont observées entre les différents domaines.

Compte tenu de ce que nous avons présenté dans cette étude, le fait qu'on observe des niveaux de corrélations très élevés entre les résultats des différents domaines (mathématiques, résolution de problèmes, compréhension de l'écrit, …) ne surprendra pas. Au point que l'on peut parfois se demander ce qui distingue vraiment ces domaines.

Précisons :

PISA 2012 – Corrélations entre les différents domaines (élèves)

(coefficient de corrélation linéaire de Bravais-Pearson)

	Littératie scientifique	Compréhension de texte	Résolution de problèmes
Littératie mathématique	0,89	0,85	0,85
Littératie scientifique		0,85	0,80
Compréhension de texte			0,82

PISA 2012 : indices extraits du rapport technique

Ces niveaux de corrélations sont beaucoup plus fort que ceux que, avec EVAPM, nous avons observé pendant plus de 20 ans à tous les niveaux de la sixième à la terminale, entre les différents domaines mathématiques (nombres, algèbre, analyse, géométrie, données) et que ceux qui sont trouvés dans d'autres études.

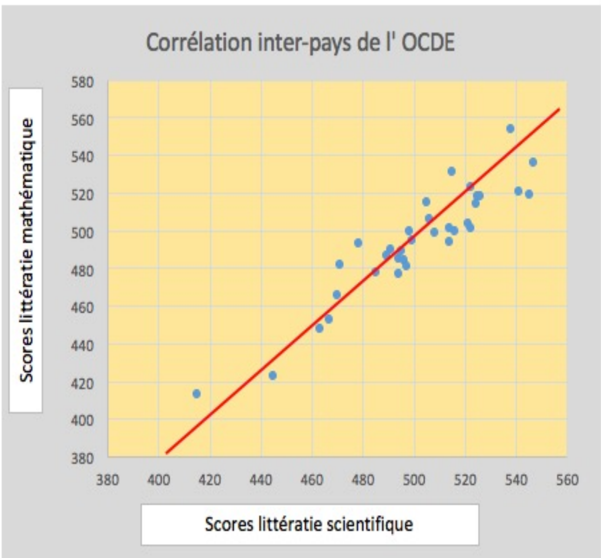
À propos des corrélations, il faut être attentif au fait que peu d'études comparent directement les résultats individuels. La plupart comparent les résultats globaux des pays et dans ce cas, les corrélations sont toujours très importantes entre les résultats de PISA, le PIB du pays, l'indice de niveau socio-économique et culturel, et aussi, on le verra, entre les résultats de PISA et de TIMSS. Bien sûr des différences apparaissent aussi qui sont largement exploitées par PISA et par l'OCDE dans leurs rapports, mais cela ne répond pas à notre question.

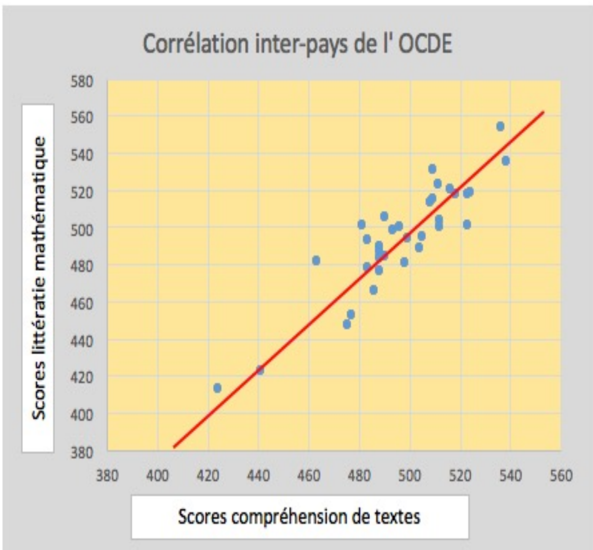
Si l'on observe cependant les corrélations entre les pays, elles sont encore plus fortes que les corrélations entre les individus, au point que certains se demandent si l'évaluation d'un de ces domaines, à savoir la compréhension de textes, ne serait pas suffisante pour fournir toute l'information qui est nécessaire aux responsables des systèmes éducatifs.

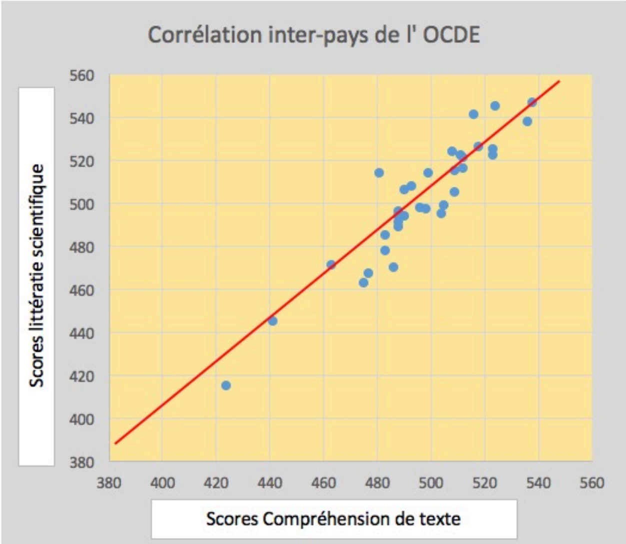
Voici donc les valeurs de ces corrélations entre les pays.

	Littératie scientifique	**Compréhension de texte**	**Résolution de problèmes**
Littératie mathématique	0,93	0,90	0,83
Littératie scientifique		0,93	0,78
Compréhension de texte			0,79

Les diagrammes ci-dessous dans lesquels chaque point représente un pays de l'OCDE illustrent parfaitement ce point







Certains auteurs font aussi état de corrélations très importantes entre les résultats de ces domaines et le QI des élèves. Il n'est pas dans notre propos de justifier dans cette étude un quelconque recours à cette « mesure » de l'intelligence, mais simplement de soulever un problème : dans quelle mesure les enquêtes PISA mesure-t-elles des acquis scolaires ?

Ces observations nous confortent dans l'idée de considérer que PISA évalue un domaine spécifique, la littératie. Ce domaine, certes non totalement déconnecté des domaines disciplinaires semble être davantage dépendant du développement de processus cognitifs transdisciplinaires que des disciplines elles-mêmes.

Une nouvelle fois, il n'est pas question de minimiser l'importance des compétences évaluées par PISA. D'une part, plusieurs études mettent en évidence le fait qu'elles sont nécessaires au développement des connaissances et des compétences strictement disciplinaires, d'autre part, il est difficile de nier qu'elles sont nécessaires au citoyen.

En première approximation, on peut donc adopter la définition et l'opérationnalisation de la littératie proposée par PISA ; reste que des recherches sont nécessaires pour affiner le concept.

11 Conclusion

Nous avons rappelé l'influence importante qu'exercent les enquêtes PISA et TIMSS sur l'ensemble des systèmes éducatifs de la planète et sur les rapprochements qu'ils induisent entre ces systèmes.

Nous nous sommes centrés sur les volets mathématiques et scientifiques de ces enquêtes et avons tenté de porter quelques éclairages sur leurs objectifs, sur leurs méthodologies et sur les instruments qu'ils utilisent pour évaluer les connaissances et les compétences des élèves.

De ces points de vue, nous avons pu mettre en évidence les différences importantes existantes entre ces les programmes PISA et TIMSS et montré leur complémentarité.

En ce qui concerne PISA nous avons conclu que les connaissances et les compétences évaluées par ce programme, pour essentielles qu'elles soient pour l'ensemble des élèves et des citoyens ne recouvrent qu'une partie des contenus de la formation dispensée au cours de la scolarité obligatoire et qu'il était en partie abusif de dire que cette enquête évaluait l'efficacité de notre système éducatif. Il conviendrait plutôt de dire qu'elle évalue l'efficacité du système dans un domaine transversal et essentiel, qu'avec l'OCDE nous nommons la littératie, en suggérant que des recherches devraient se poursuivre pour donner davantage de sens et de pertinence à cette notion. Sur le plan global elle fournit des indicateurs qui confortent ou révèlent des faiblesses de notre système éducatif, faiblesses qui, on le sait, sont prises au sérieux, ce dont on ne peut que se féliciter.

PISA est en quelque sorte une entreprise de gouvernance mondiale qui, à ce titre, reçoit de façon régulière des flots de critiques qui, selon nous, n'entament pas ses qualités techniques ni la pertinence de son propos. D'autres critiques liées à la valeur épistémologique et didactique des enquêtes sont aussi régulièrement faites ; ni plus ni moins que ce que chacun peut dire à propos de n'importe quel examen ou dispositif d'évaluation. Notre conclusion est que ces critiques doivent être entendues et analysées mais que, dans l'ensemble, PISA est une enquête qui, comme outil peut être très utile pour la formation et pour l'action des enseignants.

L'enquête TIMSS qui n'avait pas eu lieu en France depuis 20 ans et qui n'avait jamais eu lieu au niveau de l'enseignement primaire est totalement centrée sur les connaissances et les savoir-faire disciplinaires nécessaires à l'activité scientifique. De ce côté, elle paraîtra plus familière que PISA aux enseignants même si, en pratique, les questions qu'elle pose, conformes aux curriculums de la plupart des pays sont pour beaucoup éloign de nos programmes et de nos pratiques.

Dans les deux cas, la prudence devrait être de mise en ce qui concerne l'interprétation des résultats.

12 Références et bibliographie

Documents officiels OCDE et PISA

OECD (2016b) : PISA : Equations and Inequalities making mathematics accessible to all.

OECD (2016) : Skills Studies: Skills Matter - Further results from the survey of adult skills

OECD (2014b) : Beyond PISA 2015 : A longer-term strategy of PISA. Document interne que l'on peut trouver en ligne.

OECD (2014) : PISA 2012 Results: Creative Problem Solving Students' skills in tackling real-life problems (Volume V)

OECD (2014b) PISA 2012 Technical report.

OECD (2013b) : PISA 2012 Assessment and Analytical Framework Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy.

OECD (2013) : Beyond pisa 2015: a longer-term strategy of pisa. PISA Governing Board

OECD (2009) : Take the Test : sample Questions from OECD's PISA Assessments

OECD (2003) : The PISA 2003 assessment framework.Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills.

OECD (2000) : Measuring student knowledgeand skills. The PISA Assessment of Reading, Mathematical and Scientific literacy.

OCDE (2013c) : Cadre d'évaluation et d'analyse du cycle PISA 2012

OCDE (2009) : Le cadre d'évaluation de PISA 2009. Les compétences clés en compréhension de l'écrit, en mathématiques et en sciences.

OCDE (2006) : Compétences en sciences, lecture et mathématiques - Le cadre d'évaluation de PISA2006

OCDE (2005) : la définition et la sélection des compétences clés. Document interne accessible sur Internet).

OCDE (2003b) : Cadre d'évaluation de PISA 2003 – Connaissances et compétences en mathématiques, lecture, science et résolution de problèmes.

OCDE (2002) : definitions and selection des competences (DESECO) : fondements theoriques et conceptuels. Document de strategie.

OCDE (2000b) : Mesurer les connaissances et compétences des élèves. Lecture, Mathématiques et sciences : l'évaluation de PISA 2000..

OCDE (2000) : La littératie à l'ère de l'information. Rapport final de l'enquête internationale sur la littératie des adultes.

OCDE (1999) : Mesurer les connaissances et compétences des élèves Un nouveau cadre d'évaluation.

Documents officiels TIMSS

Schmidt, W.: 1996, Many visions, many aims - A Cross-National Investigation of Curricular Intentions, Volume 1 - Mathematics. Rapport de l'analyse des curricula de la Troisième Etude Internationale sur l'Enseignement ds Mathématiques et des Sciences, TIMSS de l'IEA, Kluwer Academics Publishers.

Robitaille D.F. & al : 1993, TIMSS Third International Mathematics and Science Study, Monography n°1, Curriculum Frameworks for Mathematics and Science. Pacific Educational Press, U.B.C, Vancouver.

Mullis, I.& al (ed.) (2012) : TIMSS 2011 Encyclopedia - Education Policy and Curriculum in Mathematics and Science (Vol 1 and 2). TIMSS & PIRLS International Study Center. Boston College.

Mullis, I. & Martin, M. ed. (2013) : TIMSS 2015 Assessment Frameworks.

Mullis, I. & al. (1998) : Mathematics and science achievement in the final year of secondary school : IEA's third international mathematics and science study (TIMSS).

Mullis et *al*. (2016) : Methods and procedures in TIMSS 2015. Chaper 1 : developing the TIMSS 2015 achievement items.

Mullis et *al*. (2016a) : Methods and procedures in TIMSS advanced 2015. Chaper 1 : developing the TIMSS 2015 achievement items.

Documents officiels du ministère de l'Éducation nationale (France)

DEP (1997) : Évaluation internationale en mathématiques et en sciences des élèves de cinquième et de quatrième. Note d'information N° 97.06

DEP (1996) : Les connaissances en mathématiques et en physique des élèves de terminale scientifique. Note d'information N° 96.50

DEP (1996) : Les connaissances des élèves en mathématiques et en sciences en terminale. Note d'information N° 96.49

Depp (2013) : L'évolution des acquis des élèves de 15 ans en compréhension de l'écrit et en culture scientifique - Premiers résultats de l'évaluation internationale PISA 2012. Note d'information N° 13.30/2013.

Depp (2008) : Comparaisons Internationales (dossier) Éducation & formations n° 78

DEP (2001) : Les élèves de 15 ans - Premiers résultats d'une évaluation internationale des acquis des élèves (PISA). Note d'information N° 01.52

Depp (2004) : Les élèves de 15 ans. Premiers résultats de l'évaluation internationale PISA 2003. Note d'information N°04.12

Depp (2007) : L'évaluation internationale PISA 2003 : compétences des élèves français en mathématiques, compréhension de l'écrit et sciences. Éducation & formations n° 180

Depp 2007) : L'évolution des acquis des élèves de 15 ans en culture mathématique et en compréhension de l'écrit. Premiers résultats de l'évaluation internationale PISA 2006. Note d'information N°08.08.

Depp 2010) : L'évolution des acquis des élèves de 15 ans en culture mathématique et en culture scientifique. Premiers résultats de l'évaluation internationale PISA 2009. Note d'information N°10.23.

Depp (2013) : Les élèves de 15 ans en France selon PISA 2012 en culture mathématique : baisse des performances et augmentation des inégalités par rapport à 2003. Note d'information n° 13.31

Références

Artigue, M. & Winslow, C. (2010). International comparative studies on mathematics education: a viewpoint from the anthropological theory of didactics. Recherches en Didactique des Mathématiques, 30(1), 47-82.

Bart, D. (2015) : Le discours de la recherche dans le Programme international de suivi des acquis des élèves : un mode d'exposition pour un effet d'imposition ? », Revue française de pédagogie N°191.

Baye, A. ; Demeuse, M. ; Friant, N. (2014) : Comparer les systèmes éducatifs francophones à travers le monde grâce au PISA : pas si simple ! In Laveault, D. Les politiques d'évaluation dans le domaine de l'éducation. Éducation et francophonie vol XLII

Bodin A. (1997) : Une présentation de la Troisième Étude Internationale sur l'enseignement des Mathématiques et des Sciences - Considérations sur la démarche, sur les résultats, sur l'intérêt de l'étude - Dossier d'information sur TIMSS - IREM de Besançon.

Bodin, A : 2003, Comment classer les questions de mathématiques ? Actes du colloque international du Kangourou, Paris 7 novembre 2003.

Bodin, A. (2006a) : Ce qui est vraiment évalué par PISA en mathématiques. Ce qui ne l'est pas. Un point de vue français. Communication faite à la conférence Franco-Finlandaise sur PISA 6-8 octobre 2006 - Paris Bulletin de l'APMEP N°463.

Bodin, A. (2006b) : Les mathématiques face aux évaluations nationales et internationales. De la première étude menée en 1960 aux études TIMSS et PISA … en passant par les études de la DEP et d'EVAPM. Communication séminaire de l'EHESS. Repères IREM, N°65, octobre 2006.

Bodin, A. (2006c) : Un point de vue sur PISA. Gazette des mathématiciens N°108 – Avril 2006 - Société Mathématique de France (SMF)

Bodin, A. (2007): What does Pisa really assess, in S. *Hopman, G. Brinek, M. Retzl (éds): PISA according to PISA*. Wien: Lit Verlag, 2007

Bodin, A. (2008a) : French Pisa Mathematics Results and Reactions - Paper to the Second Iberian Mathematical Meeting - Badajoz, Spain, October 3-5, 2008

Bodin, A. (2008b) : Lecture et utilisation de PISA pour les enseignants. Petit x ; n° 78, pp. 53-78, IREM de Grenoble.

Bodin, A. (2009) : L'étude PISA pour les mathématiques - Résultats français et réactions. Gazette des mathématiciens N°120 (Société Mathématique de France).

Bodin, A. (2010) : Organisation et fonctionnement des comparaisons internationales à grande échelle, avec un accent particulier sur PISA. Communication au 5° Congrès de l'Espace Mathématique Francophone – EMF 2009. Université Cheikh Anta Diop – DAKAR

Bodin, A. (2011) : Que nous disent les évaluations internationales sur les compétences de nos élèves en matière de résolution de problèmes ? Actes CORFEM 2010

Bonderup Dohn, N. (2007) : Knowledge and Skills for PISA—Assessing the Assessment. Journal of Philosophy of Education, Vol. 41, No. 1.

Boudine, J. P. & Bodin, A. (2010) : Le krach éducatif, 32 propositions pour tenter de l'éviter. L'Harmattan

Carnoy & *al* (2016): Revisiting the Relationship Between International Assessment Outcomes and Educational Production : Evidence From a Longitudinal PISA-TIMSS Sample. American Educational Journal, Vol 53, N°4

Chesné, J-F. (2014) : D'une évaluation à l'autre : des acquis des élèves sur les nombres en sixième à l'élaboration et à l'analyse d'une formation d'enseignants centrée sur le calcul mental. Thèse, université Paris 7.

Chevallard, Y. (1991). La transposition didactique - du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble : La pensée sauvage.

Chevallard, Y. (2007) Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. Actes du congrès international sur la théorie anthropologique du didactique. L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, & F. Javier García (Éd.) : *Sociedad, Escuela y Mathemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctico*, Universidad de Jaén, pp. 705-746.

Close, S. & Shiel, G. (2014) : A Comparison of TIMSS 2011 and PISA 2012 mathematics frameworks and performance for Ireland and Selected countries. Educational Research Centre, St. Patrick's College, Dublin.

Douady, R (1986) : Jeux de cadres et dialectique outil-objet - Recherches en Didactique des Mathématiques Vol 7/2.

Dupé, C. & Olivier, Y. (2002) : Évaluation PISA. Bulletin de l'APMEP N°439.

Dupé, C. & Olivier, Y. (2005) : Ce que l'évaluation PISA 2003 peut nous apprendre. Bulletin de l'APMEP N°460.

Eivers, E.(2010). Pisa: issues in implementation and interpretation. The Irish Journal of education xxxviii.

European Commission (2009) : Study on Indicators of ICT in Primary and Secondary Education (IIPSE).

Grapin, N. (2015) : Étude de la validité de dispositifs d'évaluation et conception d'un modèle d'analyse multidimensionnelle des connaissances numériques des élèves de fin d'école. Thèse, Université Paris-Diderot (Paris 7).

Gras R. (1977) : Contributions à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs didactiques en mathématiques - Thèse- université de ennes

Grenet, J. (2008) : PISA : une enquête bancale ? *La Vie des Idées.*

Gronmo, L. S., & Olsen, R. V. (2006). TIMSS versus PISA: The case of pure and applied

Hopmann, S., Brinek, G, Retzl, M., (*ed*) (2007) : PISA according to PISA. Wien: Lit Verlag.

Journal officiel de l'Union européenne (2006) : Recommandation du parlement européen et du conseil du 18 décembre 2006 sur les compétences clés pour l'éducation et la formation tout au long de la vie.

Lovelace, T. ed (2007) : Lessons Learned, What International Assessments Tell Us about Math Achievement. Brookings Institution Press, Washington.

Lindquist, M, (2009) : A Critical Evaluation of PISA's Measurement of Mathematics

Mons, N. (2007) : L'évaluation des politiques éducatives. Apports, limites et nécessaire renouvellement des enquêtes internationales sur les acquis des élèves. Revue internationale de politique comparée 2007/3 (Vol. 14).

Mulet-Marquis, R. (2012) : A propos des tests PISA. Repères-IREM. Num. 95.

Olivier, Y. (2012) : Ce que PISA nous apprend. Bulletin de l'APMEP. Num. 497

Pluvinage F. (1977), Difficultés des exercices scolaires en mathématique - Thèse de doctorat - Université de Strasbourg.

Pluvinage F. (1977), Difficultés des exercices scolaires en mathématique - Thèse de doctorat - Université de Strasbourg.

Pluvinage F. (1993), Grilles et taxinomies. Annales de didactique et de sciences cognitives. Irem de Strasbourg.

Rey, O. (2012) : PISA : ce que l'on en sait et ce que l'on en fait - Dossier d'actualité veille et analyses • n° 66 • - Institut Français d'Éducation

Rico, L. (2015) : The Theoretical/Conceptual framework of PISA 2003 vs 2012 (en espagnol). Communication au séminaire «Teachers Understanding Maths in Pisa » Baeza, Spain

Rindermann (2007) : The g-Factor of International Cognitive Ability Comparisons: The Homogeneity of Results in PISA, TIMSS, PIRLS and IQ-Tests Across Nations. European Journal of Personality Eur. J. Pers. 21: 667–706

Robert, A. (1998) : Outils d'analyses des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université, Recherches en didactique des mathématiques, 18/2.

Robert, A. (2003) : Tâches mathématiques et activités des élèves : une discussion sur le jeu des adaptations introduites au démarrage des exercices cherchés en classe de collège. Petit x. Num. 62.

Rochex, J.Y. & Tiberghien, A. (ed) (2006) : PISA : analyses secondaires, questions et débats théoriques et méthodologiques. Revue française de pédagogie N° 157

Roditti & Salles (2015) : Nouvelles analyses de l'enquête Pisa 2012 en mathématiques. Un autre regard sur les résultats. In Éducation & Formations n° 86-87

Salles, F. (2012) : PISA. Bulletin de l'APMEP. Num. 497

Sayac & Grapon (2015) : Évaluation externe et didactique et didactique des mathématiques : un regard croisé nécessaire et constructif. Recherches en Didactique des Mathématiques Vol 35/1.

Sjøberg, S. (2007) : PISA and "Real Life Challenges": Mission Impossible? In . *Hopman, G. Brinek, M. Retzl (éds): PISA according to PISA*. Wien: Lit Verlag, 2007

Stacey, K. & Turner, R. (2015) : Assessing Mathematical Literacy. The PISA experience. Springberg.

Suchaut, B ; Ntamakiliro , L. (2014) : connaissances scolaires et compétences mesurées par pisa. Résultats aux épreuves cantonales et à pisa : quelles relations chez les élèves vaudois ? Unité de recherche pour le pilotage des systèmes pédagogiques – Canton de Vaud - Suisse.

Takao Kanbara (2006) : Analysis of "Literacy According to PISA" (Former Principal of Osaka Prefectural Nagao High School)

Troseille & Rocher (2015) : les évaluations standardisées des élèves. Perspective historique. In Éducation & Formations n° 86-87

Tumeneva, Y, Valdman, A (2012) : The first data from the comparative analysis of the results on TIMSS-2011 and PISA-2012 tests, administrated to the same sample of Russian students. Higher School of Economics, National Research University, Moscou

UNESCO (2005) : Aspects of literacy. ED-2005NVW23

Vergnaud G. (1981) : Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques » — R.D.M. Vol. 2.2, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp. 215-232.

Vrignaud, P. (2006) : La mesure de la littératie dans PISA : la méthodologie est la réponse, mais quelle était la question ? Revue française de pédagogie n°157

Wu, M. (2009), A Critical Comparison of the Contents of PISA and TIMSS Mathematics Assessments. University of Melbourne Assessment Research Centre

Wu, M. (2010), Comparing the Similarities and Differences of PISA 2003 and TIMSS, OECD Education Working Papers, No. 32, OECD Publishing.

Manuels et programmes + documents ressources consultés pour l'analyse de TIMSS_4 :

Textes officiels

Durpaire, J-L., Mégard, M. (2012). Le nombre au cycle 3. (2012) (MEN - CNDP). Disponible en ligne :

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/44/9/NombreCycle3_web_VD_227449.pdf (CONSULTE LE 27/09/2015).

Programmes du cycle 3 de l'école élémentaire (2008). Disponible en ligne : http://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/programme_CE2_CM1_CM2.htm (CONSULTE LE 27/09/2015).

Programmes de mathématiques du collège (2008). Disponible en ligne : http://www.education.gouv.fr/cid22120/mene0817023a.html (CONSULTE LE 27/09/2015).

Socle commun de connaissances de compétences (2006). Disponible en ligne : http://www.education.gouv.fr/cid2770/le-socle-commun-de-connaissances-et-de-competences.html (CONSULTE LE 27/09/2015).

Socle commun de connaissances de compétences (2015). Disponible en ligne : http://www.education.gouv.fr/pid25535/bulletin_officiel.html&cid_bo=87834#socle_commun (CONSULTE LE 27/09/2015).

Manuels scolaires

Brissiaud, R., Clerc, P., Lelièvre, F., Ouzoulias, A. (2010). J'apprends les maths CM1 - Manuel de l'élève. Paris : Retz.

Charnay, R., Combier, G., Dussuc, M-P., Madier, D. (2010). Cap Maths- CM1- Manuel de l'élève. Paris : Hatier.

Peltier, M.L., Briand, J., Ngono B., Vergnes D. (2009). Euromaths CM1 - Manuel de l'élève. Paris : Hatier.

****

12.1 Sites Web

PISA : https://www.oecd.org/pisa/

TIMSS : http://timss2015.org/#/?playlistId=0&videoId=0

EVAPM : http://www.apmep.fr/-Observatoire-EVAPM-

IREM d'Aix-Marseille : http://www.irem.univ-mrs.fr/

CNESCO : www.cnesco.fr

Le rapport complet du CNESCO, téléchargeable à l'adresse ci-dessous, intègre l'étude faite pour les sciences par Cécile de Hosson et Nicolas Décamp, ainsi qu'une contribution de Pierre Vrignaud pour les traitements statistiques.

Site de travail personnel : https://antoine-bodin.com/ Voir pages Études internationales

13 ANNEXES – Partie 1

14 Présentation d'exercices d'évaluation PISA d'autres domaines

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

CIRCULATION ROUTIÈRE

SYSTÈME DE GESTION D'UNE BIBLIOTHÈQUE

LITTERATIE FINANCIERE

ACTIONS

NOUVELLE OFFRE

LITTERATIE SCIENTIFIQUE

COMPREHENSION DE l'ÉCRIT (*READING LITERACY*)

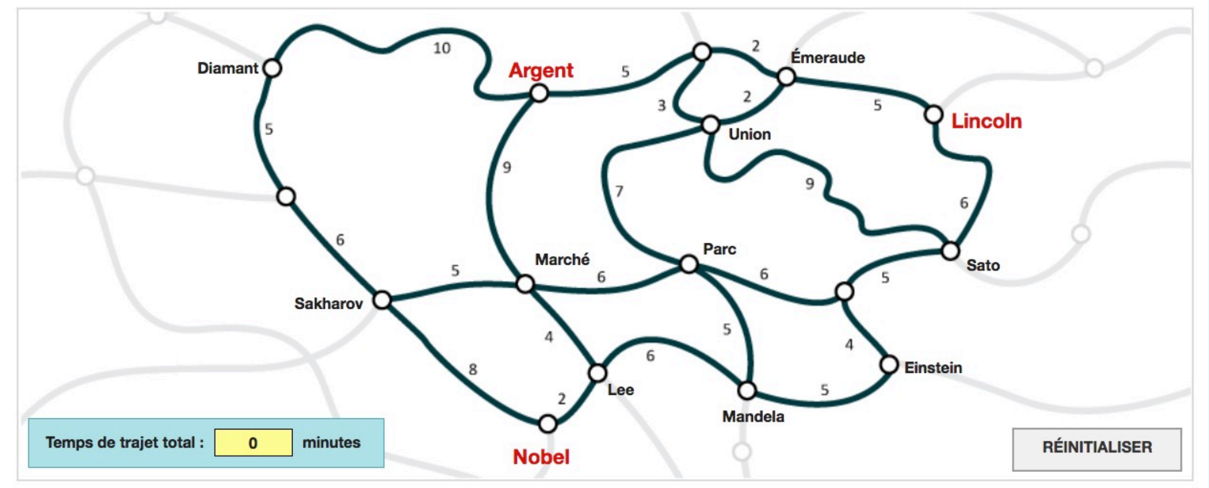
LE LAC TCHAD

14.1 RÉSOLUTION DE PROBLÈMES [52]

CIRCULATION ROUTIÈRE

Voici le plan d'un réseau de routes reliant les différents quartiers d'une ville. Le temps de trajet, à 7h00 du matin, y est indiqué en minutes pour chaque tronçon de route. Vous pouvez ajouter une route à votre itinéraire en cliquant dessus. Quand vous cliquez sur une route, elle apparaît surlignée et son temps de trajet est ajouté dans la case Temps de trajet total.

Vous pouvez supprimer une route de votre itinéraire en cliquant à nouveau dessus. Vous pouvez utiliser le bouton RÉINITIALISER pour supprimer toutes les routes de votre itinéraire.



Question 1

Julien habite à Argent, Marie à Lincoln et Dan à Nobel. Ils veulent se retrouver dans un des quartiers indiqués sur la carte. Aucun d'eux ne veut faire un trajet de plus de 15 minutes.

Où peuvent-ils se retrouver ?

Identification	Contexte 1	Contexte 2	Nature de problème	Format
CP007Q01	Non-technologique	Social	Statique	QCM

[52] La question « circulation routière » et quelques autres de PISA 2012 peut être consultée et utilisée en ligne (en français) l'adresse : http://www.oecd.org/pisa/test-fr/#d.en.258913

Quelques taux de réussite observés

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
PISA2012					

Question 2

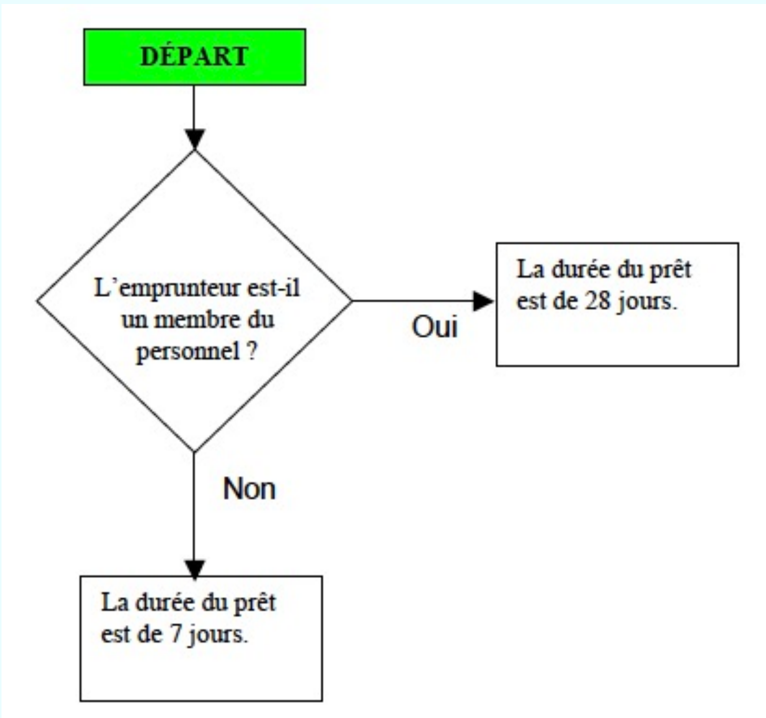
Marie veut aller de Diamant à Einstein. L'itinéraire le plus rapide prend 31 minutes. Surlignez cet itinéraire.

Quelques taux de réussite observés

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
PISA2012					

SYSTÈME DE GESTION D'UNE BIBLIOTHÈQUE

La bibliothèque du Lycée Montaigne utilise un système simple de gestion du prêt de livres : pour les membres du personnel, la durée du prêt est de 28 jours et pour les élèves, la durée du prêt est de 7 jours. On peut voir ci-dessous un schéma de décision en arbre qui présente ce système simple :



La bibliothèque du Lycée Coulanges utilise un système de gestion des prêts similaire, mais plus complexe :

- Pour toutes les publications classées comme « réservées », la durée du prêt est de 2 jours.
- Pour les livres (mais pas les magazines) qui ne sont pas sur la liste des publications réservées, la durée du prêt est de 28 jours pour les membres du personnel et de 14 jours pour les élèves.
- Pour les magazines qui ne sont pas sur la liste des publications réservées, la durée du prêt est de 7 jours pour tout le monde.
- Les personnes ayant des emprunts en cours pour lesquels la date de retour est dépassée ne peuvent effectuer aucun nouvel emprunt.

Question 1

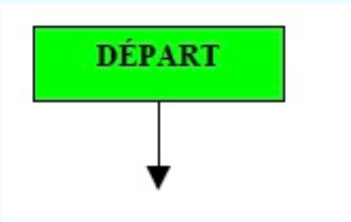
Vous êtes un élève du Lycée Coulanges et vous n'avez pas d'emprunts en cours pour lesquels la date de retour est dépassée. Vous souhaitez emprunter un livre qui n'est pas sur la liste des publications réservées. Pour combien de temps pouvez-vous emprunter ce livre ?

Réponse : ....jours.

Question 2

Créez un schéma de décision en arbre pour le système de gestion des prêts de la bibliothèque du Lycée Coulanges, permettant de concevoir un système de contrôle automatisé des prêts de livres et de magazines de la bibliothèque. Votre système de contrôle doit être aussi efficace que possible (c'est à dire qu'il doit avoir le plus petit nombre possible d'étapes de contrôle).

Notez que chaque étape de contrôle ne doit présenter que deux issues et que ces issues doivent être étiquetées correctement (par exemple : « Oui » et « Non »).



Taux de réussite OCDE lors de l'expérimentation de cet item :

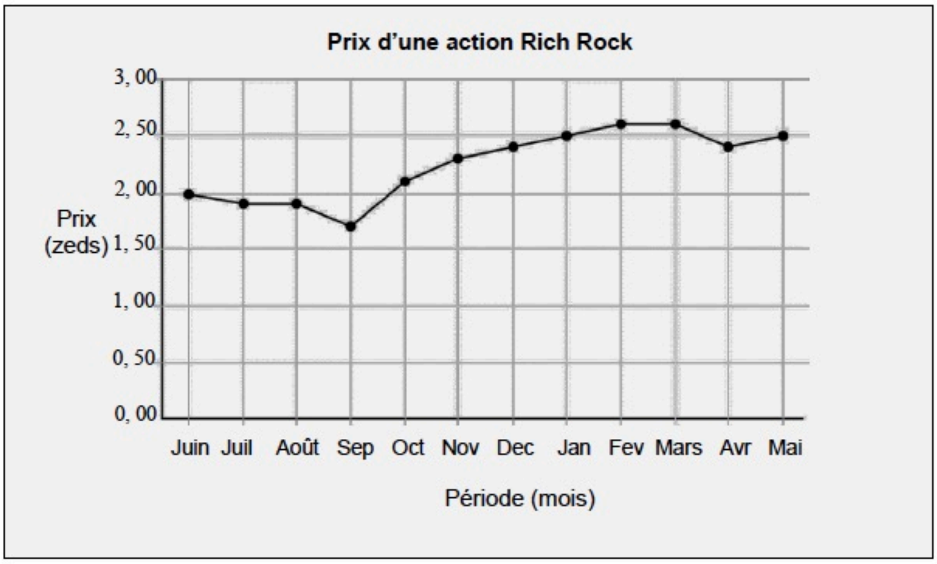
Item 1 : 69%

Item 2 : 10%

14.2 LITTERATIE FINANCIERE

ACTIONS

Ce graphique présente l'évolution du prix d'une action Rich Rock sur une période de 12 mois.



Parmi ces affirmations concernant le graphique, lesquelles sont vraies ?
Pour chaque affirmation, cliquez sur « Vrai » ou « Faux ».

Affirmation	Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?
Le meilleur mois pour acheter des actions était le mois de septembre.	Vrai / Faux
Le prix de l'action a augmenté d'environ 50 % sur toute l'année.	Vrai / Faux

Quelques taux de réussite observés

	France	**Allemagne**	**Canada**	**Finlande**	**Japon**
PISA2012					

NOUVELLE OFFRE

Mme Jourdan a souscrit un prêt de 8 000 zeds auprès de Zedfinance Premier. Le taux d'intérêt annuel est de 15 %. Elle rembourse 150 zeds chaque mois.

Au bout d'un an, Mme Jourdan doit toujours rembourser 7 400 zeds.

Un autre organisme financier, appelé Crédit Zedplus, propose à Mme Jourdan un prêt de 10 000 zeds à un taux d'intérêt annuel de 13 %. Elle rembourserait aussi 150 zeds chaque mois.

Question :
Si Mme Jourdan souscrit le prêt proposé par Crédit Zedplus, elle pourra immédiatement rembourser le prêt existant.
Quels sont les deux autres avantages financiers pour Mme Jourdan si elle souscrit le prêt auprès de Crédit Zedplus ?

1. ……………………………………………….
2. ……………………………………………….

14.3 LITTERATIE SCIENTIFIQUE

En dehors de tableaux et de courbes à exploiter, on trouve peu de mathématiques explicites dans les questions de littératie scientifique. Les questions y sont orientées vers l'approche qualitive des phénomènes plutôt que vers une approche quantitative.
La partie de la présente étude consacrée à ce domaine présente et analyse certaine de ces questions (voir XXX)

14.4 COMPREHENSION DE l'ÉCRIT (*READING LITERACY*)

LE LAC TCHAD

La figure 1 présente les changements de niveau du lac Tchad, situé au Sahara, en Afrique du Nord. Le lac Tchad a complètement disparu vers 20 000 av. J.-C., pendant la dernière ère glaciaire. Il a réapparu vers 11 000 av. J.-C. À présent, son niveau est à peu près le même que celui qu'il avait en 1 000 apr. J.-C.

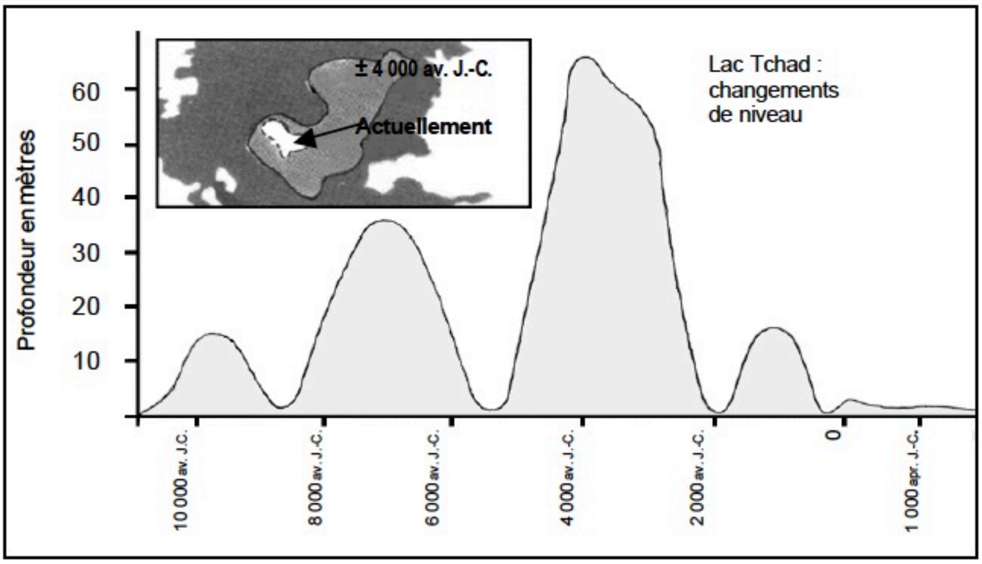


Figure 1

La figure 2 présente l'art rupestre saharien (c'est-à-dire les dessins et les peintures préhistoriques trouvés sur les parois des cavernes) et l'évolution de la faune.

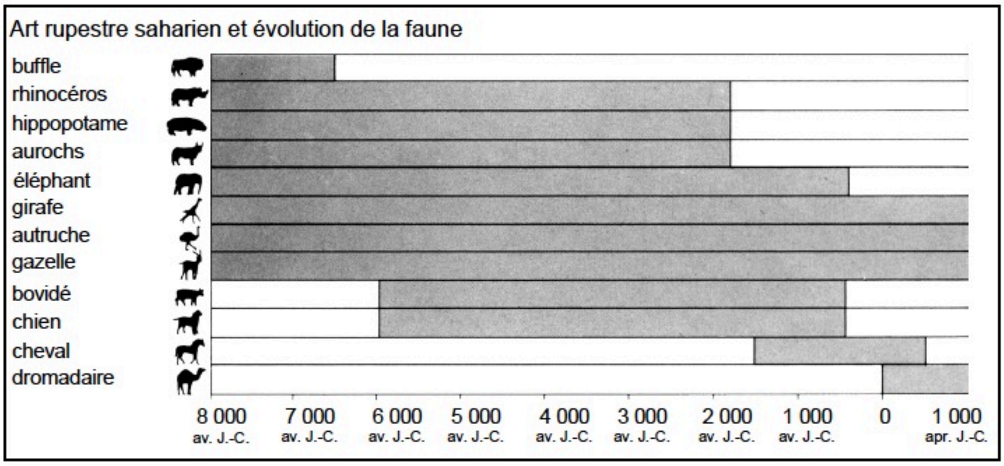


Figure 2

Utilisez les informations sur le lac Tchad présentées sur la page ci-contre pour répondre aux items suivants.

Le lac Tchad - Question 1

Quelle est la profondeur du lac Tchad à présent ?

A Environ deux mètres.
B Environ quinze mètres.
C Environ cinquante mètres.
D Il a complètement disparu.
E L'information n'est pas donnée.

Le lac Tchad - Question 2

À peu près en quelle année commence le graphique présenté par la figure 1 ?

....

Le lac Tchad - Question 3

Pourquoi l'auteur a-t-il choisi de faire commencer le graphique à ce moment ?

....
....

Le lac Tchad - Question 4

La figure 2 se fonde sur l'hypothèse que :

A les animaux représentés dans l'art rupestre étaient présents dans la région à l'époque où ils ont été dessinés.
B les artistes qui ont dessiné les animaux étaient très doués.
C les artistes qui ont dessiné les animaux avaient la possibilité de voyager loin.
D il n'y eut aucune tentative de domestiquer les animaux représentés dans l'art rupestre.

Le lac Tchad - Question 5

Pour répondre à cet item, vous devez utiliser des informations provenant à la fois de la figure 1 et de la figure 2.
La disparition des rhinocéros, des hippopotames et des aurochs de l'art rupestre saharien s'est produite :

A au début de la période glaciaire la plus récente.
B au milieu de la période où le niveau du lac Tchad était le plus élevé.
C après que le niveau du lac Tchad a progressivement baissé pendant plus de mille ans.
D au début d'une période ininterrompue de sécheresse.

Lac Tchad - repères

	Identification			Format
Item 1	R040Q02			QCM
Item 2	R040Q03A			Réponse construite
Item 3	R040Q03B			Réponse construite

Item 4	R040Q04			QCM
Item 5	R040Q06			QCM

Quelques taux de réussite observés

	France	**Allemagne**	**Canada**	**Finlande**	**Japon**
Item 1	64%	63%	66%	74%	77%
Item 2	62%	53%	53%	71%	53%
Item 3	45%	32%	37%	49%	49%
Item 4	82%	80%	80%	87%	79%
Item 5	60%	58%	62%	71%	58%

15 Objectifs, compétences, processus, aptitudes et contenus

15.1 PISA

15.1.1 Les processus de PISA 2012 et 2015

Repris intégralement de OCDE 2013c

FORMULER

Formuler des situations de façon mathématique

Dans la définition de la culture mathématique, le verbe « formuler » renvoie à la capacité des individus d'identifier et de reconnaître des possibilités d'utiliser les mathématiques dans le contexte d'un problème, puis de structurer sous forme mathématique un problème présenté jusqu'à un certain point sous une forme contextualisée. Lors de ce processus de formulation mathématique, les individus déterminent les mathématiques essentielles à utiliser pour analyser, configurer et résoudre le problème. Ils transposent dans le domaine des mathématiques un problème qui s'inscrit dans un contexte tiré du monde réel, et lui donnent une structure, une représentation et une spécificité d'ordre mathématique. Ils réfléchissent aux contraintes et aux hypothèses, en découvrent le sens et raisonnent à leur sujet. Plus précisément, le processus qui consiste à formuler des situations de façon mathématique englobe des activités telles que celles énumérées ci-dessous :

- identifier les aspects mathématiques et les variables significatives d'un problème se situant dans un contexte tiré du monde réel ;
- reconnaître des structures mathématiques (des régularités, des relations, des récurrences, etc.) dans des problèmes ou des situations ;
- simplifier une situation ou un problème pour qu'il se prête à une analyse mathématique ;
- identifier les contraintes et les hypothèses qui sous-tendent toute modélisation mathématique et les simplifications extraites du contexte ;
- représenter la situation de façon mathématique à l'aide de variables, de symboles, de diagrammes et de modèles appropriés ;
- représenter le problème d'une autre façon, notamment l'organiser en fonction de concepts mathématiques et élaborer les hypothèses appropriées ;
- comprendre et expliquer les relations entre le langage spécifique au contexte employé pour décrire le problème et le langage symbolique et formel indispensable pour le représenter sous une forme mathématique ;
- traduire le problème en langage ou en représentation mathématique ;
- reconnaître les aspects du problème qui correspondent à des problèmes connus ou à des concepts, faits et procédures mathématiques ; et
- utiliser la technologie (un tableur ou les fonctions d'une calculatrice graphique) pour décrire une relation mathématique inhérente, dans un problème contextualisé.

EMPLOYER

Employer des concepts, faits, procédures et raisonnements mathématiques

Dans la définition de la culture mathématique, le verbe « employer » renvoie à la capacité des individus d'appliquer des concepts, faits, procédures et raisonnements mathématiques pour résoudre des problèmes énoncés de façon mathématique afin d'aboutir à des conclusions mathématiques. Au cours de ce processus qui consiste à employer des concepts, faits, procédures et raisonnements mathématiques, les individus appliquent les procédures mathématiques requises pour dériver des résultats et trouver une solution mathématique (effectuer des opérations arithmétiques, résoudre des équations, faire des déductions logiques à partir d'hypothèses mathématiques, faire des manipulations symboliques, extraire des informations de tableaux et graphiques, représenter et manipuler des formes dans l'espace, et analyser des données). Ils travaillent sur un modèle de la situation du problème, identifient des récurrences et des relations entre des entités mathématiques, et formulent des arguments mathématiques. Ce processus qui consiste à employer des concepts, faits, procédures et raisonnements mathématiques englobe des activités telles que celles énumérées ci-dessous :

- concevoir et appliquer des stratégies en vue de trouver des solutions mathématiques ;
- utiliser des outils mathématiques, dont des applications technologiques, pour faciliter la recherche d'une solution précise ou approximative ; appliquer des faits, des lois, des algorithmes et des structures mathématiques à la recherche de la solution ;
- manipuler des nombres, des informations et des données graphiques et statistiques, des équations et des expressions algébriques, ainsi que des représentations géométriques ;
- élaborer des structures, des diagrammes et des graphiques mathématiques, et en extraire des informations mathématiques ;
- utiliser différentes représentations et passer de l'une à l'autre durant le processus de résolution du problème ;
- faire des généralisations à partir des résultats de l'application de procédures mathématiques pour trouver des solutions ; et
- réfléchir à des arguments mathématiques, et expliquer et justifier des résultats mathématiques.

INTERPRÉTER

Interpréter, appliquer et évaluer des résultats mathématiques

Dans la définition de la culture mathématique, le verbe « interpréter » renvoie à la capacité des individus de réfléchir à des solutions, des résultats ou des conclusions mathématiques, et de les interpréter dans le cadre de problèmes tirés du monde réel. Ce processus consiste à traduire des solutions mathématiques ou à replacer le raisonnement dans le contexte du problème, et à déterminer si les résultats sont plausibles et sont appropriés dans le contexte du problème.

Ce processus mathématique est représenté par les flèches « Interpréter » et « Évaluer » dans le modèle de culture mathématique décrit à la figure 1.1. Les individus qui s'engagent dans ce processus peuvent être amenés à formuler et communiquer des explications et des arguments dans le contexte du problème, en réfléchissant au processus de modélisation et à ses résultats. Ce processus qui consiste à interpréter, appliquer et évaluer des résultats mathématiques englobe des activités telles que celles énumérées ci-dessous :

- interpréter un résultat mathématique en fonction de la situation initiale du problème ;
- évaluer la plausibilité d'une solution mathématique dans le contexte d'un problème qui s'inspire du monde réel ;
- comprendre en quoi le monde réel a un impact sur les résultats et les calculs d'un modèle ou d'une procédure mathématique pour poser des jugements en contexte sur la façon d'appliquer ou d'ajuster les résultats ;
- expliquer pourquoi une conclusion ou un résultat mathématique est ou n'est pas plausible dans le contexte d'un problème ;
- comprendre la portée et les limites de concepts et de résultats mathématiques ; et
- critiquer le modèle utilisé pour résoudre le problème et en identifier les limites.

15.1.2 Relations entre les processus et les facultés de PISA 2012 et 2015

Repris intégralement de OCDE 2013c

	Formuler des situations de façon mathématique	**Employer** des concepts, faits, procédures et raisonnements mathématiques	**Interpréter**, appliquer et évaluer des résultats mathématiques
Communication	Lire, décoder et comprendre des énoncés, des questions, des tâches, des objets ou des images pour élaborer un modèle mental de la situation.	Articuler une solution, montrer le travail impliqué dans le cheminement vers une solution et/ou résumer et présenter des résultats mathématiques intermédiaires	Construire et communiquer des explications et des arguments dans le contexte du problème.
Mathématisation	Identifier les structures et les variables mathématiques dans le problème tel qu'il se pose dans le monde réel, et formuler des hypothèses pour pouvoir les utiliser	Se baser sur la compréhension du contexte pour orienter ou effectuer le processus de résolution mathématique, par exemple, travailler avec un degré de précision approprié au contexte	Comprendre la portée et les limites d'une solution mathématique qui découlent du modèle mathématique employé
Représentation	Créer une représentation mathématique des données du problème tel qu'il se pose dans le monde réel	Comprendre, relier et utiliser une série de représentations lors de l'interaction avec le problème	Interpréter des résultats mathématiques dans une série de formats en rapport avec une situation ou une utilisation ; comparer ou évaluer plusieurs représentations en fonction d'une situation
Raisonnement et argumentation	Expliquer, défendre ou justifier la représentation identifiée ou conçue de la situation du problème tel qu'il se pose dans le monde réel	Expliquer, défendre ou justifier les procédures ou processus utilisés pour chercher une solution ou un résultat mathématique Établir un lien entre des fragments d'information pour parvenir à une solution mathématique, faire des généralisations ou créer une argumentation en plusieurs étapes	Réfléchir aux solutions mathématiques et fournir des explications et des arguments pour étayer, réfuter ou confirmer une solution mathématique à un problème tel qu'il se pose dans le monde réel

Conception de stratégies de résolution de problèmes	Choisir ou concevoir une approche ou une stratégie pour situer des problèmes contextualisés dans un cadre mathématique	Actionner des mécanismes efficaces de contrôle pendant une procédure en plusieurs étapes qui doit mener à une généralisation, une conclusion ou une solution mathématique	Concevoir et appliquer une stratégie pour interpréter, évaluer et valider une solution mathématique à un problème qui se pose dans le monde réel
Utilisation d' opérations et d' un langage symboliques, formels et techniques	Utiliser des modèles standards, des diagrammes, des symboles et des variables ad hoc pour énoncer dans un langage symbolique ou formel un problème tiré du monde réel	Comprendre et utiliser des constructs formels sur la base de définitions, de règles et de systèmes formels ; utiliser des algorithmes	Comprendre la relation entre le contexte du problème et la représentation de la solution mathématique. Se baser sur cette compréhension pour interpréter plus facilement la solution dans le contexte et évaluer la faisabilité et les limitations de la solution
Utilisation d' outils mathématiques	Utiliser des outils mathématiques pour identifier des structures mathématiques ou décrire des relations mathématiques	Connaître et savoir utiliser comme il se doit divers outils, pour faciliter la mise en œuvre de processus et de procédures la recherche de solutions	Utiliser des outils mathématiques pour établir la plausibilité d'une solution mathématique et identifier d'éventuelles limites ou contraintes à propos de la solution, compte tenu du problème tel qu'il se présente dans le monde réel

15.1.3 Les catégories de contenus mathématiques de PISA2012-2015

Extrait sans modification de PISA 2013 c

Variations et relations

Le monde naturel et le monde façonné par l'homme affichent une multitude de relations provisoires et permanentes entre les objets et les circonstances, dans lesquelles des changements interviennent dans des systèmes d'objets interdépendants ou dans des circonstances où les éléments s'influencent les uns les autres. Dans de nombreux cas, ces changements se produisent avec le temps. Il arrive aussi que des changements qui affectent un objet ou une quantité soient en rapport avec des changements qui ont eu lieu sur un autre objet ou quantité. Il s'agit de changements tantôt ponctuels, tantôt continus. Certaines relations sont de nature permanente. Pour mieux comprendre les variations et les relations, il faut tout d'abord comprendre les types fondamentaux de changement et les reconnaître lorsqu'ils se produisent. C'est essentiel pour utiliser des modèles mathématiques adaptés qui permettent de décrire et prévoir les changements. En termes mathématiques, cela revient à modéliser les variations et les relations grâce à des fonctions et équations appropriées, ainsi qu'à créer, interpréter et traduire des représentations graphiques et symboliques des relations.

Les variations et les relations s'observent dans des contextes très divers : la croissance des organismes, la musique, le cycle des saisons, les tendances météorologiques, le taux d'emploi et la conjoncture économique, par exemple. Certains aspects mathématiques traditionnels des fonctions et de l'algèbre, notamment les expressions algébriques, les équations et les inégalités ou les représentations sous forme de graphiques et de tableaux, sont essentiels pour décrire, modéliser et interpréter les phénomènes de variation.

Espace et formes

La catégorie de contenus Espace et formes englobe un large éventail de phénomènes omniprésents dans notre environnement visuel et physique : les régularités, les propriétés des objets, les positions et les orientations, les représentations d'objets, l'encodage et le décodage d'informations visuelles, la navigation et les interactions dynamiques avec des formes réelles ainsi qu'avec leur représentation. La géométrie est un fondement essentiel de la catégorie Espace et formes, qui s'étend toutefois au-delà des limites de cette branche en termes de contenu, de signification et de méthode, et intègre d'autres branches des mathématiques, telles que la visualisation dans l'espace, le mesurage et l'algèbre. Ainsi, des formes peuvent se déformer et un point peut se déplacer dans l'espace, ce qui fait intervenir des concepts de fonction. Les formules de mesure sont centrales. La manipulation et l'interprétation de formes contextualisées qui passent par l'utilisation d'outils tels que des logiciels de géométrie dynamique ou de géolocalisation sont incluses dans cette catégorie de contenus.

L'enquête PISA part du principe que la maîtrise d'une série de compétences et de concepts fondamentaux est essentielle pour démontrer sa culture mathématique dans la catégorie Espace et formes, ce qui implique un large éventail d'activités, notamment comprendre la *notion de perspective (dans des peintures, par exemple), créer et lire des cartes, transformer des formes avec ou sans aide technologique, interpréter des vues de scènes en trois dimensions sous diverses perspectives et construire des représentations de formes.*

Quantité

La notion de quantité est peut-être l'aspect mathématique le plus répandu et le plus essentiel de l'engagement et du fonctionnement dans notre monde. Elle englobe la quantification d'attributs d'objets, de relations, de situations et d'entités dans le monde, la compréhension de diverses représentations de ces quantifications, et l'évaluation d'interprétations et d'arguments fondés sur la quantité. Pour appréhender la quantification, il faut comprendre le mesurage, le comptage, la magnitude, les unités, les indicateurs, la taille relative, les tendances numériques et les régularités. Certains aspects du raisonnement quantitatif – le sens des nombres, les représentations multiples des nombres, l'élégance des calculs, le calcul mental, les estimations et l'évaluation de la plausibilité des résultats – sont l'essence même de la culture mathématique dans la catégorie Quantité. La quantification est la principale méthode qui existe pour décrire et mesurer un grand nombre des attributs d'objets dans le monde. Elle permet de modéliser des situations, d'examiner les variations et les relations, de décrire et de manipuler l'espace et les formes, d'organiser et d'interpréter les données, et de mesurer et d'évaluer l'incertitude. Dans la catégorie Quantité, la culture mathématique consiste à utiliser des connaissances relatives aux nombres et aux opérations avec des nombres dans un large éventail de contextes.

Incertitude et données

L'incertitude est une donnée en sciences, dans la technologie et dans la vie de tous les jours. Le phénomène d'incertitude est donc au cœur de l'analyse mathématique de nombreux problèmes, et la théorie de la probabilité et la statistique ont été créées pour y répondre. Dans la catégorie de contenu Incertitude et données, il s'agit de reconnaître la place de la variation dans les processus, de comprendre l'ampleur de cette variation, d'admettre la notion d'incertitude et d'erreur dans le mesurage, et de connaître le concept de chance. Il faut également formuler, interpréter et évaluer des conclusions dans des situations où règne l'incertitude. La présentation et l'interprétation des données sont essentielles dans cette catégorie (Moore, 1997). L'incertitude entoure les prévisions scientifiques, les résultats de scrutins électoraux, les prévisions météorologiques et les modèles économiques. Les notes à un examen, les résultats de sondages et les processus de fabrication varient, et la chance est fondamentale dans de nombreuses activités récréatives auxquelles les individus se livrent pendant leurs loisirs. Les branches traditionnelles de la probabilité et de la statistique sont des moyens formels de décrire, modéliser et interpréter une certaine catégorie de phénomènes, et de dégager des inférences. Par ailleurs, la connaissance des nombres et de certains aspects de l'algèbre comme les graphiques et les représentations symboliques facilite la tâche aux individus qui s'attaquent à des problèmes relevant de cette catégorie. La « société de l'information » actuelle nous offre des informations en abondance.

Ces informations sont souvent présentées comme précises, scientifiques et dotées d'un certain degré de certitude. Pourtant, dans la vie quotidienne, nous sommes confrontés à des résultats d'élection certains, des ponts qui s'effondrent, des krachs boursiers, des prévisions météorologiques ayant une fiabilité limitée, des prédictions erronées en matière de croissance démographique, des modèles économiques qui fonctionnent mal et bien d'autres manifestations de l'incertitude de notre monde.

La notion d'incertitude fait référence à deux aspects liés entre eux, les données et le hasard, deux sujets d'études mathématiques qui appartiennent respectivement aux statistiques et aux probabilités.

La collecte, l'analyse et la visualisation/représentation des données, les probabilités et les inférences sont des activités et des concepts mathématiques importants de ce domaine.

15.1.4 Les connaissances mathématique de PISA2012-2015 (*content topics*)

Extrait de OCDE2013c

- **Fonctions** : le concept de fonction, notamment (mais pas exclusivement) les fonctions linéaires, leurs propriétés et une série de descriptions et de représentations. Les représentations verbales, symboliques et graphiques, ainsi que les représentations sous forme de tableaux, sont souvent utilisées.
- **Expressions algébriques** : l'interprétation verbale et la manipulation d'expressions algébriques, comprenant des nombres, des symboles, des opérations arithmétiques, des puissances et des racines simples.
- **Équations et inéquations** : des équations et inéquations linéaires, des équations simples du second degré, et des méthodes analytiques et non analytiques de résolution.
- **Systèmes de coordonnées** : la représentation et la description de données, de positions et de relations.
- **Relations dans et entre des objets géométriques en deux et en trois dimensions** : des relations statiques telles que des liens algébriques entre des éléments de figures (par exemple, le théorème de Pythagore, qui définit la relation entre la longueur des côtés d'un triangle rectangle), les positions relatives, la similitude et la congruence, et les relations dynamiques impliquant la transformation et le mouvement d'objets, ainsi que les correspondances entre objets en deux et en trois dimensions.
- **Mesure** : la quantification de formes et d'objets et de certains de leurs aspects, par exemple l'angle, la distance, la longueur, le périmètre, la circonférence, la superficie et le volume.
- **Nombres et unités** : les concepts, les représentations de nombres et les systèmes de numération, dont les propriétés de nombres entiers et rationnels, des aspects pertinents des nombres irrationnels, ainsi que des quantités et des unités en rapport avec des phénomènes tels que le temps, l'argent, le poids, la température, la distance, la superficie et le volume, ainsi que des quantités dérivées et leur description numérique.
- **Opérations arithmétiques** : la nature et les propriétés des opérations numériques, et les conventions d'écriture qui s'y rapportent.

- **Pourcentages, ratios et proportions** : la description numérique de grandeur relative et le raisonnement fondé sur les proportions pour résoudre des problèmes.
- **Principes de comptage** : les permutations et les combinaisons simples.
- **Estimation** : l'approximation dans un but particulier de quantités et expressions numériques, notamment les chiffres significatifs et les arrondis.
- **Collecte, représentation et interprétation de données** : la nature, l'origine et la collecte de divers types de données, et les différents modes de représentation et d'interprétation des données.
- **Variabilité des données et description de cette dernière** : les concepts tels que la variabilité, la distribution et les tendances principales dans des groupes de données, les modes de description et d'interprétation de ces concepts en termes quantitatifs.
- **Échantillonnage et échantillons** : les concepts d'échantillonnage dans des groupes de données, notamment la formulation d'inférences simples sur la base des propriétés des échantillons.
- **Risque et probabilité** : les concepts tels que les événements aléatoires, la variation aléatoire et sa représentation, le risque et la fréquence des événements, et les aspects fondamentaux du concept de probabilité.

15.1.5 Des compétences PISA 2000 aux aptitudes PISA 2015

<table>
<tr><th>Cadre PISA 2003
Les compétences (competencies)</th><th>Cadre PISA 2012 (et 2015)
Les aptitudes (capabilities)</th></tr>
<tr><td>1. Pensée et raisonnement. Savoir poser des questions à caractère mathématique, comme : « Y a-t-il … ? », « Si oui, combien … ? », « Comment puis-je trouver…? » ; connaître le genre de réponses que les mathématiques donnent à de telles questions ; faire la distinction entre différentes sortes d'énoncés (définitions, théorèmes, conjectures, hypothèses, exemples, assertions conditionnelles) ; comprendre la portée et les limites de concepts mathématiques donnés, et pouvoir en tenir compte.</td><td rowspan="2">Raisonnement et argumentation : les facultés de raisonnement et d'argumentation interviennent au cours des différentes étapes et activités associées à la littératie mathématique. Cette aptitude implique des processus logiques approfondis et permet d'explorer et de relier des éléments du problème pour en dégager des inférences, vérifier une justification donnée ou produire une justification relativement à des affirmations ou à des solutions de problèmes.</td></tr>
<tr><td>2. Argumentation. Savoir ce que sont les preuves mathématiques et en quoi elles diffèrent des autres types de raisonnements mathématiques ; suivre et évaluer des enchaînements d'arguments mathématiques de nature diverse ; posséder un sens heuristique (« Qu'est-ce qui peut – ou ne peut pas – se passer, et pourquoi ? ») ; et savoir développer et exprimer des arguments mathématiques.</td></tr>
<tr><td>3. Communication. Savoir s'exprimer de diverses manières sur des sujets à contenu mathématique, aussi bien oralement que par écrit, et comprendre les énoncés écrits ou oraux produits par d'autres sur de tels sujets.</td><td>Communication : la littératie mathématique inclut la communication. Les individus perçoivent l'existence d'un défi, ce qui les stimule pour reconnaître et comprendre un problème contextualisé. Lire, décoder et interpréter des énoncés, des questions, des tâches ou des données permet aux individus de se construire un modèle mental de la situation, ce qui constitue une étape importante sur la voie de la compréhension, de la clarification et de la formulation d'un problème. Lors du processus de résolution, les individus peuvent avoir à résumer et présenter des résultats intermédiaires. Ensuite, lorsqu'ils ont trouvé une solution, ils</td></tr>
</table>

	peuvent avoir à présenter cette solution à d'autres, voire à l'expliquer ou à la justifier.
4. Modélisation. Savoir structurer le champ ou la situation à modéliser ; traduire la « réalité » en structures mathématiques ; interpréter des modèles mathématiques en termes de « réalité » ; travailler en se fondant sur un modèle mathématique ; valider le modèle ; réfléchir, analyser et proposer une critique du modèle et de ses résultats ; pouvoir communiquer avec autrui à propos du modèle et de ses résultats (y compris les limites de ces résultats) ; gérer et contrôler le processus de modélisation.	**Mathématisation** : les individus sont souvent amenés à transposer un problème défini en fonction du monde réel sous une forme strictement mathématique (en faisant appel à des processus de structuration, de conceptualisation, d'élaboration d'hypothèses et/ou de formulation de modèle), et à interpréter ou évaluer un résultat ou un modèle mathématique en fonction du problème initial. Le terme de « mathématisation » est employé pour décrire les activités fondamentales de ce type.
5. Création et résolution de problèmes. Savoir poser, formuler et définir différentes sortes de problèmes mathématiques (par exemple des problèmes de type « pur », « appliqué », « ouvert » ou « fermé ») ; et résoudre différentes sortes de problèmes mathématiques en utilisant divers moyens.	**Conception de stratégies de résolution de problèmes** : les individus sont souvent amenés à concevoir des stratégies pour résoudre des problèmes de façon mathématique. Cela passe par une série de processus de contrôles critiques, qui guident les individus pour les aider à reconnaître, formuler et résoudre des problèmes. Cette compétence permet aux individus de sélectionner ou de concevoir une approche ou une stratégie permettant d'utiliser les mathématiques pour résoudre les problèmes qui se posent dans une tâche ou dans un contexte, mais aussi de guider sa mise en œuvre. Cette aptitude mathématique peut intervenir à n'importe quel stade du processus de résolution de problème.
6. Représentation. Savoir décoder et encoder, transposer, interpréter et distinguer les différentes formes de représentations d'objets et de situations mathématiques ainsi que les relations entre ces diverses représentations ; savoir choisir entre différentes formes de représentations et passer des unes aux autres en fonction de la situation et du but recherché.	**Représentation** : les individus sont très souvent amenés à se représenter des situations ou objets mathématiques, ce qui peut consister à sélectionner, interpréter et utiliser diverses représentations pour se faire une idée du problème, à passer d'une représentation à l'autre, à entrer en interaction avec le problème ou à présenter leur travail. Par représentations, on entend des graphiques, des tableaux, des diagrammes, des images, des équations, des formules et des matériaux concrets.
7. Utilisation d'un langage et d'opérations de nature symbolique, formelle et technique.	**Utilisation d'opérations et d'un langage symbolique, formel et technique** : la littératie

Savoir décoder et interpréter le langage symbolique et formel, et comprendre sa relation avec le langage naturel; traduire le langage naturel en langage symbolique et formel ; savoir se servir d'énoncés et d'expressions contenant des symboles et des formules ; utiliser des variables, résoudre des équations et effectuer des calculs.	mathématique nécessite l'utilisation des opérations et d'un langage symbolique, formel et technique, ce qui consiste à comprendre, interpréter, manipuler et employer des expressions symboliques (y compris des opérations et des expressions arithmétiques) dans un contexte mathématique régi par des conventions et des règles mathématiques. Cela implique aussi de comprendre et d'utiliser des constructs formels basés sur des définitions, des règles et des systèmes formels, et d'employer des algorithmes avec ces entités. Les symboles, les règles et les systèmes utilisés varient en fonction des contenus mathématiques spécifiques requis dans une tâche pour formuler ou résoudre le problème, ou en interpréter les aspects
8. Utilisation d'instruments et d'outils. Connaître et être capable d'utiliser divers instruments et outils (y compris les outils informatiques) qui peuvent être utiles à l'activité mathématique, et connaître leurs limites.	**7. Utilisation d'outils mathématiques** : la dernière aptitude mathématique qui sous-tend concrètement la littératie mathématique est la l'aptitude à utiliser des outils mathématiques. Par outils mathématiques, on entend les appareils tels que les instruments de mesure, ainsi que les calculatrices et les outils informatiques qui se généralisent. Les individus qui possèdent cette aptitude connaissent divers outils susceptibles de les aider durant une activité mathématique, sont capables de les utiliser et sont conscients de leurs limites. Les outils mathématiques peuvent jouer un rôle important lors de la communication des résultats. Lors des cycles précédents, il n'a été possible de les inclure que de manière minimale, en raison de l'administration d'épreuves papier-crayon. L'épreuve informatisée de mathématiques, une composante facultative du cycle PISA 2012, offre davantage de possibilités pour faire en sorte que les élèves se servent des outils mathématiques, ce qui permettra d'observer la façon dont ils les utilisent durant l'épreuve.

15.1.6 Les niveaux de compétence (PISA 2015-traduction personnelle)

Adaptation de OCDE 2013c et de OCDE2013c)

Niveau	
6	Au niveau 6, les élèves peuvent conceptualiser, généraliser et utiliser des informations sur la base de leurs investigations et de la modélisation de situations problématiques complexes ; ils peuvent utiliser leurs connaissances dans des contextes relativement non-standard et ils peuvent mettre en relation différentes sources d'information et de représentations et passer facilement des unes aux autres. Les élèves de ce niveau sont capables de pensée et raisonnement mathématique avancés. Ces élèves peuvent appliquer cette finesse et cette compréhension, ainsi qu'une maîtrise des opérations et des relations mathématiques symboliques et formelles, pour développer de nouvelles approches et stratégies pour attaquer des situations nouvelles. Les élèves de ce niveau peuvent réfléchir sur leurs actions et peuvent formuler et communiquer précisément leurs actions et leurs réflexions à propos de leurs résultats, interprétations, arguments et sur a pertinence de ceux-ci par rapport à la situation initiale.
5	Au niveau 5, les élèves peuvent élaborer et travailler avec des modèles adaptés à des des situations complexes, identifier des contraintes et préciser des énoncés. Ils peuvent choisir, comparer et évaluer des stratégies de résolution de problèmes appropriées pour faire face à des problèmes complexes liés à ces modèles. Ils peuvent utiliser des stratégies utilisant des modes de pensée et de raisonnement variés et bien développés, des représentations adaptées, des caractérisations symboliques et formelles, ainsi que des idées diverses en rapport avec ces situations. Ils commencent à réfléchir sur leur travail et peuvent formuler et communiquer leurs interprétations et leur raisonnement.
4	Au niveau 4, les élèves peuvent travailler efficacement avec des modèles explicites pour des situations concrètes complexes qui peuvent impliquer des contraintes ou qui demandent de faire des hypothèses. Ils peuvent sélectionner et intégrer différentes représentations, y compris symbolique, les reliant directement aux aspects des situations du monde réel. Les élèves de ce niveau peuvent utiliser leur gamme limitée de compétences et peuvent raisonner avec un peu de perspicacité dans des contextes simples. Ils peuvent construire et communiquer des explications et des arguments fondés sur leurs interprétations, leurs arguments et leurs actions.
3	Au niveau 3, les élèves peuvent exécuter des procédures décrites clairement, y compris celles qui nécessitent des décisions successives. Leurs interprétations sont suffisamment solides pour être une base pour la construction d'un modèle simple ou pour la sélection et l'application de stratégies de résolution de problèmes simples. Les élèves de ce niveau peuvent interpréter et utiliser des représentations basées sur différentes sources d'information et de raisonner directement à partir d'elles. Ils montrent généralement une certaine capacité à gérer les pourcentages, les fractions et les nombres décimaux, et à travailler dans des situations de proportionnalité. Leurs solutions montrent qu'ils se sont engagés dans des interprétations de base et dans un raisonnement.
2	Au niveau 2, les élèves peuvent interpréter et reconnaître les situations dans des contextes qui ne nécessitent pas davantage que des inférences directes. Ils peuvent extraire des informations pertinentes à partir d'une source unique et peuvent faire usage d'un mode de représentation unique. Les élèves de ce niveau peuvent utiliser des algorithmes, des formules, des procédures ou des conventions pour résoudre des problèmes comportant des nombres entiers. Ils sont capables de faire des interprétations littérales des résultats.
1	Au niveau 1, les élèves peuvent répondre à des questions impliquant des contextes familiers où toute l'information pertinente est présente et les questions clairement définies. Ils sont capables d'identifier des informations et d'effectuer des procédures de routine selon des instructions directes données dans des situations explicites. Ils peuvent effectuer des actions qui sont presque toujours évidentes et qui répondent immédiatement à un stimulus donné.

On notera que :

- Le niveau 6 pourrait être simplement défini par : « tout ce qui est au dessus du niveau 5 ».
- Les rapports utilisent aussi un niveau 0 : « tout ce qui est au dessous du niveau 1 ».

- Ces niveaux de littératie mathématiques sont par ailleurs précisés pour chacun des domaines de contenus et pour chacun des processus de PISA 2012-2015.
  Voir OECD2013 (de préférence) ou, à défaut OCDE2013.

  Les rapports PISA donnent de plus, pour L'OCDE et pour chacun des pays participants ainsi que pour certaines catégories d'élèves :
    - les pourcentages d'élèves,
    - le score moyen des élèves,

  qui se trouvent à chacun des 6 niveaux.

15.2 TIMSS2015

Rappel : tout ce qui concerne TIMSS est une traduction personnelle

15.2.1 Contenus : quatrième année primaire (*Grade 4* ; CM1 en France)

Les nombres

Parce que les nombres entiers fournissent l'introduction la plus facile aux opérations avec les nombres, travailler avec les nombres entiers constitue la base des mathématiques à l'école primaire. À ce titre, les nombres entiers sont l'élément prédominant du domaine des nombres et les élèves devraient être en mesure de calculer avec des nombres entiers de taille raisonnable et être en mesure d'utiliser des calculs pour résoudre des problèmes. *Cependant, dans la mesure où les objets et les quantités ne se présentent pas souvent avec des nombres entiers, il est également important que les élèves comprennent les fractions comme base pour de nombreux calculs. Les élèves devraient être en mesure de comparer les fractions familières et les décimaux. En outre, en quatrième année de l'enseignement primaire, les concepts pré-algébriques font également partie de l'évaluation TIMSS, y compris la compréhension du concept de variables (inconnues) dans les équations simples, et une première compréhension des relations entre les quantités.*

Formes géométriques et mesures

Nous sommes entourés par des objets de formes et de tailles différentes. La géométrie nous permet de visualiser et de comprendre les relations entre les formes et les tailles. Ce domaine porte sur la compréhension des mesures, le repérage du plan, les lignes et les angles. Il couvre également la question des surfaces et des solides. Les deux sujets dans les formes et les mesures géométriques sont les suivants :

- *Les points, les lignes et les angles.*

- *Les formes en deux et trois dimensions.*

  En quatrième année de l'enseignement primaire, les élèves devraient être capables d'identifier les propriétés et les caractéristiques des lignes, des angles, et une variété de figures géométriques, y compris les formes en deux et trois dimensions. Le sens spatial fait partie intégrante de l'étude de la géométrie et les élèves seront invités à décrire et dessiner une variété de figures géométriques. Ils devraient également être en mesure d'analyser les relations géométriques et d'utiliser ces relations pour résoudre les problèmes. Les élèves devraient être capables d'utiliser des instruments et des outils pour mesurer les caractéristiques physiques telles que longueur, angle, aire et volume; ainsi qu'être capables d'utiliser des formules simples pour calculer les aires et périmètres des carrés et des rectangles.

Représentation de données

L'explosion des données dans la société de l'information d'aujourd'hui a conduit à un bombardement quotidien de présentations visuelles d'information quantitative. Souvent, l'Internet, les journaux, magazines, manuels, ouvrages de référence et les articles ont des données présentées sous forme de diagrammes, tableaux et graphiques. Les élèves doivent comprendre que les graphiques et les tableaux aident à organiser l'information ou des catégories et de fournir un moyen de comparer les données. La partie représentation de données est constituée d'un seul sujet :

- *Lire, interpréter et représenter des données*

En quatrième année, les élèves devraient être en mesure de lire et de reconnaître les diverses formes de données présentées. Compte tenu d'une situation problématique simple et les données qui ont été recueillies, les élèves devraient être capables d'organiser et de représenter sous forme de graphiques et de tableaux les données relatives aux questions qui ont motivé la collecte de données. Les élèves devraient être en mesure de comparer les caractéristiques des données et d'en tirer des conclusions fondées sur les représentations de données.

15.2.2 Contenus de TIMSS2015 grade 4 (CM1 en France) en termes de savoir-faire

Nombres

Nombres : nombres entiers

1. Faire preuve de connaissance relativement à l'écriture de position, y compris reconnaitre et écrire des nombres sous forme décomposée et représenter des nombres entiers en utilisant des mots, des diagrammes ou des symboles.
2. Comparer, ordonner et arrondir des nombres entiers.
3. Calculer (+, -, ×, ÷) avec des nombres entiers.
4. Résoudre des problèmes définis en contexte, y compris celles impliquant des mesures, la monnaie, et des proportions simples.

5. Identifier les nombres pairs et impairs; identifier les multiples et les diviseurs de nombres.

Nombres : fractions et décimaux

1. Reconnaître les fractions en tant que parties de totalités, parties d'une collection, ou de position sur les lignes numériques, et représenter des fractions en utilisant des mots, des nombres ou des modèles.
2. Identifier des fractions simples équivalentes; comparer et ordonner des fractions simples; additionner et soustraire des fractions simples, y compris celles rencontrées dans des situations de problèmes.
3. Faire preuve de connaissance relativement à l'écriture de position, y compris représenter des décimaux en utilisant des mots, des nombres ou des modèles ; comparer, ordonner, et arrondir des nombres décimaux ; ajouter et soustraire des décimaux, y compris ceux rencontrés dans des situations de problèmes.

Note : en quatrième année primaire, les fractions rencontrées sont de dénominateurs 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 ou 100. Les nombres décimaux rencontrés auront une ou deux décimales.

Nombres : Expressions, équations simples et relations.

1. Trouvez le nombre ou l'opération manquante dans une phrase numérique (par exemple, 17 + w = 29).
2. Identifier ou écrire des expressions ou des phrases numériques pour représenter des situations de problèmes impliquant des inconnues.
3. Identifier et utiliser des relations dans un schéma bien défini (par exemple, décrire la relation entre des termes adjacents et générer des paires de nombres entiers respectant une règle).

Formes géométriques et mesures

Formes géométriques et mesures : points, lignes, et angles

1. Mesurer et estimer des longueurs.
2. Identifier et tracer des droites parallèles et perpendiculaires.
3. Identifier, comparer et dessiner différents types d'angles (par exemple, un angle droit, et des angles plus grands ou plus petits qu'un angle droit).
4. Utilisation de systèmes de coordonnées informels (i.e. quadrillage) pour localiser des points dans un plan.

Formes géométriques et mesures : formes en deux ou trois dimensions

1. Utiliser des propriétés élémentaires pour décrire et comparer des formes géométriques communes en deux ou trois dimensions, y compris la droite et la symétrie de rotation.
2. Mettre en relation les formes en trois dimensions avec leurs représentations en deux dimensions.
3. Calculer des périmètres de polygones; calculer les surfaces de carrés et de rectangles et estimer des aires et des volumes de figures géométriques en les recouvrant avec une forme donnée ou en les remplissant avec des cubes.

Remarque : En quatrième année, les formes géométriques rencontrées comprendront des cercles, des triangles, quadrilatères, et autres polygones, ainsi que des cubes, des solides rectangulaires, des cônes, des cylindres et des sphères.

Représentation de données

Données : Lecture, interprétation et représentation.

1. Lire, comparer, et représenter des données présentées sous forme de tables, de pictogrammes, des diagrammes en bâtons, de graphiques linéaires et de diagrammes circulaires.
2. Utilisez des informations extraites de représentations de données pour répondre à des questions qui vont au-delà de la lecture directe les données présentées (par exemple, résoudre des problèmes et effectuer des calculs en utilisant les données, combiner des données provenant de deux ou plusieurs sources, faire des inférences et tirer des conclusions fondées sur des données).

15.2.3 Contenus TIMSSADV2015 - Terminale S en France

Algèbre

L'algèbre fournit une base pour de futures études en mathématiques, ainsi que pour de nombreuses autres disciplines. S'appuyant sur les connaissances et les compétences développées dans les classes inférieures, le domaine de l'algèbre englobe trois domaines thématiques :

- *Les expressions et les opérations;*
- *Les équations et les inégalités;*
- *Les fonctions.*

Le premier thème concerne l'utilisation et l'évaluation d'expressions algébriques de divers types ainsi que l'utilisation de l'arithmétique et des séries géométriques. Le deuxième thème concerne l'utilisation d'équations, d'inéquations, et de systèmes d'équations et d'inéquations pour résoudre des problèmes. Le troisième thème se concentre sur diverses représentations et propriétés de fonctions.

Analyse

L'analyse est un outil essentiel pour comprendre les principes qui régissent le monde physique et est le point d'entrée vers des carrières scientifiques principalement basées sur les mathématiques. Le contenu de l'analyse pour les mathématiques de TIMSSADV2015 se concentre sur les points suivants :

- *Limites.*
- *Dérivées.*
- *Intégrales.*

L'accent est mis sur la compréhension des limites et sur le calcul de limites de fonctions, la différenciation et l'intégration d'une gamme de fonctions, et sur l'utilisation de ces compétences dans la résolution de problèmes.

Géométrie

Les applications de la géométrie sont directement liées à la solution de nombreux problèmes du monde réel et sont largement utilisés dans les sciences. Parce que la trigonométrie a ses origines dans l'étude de la mesure du triangle, le contenu de la géométrie comprend également des éléments de trigonométrie. Le domaine de la géométrie de TIMS_TS 2015 se concentre sur deux thèmes communs aux programmes de la plupart des pays participants :

- *Géométrie classique et géométrie analytique.*
- *Trigonométrie.*

L'objectif de la géométrie (classique et analytique) porte sur l'utilisation des propriétés des figures géométriques pour résoudre des problèmes en deux et trois dimensions, la résolution de problèmes en utilisant la géométrie des coordonnées en deux dimensions, et les vecteurs. L'autre thème se concentre sur le triangle et sur les fonctions trigonométriques.

15.2.4 Contenus de TIMSSADV2015 en termes de savoir-faire[53]

Algèbre

Algèbre : Expressions et opérations

1. Utiliser des expressions contenant de type exponentielles, logarithmiques, polynomiales, rationnelles, et avec des expressions contenant des radicaux. Effectuer des opérations avec des nombres complexes.
2. Évaluer des expressions algébriques (par exemple, exponentielles, logarithmiques, polynomiales, rationnelles et comportant des radicaux). 3. Déterminer le nième terme de séries arithmétiques et géométriques et les sommes de séries finies et infinies.

Algèbre : Équations et inéquations

1. Résoudre des équations et des inéquations linéaires et quadratiques ainsi que des systèmes d'équations et d'inéquations linéaires.
2. Résoudre des équations de type exponentielle, logarithmique, polynomiale, rationnelle, et des équations comportant des radicaux.
3. Utiliser des équations et des inéquations pour résoudre des problèmes contextuels.

Algèbre : Fonctions

[53] Pour une comparaison avec les contenus de TIMSSADV1995, voir Robitaille D.F. & al : 1993 ou Bodin A. (1997)

1. Interpréter, mettre en relation, et générer des représentations équivalentes de fonctions, y compris de fonctions composées, sous forme de paires ordonnées, de tableaux, de graphiques, des formules, ou de descriptions verbales.
2. Identifier et mettre en contraste les propriétés distinctives des fonctions exponentielles, logarithmiques, polynomiales, rationnelles, et les fonctions mettant en jeu des radicaux.

Analyse

Analyse : limites

1. Déterminer des limites de fonctions, y compris de fonctions rationnelles.
2. Reconnaître et décrire les conditions de continuité et de dérivabilité des fonctions.

Analyse : dérivées

1. Calculer les dérivées de fonctions polynomiales, exponentielles, logarithmiques, trigonométriques, rationnelles, comportant des radicaux, et de fonctions composées. Dériver des produits et des quotients de fonctions.
2. Utiliser des dérivées pour résoudre des problèmes d'optimisation et le taux de variation.
3. Utilisez les dérivées première et seconde pour déterminer la pente, les extremas et les points d'inflexion des fonctions polynomiales et rationnelles.
4. Utilisez les dérivées première et seconde pour esquisser et interpréter des représentations graphiques de fonctions.

Analyse : intégrales

1. Intégrer des fonctions polynômes, exponentielles, trigonométriques et des fonctions rationnelles simples.
2. Évaluer des intégrales définies, et utiliser l'intégration pour calculer les aires et des volumes.

Géométrie

Géométrie : Géométrie classique et géométrie analytique

1. Utilisez la géométrie classique pour résoudre des problèmes du plan et de l'espace.
2. Utiliser la géométrie analytique pour résoudre des problèmes du plan.
3. Appliquer les propriétés des vecteurs, de leurs sommes et de leurs différences pour résoudre des problèmes.

Géométrie : Trigonométrie

1. Utiliser la trigonométrie pour résoudre des problèmes impliquant des triangles.
2. Reconnaître, interpréter et tracer les représentations graphiques des fonctions sinus, cosinus et tangente.
3. Résoudre des problèmes impliquant des fonctions trigonométriques.

15.2.5 Les capacités cognitives tous niveaux - détaillées

Connaître

	CM1 et Quatrième (*Grades 4 and 8)*	**Terminale S *(TIMSSADV)***
Rappeler	Rappel de définitions, propriétés concernant les nombres, unités de mesure, propriétés géométriques, et notations (i.e. : a × b = ab, a + a + a = 3a).	Rappel de définitions, terminologie, notations, propriétés des nombres, d'unités de mesure et de propriétés géométriques.
Reconnaître	Reconnaître des nombres, des expressions, des quantités et des formes. Reconnaître des entités mathématiquement équivalents (par exemple, équivalence de fractions familières, de décimaux et de pourcentages; orientations différentes de figures géométriques simples).	Reconnaître les entités qui sont mathématiquement équivalentes (par exemple, représentations différentes d'une même fonction).
Classifier, ranger	Classez des nombres, des expressions, des quantités et des formes par des propriétés communes.	
Calculer	Exécuter des procédures algorithmiques pour +, -, ×, ÷, ou une combinaison de ces opérations avec des nombres entiers, des fractions, des décimaux, et des entiers relatifs. Réaliser des procédures algébriques simples.	Effectuer des procédures algorithmiques (par exemple, déterminer les dérivés de fonctions polynômes, et résoudre une équation simple).
Extraire	Extraire des informations à partir de graphiques, de tableaux, de textes, ou d'autres sources.	
Mesurer	Utiliser des instruments de mesure et choisir les unités de mesure appropriées.	

Appliquer

	CM1 et Quatrième (*Grades 4 and 8*)	**Terminale S *(TIMSSADV)***
Déterminer	Déterminer des **opérations** efficaces	Déterminer des **méthodes** efficaces et

	et appropriées, des stratégies ou des outils pour résoudre des problèmes pour lesquels il y a des méthodes de solution couramment utilisées.	appropriées, des stratégies ou des outils pour résoudre des problèmes pour lesquels il y a des méthodes de solution couramment utilisées.
Représenter / Modéliser	Afficher des données dans des tableaux ou des graphiques; créer des équations, des inéquations, des figures géométriques, ou des diagrammes qui modélisent des situations de problèmes ; générer des représentations équivalentes pour une entité ou une relation mathématique donnée.	Générer une équation ou un diagramme qui modélisent des situations de problèmes et générer des représentations équivalentes pour une entité mathématique donnée, ou un ensemble d'informations.
Mettre en œuvre	Mettre en œuvre des stratégies et des opérations pour résoudre des problèmes impliquant des concepts et des procédures mathématiques familiers.	

Raisonner

	CM1 et Quatrième (*Grades 4 and 8*)	**Terminale S** *(TIMSSADV)*
Analyser	Déterminer, décrire, ou utiliser les relations entre nombres, expressions, quantités et formes.	Identifier les éléments d'un problème et déterminer les informations, les procédures et les stratégies nécessaires pour résoudre le problème.
Intégrer/ Synthétiser	Relier différentes connaissances, des représentations liées, et des procédures de résolution de problèmes.	
Évaluer	Évaluer des stratégies alternatives de résolution et de solutions de problèmes.	Déterminer la pertinence de stratégies et de solutions alternatives.
Tirer des conclusions	Faire des inférences valides basées sur des informations et des preuves.	
Généraliser	Produire des énoncés qui représentent des relations en termes plus généraux et plus largement applicables.	
Justifier	Produire des arguments mathématiques pour justifier une stratégie ou une solution.	Produire des arguments mathématiques**, ou des preuves**, pour justifier une stratégie, une solution **ou une assertion**.

15.2.6 Niveaux de difficulté des questions PISA 2012 présentées dans ce rapport

Niveau		Niveau
6	PORTE À TAMBOUR Question 2 CARGO À VOILE Question 3 GARAGE question 2 - Crédit total HÉLÈNE LA CYCLISTE Question 3	6
5	GARAGE question 2 - Crédit partiel DÉBIT D'UNE PERFUSION Question 1 - crédit total ASCENSION DU MONT FUJI Question 2 DÉBIT D'UNE PERFUSION Question 2 DÉBIT D'UNE PERFUSION Question 1 - crédit partiel	5
4	ASCENSION DU MONT FUJI Question 3 - crédit total LA GRANDE ROUE Question 1 ASCENSION DU MONT FUJI Question 3 - crédit partiel ACHAT D'UN APPARTEMENT PORTE À TAMBOUR Question 3 QUELLE VOITURE CHOISIR ? Question 3	4
3	PORTE À TAMBOUR Question 1 CARGO À VOILE Question 1 HÉLÈNE LA CYCLISTE Question 2 DÉBIT D'UNE PERFUSION Question 2 SAUCE	3
2	LA GRANDE ROUE Question 2 ASCENSION DU MONT FUJI Question 1 HÉLÈNE LA CYCLISTE Question 1 HIT-PARADE Question 2 GARAGE question 3	2
1	HIT-PARADE Question 2	1
-1	HIT-PARADE Question 1 QUELLE VOITURE CHOISIR ? Question 1	-1

16 Les outils d'analyse des items

16.1 Présentation de la taxonomie de la complexité (Gras & Bodin)

<table>
<tr><th></th><th>Catégorie générale</th><th colspan="2">Sous catégorie</th><th>Champ d'application</th><th>Types de demandes</th><th>Commentaires</th></tr>
<tr><td rowspan="4">A</td><td rowspan="4">Connaissance et reconnaissance</td><td>A1</td><td>des faits</td><td rowspan="4">Définitions – Propriétés - Théorèmes
Règles de décision et d'inférence.
Application directe</td><td rowspan="4">Énoncer
Identifier - Classer – Déduire
Exécuter – Effectuer des algorithmes.</td><td rowspan="4">Ce niveau ne met pas nécessairement en jeu la compréhension. Il s'agit de savoir dire, d'identifier, de reconnaître, d'appliquer "automatiquement". Les savoirs correspondant peuvent facilement être implémentés en machine.
Tous les automatismes sont à ce niveau.</td></tr>
<tr><td>A2</td><td>du vocabulaire</td></tr>
<tr><td>A3</td><td>des outils</td></tr>
<tr><td>A4</td><td>des procédures</td></tr>
<tr><td rowspan="6">B</td><td rowspan="6">Compréhension</td><td>B1</td><td>des faits</td><td rowspan="6">Production d'exemples et de contre exemples.
Analyse en compréhension de textes mathématiques et en particulier de raisonnements et de démonstrations</td><td rowspan="6">Expliquer – justifier - "Expliquer comment ça marche"
Interpréter - Changer de langage – Transposer - Redire avec ses propres mots - Résumer
Justifier un argument – Déduire.
Analyser un énoncé, une situation.
Associer - Mettre en relation... – Anticiper.</td><td rowspan="6">Ce niveau suppose analyse et réflexion.
Ici, on montre que l'on sait quand faire et quoi faire et que l'on on sait comment et pourquoi ça marche.
On sait expliquer, interpréter, mettre en relation.
Une démonstration ou l'application d'une procédure constituée d'un seul pas reste à ce niveau.</td></tr>
<tr><td>B2</td><td>du vocabulaire</td></tr>
<tr><td>B3</td><td>des outils</td></tr>
<tr><td>B4</td><td>des procédures</td></tr>
<tr><td>B5</td><td>Des relations</td></tr>
<tr><td>B6</td><td>Des situations</td></tr>
<tr><td rowspan="3">C</td><td rowspan="3">Application</td><td>C1</td><td>Dans des situations familières simples</td><td rowspan="3">Il s'agit de l'application d'outils et de procédures dans des situations supposant analyse et mobilisation de plusieurs éléments (faits vocabulaire, outils, procédures...)</td><td rowspan="3">Exécuter – Implémenter - Choisir
Prendre des initiatives – adapter - Démontrer</td><td rowspan="3">Ce niveau suppose la compréhension, laquelle suppose analyse et réflexion (sinon on est en A).
Ce niveau peut laisser la mathématisation partiellement ou totalement à la charge de l'élève.
Le traitement des situations de ce niveau demande plus d'un pas de démonstration ou d'application de procédures à la charge de l'élève :
C1 : dans un enchainement linéaire.
C2 : dans un enchaînement arborescent dont une seule</td></tr>
<tr><td>C2</td><td>Dans des situations familières moyennement complexes</td></tr>
<tr><td>C3</td><td>Dans des situations familières complexes</td></tr>
</table>

						branche comporte plusieurs pas. C3 : dans un enchaînement arborescent dont plusieurs branches comportent plusieurs pas.
D	**Créativité**	**D1**	Utiliser dans une situation nouvelle des outils et des procédures connus	En étendant ou modifiant leur champ d'application familier.	Adapter – prolonger – Production de démonstrations personnelles Conjecturer – Généraliser - Modéliser	Ce niveau suppose analyse préalable, expérimentation, accumulation d'indices (il ne s'agit pas de deviner ou de reconnaître (niveau A), mais l'intuition intervient (induction).
		D2	Émission d'idées nouvelles	..nouvelles ou personnelles par rapport à la formation reçue et à l'expérience acquise.		
		D3	Création d'outils et de démarches personnelles			
E	**Jugement**	**E1**	Production de jugements relatifs à des productions externes		Évaluer la qualité d'une argumentation	Ce niveau implique des connaissances, suppose la compréhension et la production personnelle.
		E2	Auto-évaluation		Analyse métacognitive	

Notes complémentaires

Spécialement construite pour les mathématiques, cette taxonomie s'inspire de la taxonomie de Régis Gras [3] que nous avons utilisée pendant 20 ans sur des milliers d'énoncés, mais elle prend aussi en compte les travaux d'Aline Robert [4] et ceux du programme PISA de l'OCDE.
Enfin elle prend en compte la révision de la taxonomie de Bloom proposée en 2001 Par L.W. Anderson et D.R. Krathwool.
La taxonomie de Van Hiele a aussi été prise en compte, en particulier en ce qui concerne la place de l'analyse. Spécifique de la géométrie, cette taxonomie ne pouvait cependant pas être utilisée telle quelle dans une taxonomie qui se veut générale.
La taxonomie est hiérarchisée : chaque niveau suppose la mobilisation des niveaux précédents
Les catégories analyse et synthèse ne figurent pas dans cette classification. Elles sont sous-entendues ou transversales.
En effet, l'analyse est présente dès le niveau A. La reconnaissance n'est pas la divination : elle suppose une analyse plus ou moins approfondie de la situation.
De même la synthèse peut être présente dès qu'il s'agit de rassembler des éléments ou de résumer une situation (i.e. identifier et rassembler les hypothèses d'un problème : on est encore au niveau B)
La complexité d'une procédure ou d'une argumentation est repérée par la complexité d'un l'organigramme la représentant (déductogramme dans le cas d'une démonstration). Des exemples sont donnés dans [2].
Attention : la taxonomie est adaptée au classement des énoncés mathématiques et particulièrement des exercices et problèmes (mais l'étude d'un texte mathématique peut aussi l'utiliser). Par contre, elle n'est pas adaptée à l'analyse des productions, telles que les travaux d'élèves. Pour cela, il faut envisager d'autres outils tels que la taxonomie SOLO (Structures of the Observed Learning Outcomes).

16.2 Niveaux de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques

Extrait de :

Roditti & Salles (2015) : Nouvelles analyses de l'enquête Pisa 2012 en mathématiques. Un autre regard sur les résultats. In Éducation & Formations n° 86-87

Avec l'aimable autorisation des auteurs.

Objets mathématique, outils mathématique

Les items peuvent [ ] être différenciés selon deux premières catégories de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques : ceux pour lesquels la réponse repose uniquement sur la compréhension qualitative de contenus – concepts, théorèmes, etc. – sans réalisation de la part de l'élève, et ceux qui nécessitent effectivement la mise en oeuvre d'une procédure reposant sur des contenus mathématiques.

Les questions posées dans PISA émergent toujours de situations liées à la vie réelle. Les items de la première catégorie évaluent ainsi la compréhension d'un savoir mathématique en contexte, mais seulement en tant qu'objet, les élèves n'ayant pas à l'utiliser. Les items de la seconde catégorie évaluent, en revanche, l'acquisition de ces savoirs en tant qu'outils, c'est-à-dire la capacité à les mettre en oeuvre pour résoudre un problème. Cette distinction entre les caractères objet et outil des savoirs mathématiques avait été effectuée par Douady [1986], didacticienne, pour rendre compte de la dynamique à l'oeuvre lors de la construction de nouvelles connaissances mathématiques, ces deux caractères entretenant une relation dialectique au cours de l'activité.

Niveau 0 : « concept »

Ainsi, certaines questions d'évaluation portent sur des contenus mathématiques pour attester de leur compréhension pour eux-mêmes ; elles visent le caractère objet de ces contenus. Il en va ainsi de nombreux exercices classiques d'entraînement de calcul numérique ou algébrique où les élèves attestent de leur capacité à effectuer une opération sans même que soit interrogée l'opportunité de poser cette opération dans un problème. Comme cela a déjà été expliqué, **il n'y a pas d'items de la sorte dans PISA**[54]. Il y a, en revanche, des items qui portent sur le caractère objet d'un concept, et où les élèves doivent témoigner d'une compréhension de ce concept sans avoir à le mettre en oeuvre, ce que certains auteurs appellent une compréhension conceptuelle [Kilpatrick, Swafford, Findel, 2001]. Ce serait le cas, par exemple, d'un item demandant si un enfant qui jette un dé qui est tombé sur « 6 » la première fois possède plus ou moins de chance d'obtenir « 6 » la deuxième fois. Sans demande de justification, aucune technique ou méthode n'est requise, il s'agit seulement d'exprimer par une réponse sa compréhension de l'indépendance des événements aléatoires. Les savoirs ainsi évalués dans PISA concernent souvent la probabilité, la notion de moyenne, les fonctions et les grandeurs. Nous avons réuni ces items dans une même catégorie appelée «

[54] Il y en a par contre beaucoup dans TIMSS (voir chapitre 9)

compréhension qualitative de concepts » ou plus simplement « concept ».

D'autres questions évaluent le caractère outil des savoirs, l'élève doit alors mettre une connaissance mathématique en fonctionnement après s'être assuré de la pertinence de cette connaissance pour traiter la question posée dans le contexte indiqué. Nous distinguons ces mises en fonctionnement suivant qu'elles sont plus ou moins suggérées par l'énoncé, suivant aussi le degré d'initiative demandé à l'élève. Cela correspond en effet, selon nous, à différents niveaux d'acquisition des connaissances. En nous inspirant de travaux déjà effectués sur ce sujet en didactique [Robert, 1998], nous considérons trois niveaux de mise en fonctionnement des contenus mathématiques.

Niveau 1 : « direct »

Le premier niveau est celui où l'élève effectue une tâche courante et obtient directement le résultat attendu par la mise en oeuvre d'une procédure, souvent unique, qui est indiquée ou suggérée par l'énoncé, et dont les programmes scolaires permettent de penser qu'elle est automatisée pour les élèves. Dans les items PISA, de tels items conduisent généralement à l'application d'une propriété géométrique, d'une règle de calcul, d'une lecture graphique directe, etc. Il peut s'agir également d'une simple mise en lien de connaissances mathématiques avec le contexte de la situation. Les items correspondant à ce premier niveau de mise en fonctionnement sont regroupés dans une catégorie appelée « mise en fonctionnement directe d'une procédure » ou plus simplement « directe ».

Niveau 2 : « Adaptation

Les items qui relèvent du second niveau nécessitent que l'élève adapte ou transforme l'énoncé – les données ou la question posée – avant d'appliquer ses connaissances. La transformation peut prendre la forme d'une transformation d'information : convertir, par exemple, une donnée dans une autre unité de mesure. Il peut s'agir d'un changement de point de vue sur des objets mathématiques ou sur une relation entre des objets : isoler, par exemple, une figure plane d'une figure de l'espace ; ou, ayant à établir que trois points sont alignés, considérer la droite qui passe par les deux premiers et montrer que le troisième appartient à cette droite. L'élève peut aussi avoir à changer de cadre [Douady, 1986] ou de registre de représentation [Duval, 1995] : passer, par exemple, dans le cadre graphique pour résoudre un problème numérique ; convertir une procédure indiquée dans le registre langagier en un calcul appartenant au registre numérique ou algébrique. Tous ces items ont été regroupés dans une catégorie appelée « mise en fonctionnement d'une procédure avec adaptation de l'énoncé » ou plus simplement « adaptation ».

Niveau 3 : « Intermédiaires

Dans les items du troisième niveau, la mise en fonctionnement des contenus nécessite que l'élève, de manière autonome, introduise un ou plusieurs intermédiaires. Ils peuvent concerner le processus de résolution lui-même : décomposer une question en plusieurs étapes ; introduire une notation pour traiter le problème (par exemple en attribuant une lettre à différentes variables), etc. Il peut s'agir également d'intermédiaires ajoutés aux données : considérer une nouvelle variable combinant, par exemple, deux variables déjà explicitées dans un problème numérique ; utiliser un nouvel objet géométrique pour résoudre un problème, par exemple en considérant une droite ou un cercle qui n'apparaît pas dans l'énoncé ; introduire une fonction là où deux variables étaient indiquées avec une relation numérique les reliant, etc. Parce qu'il s'agit d'un intermédiaire qui n'est pas suggéré par l'énoncé, l'introduction correspond à une initiative de la part de l'élève ; elle est totalement à sa charge. Les items de ce type sont regroupés dans une catégorie appelée « mise en fonctionnement d'une procédure avec introduction d'intermédiaires » ou plus simplement « intermédiaires ».

La distinction de ces quatre catégories de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques, qui portent sur leur dimension objet comme sur leur dimension outil, conduit à poser un nouveau regard sur les items de PISA, ainsi que sur les résultats produits par ce programme.

16.3 Niveaux taxonomique des items présentés

PISA 2012 Niveau taxonomique des items libérés

		Niveau taxonomique Gras - Bodin)				
Identification de l'item	Nom de l'item	A	B	C	D	E
PM00FQ01	ACHAT D'UN APPARTEMENT		B4			
PM923Q03	CARGO À VOILE_Question 2			C1		
PM934Q01	LA GRANDE ROUE_Question 1		B6			
PM934Q02	LA GRANDE ROUE_Question 2		B5			
PM991Q01	GARAGE_Question 1		B5			
PM991Q02D	GARAGE_Question 2			C2		
PM995Q01	PORTE À TAMBOUR_Question 1		B5			
PM995Q02	PORTE À TAMBOUR_Question 2				D1	
PM918Q01	HIT-PARADE_Question 1		B4			
PM918Q02	HIT-PARADE_Question 2		B4			
PM918Q05	HIT-PARADE_Question 3			C2		
PM985Q01	QUELLE VOITURE CHOISIR _question 1					
PM923Q01	CARGO À VOILE_Question 1			C1		
PM924Q02	SAUCE			C1		
PM942Q01	ASCENSION DU MONT FUJI_Question 1			C1		
PM942Q03	ASCENSION DU MONT FUJI_Question 3			C1		
PM985Q02	QUELLE VOITURE CHOISIR _question 2					
PM985Q03	QUELLE VOITURE CHOISIR _question 3					
PM995Q03	PORTE À TAMBOUR_Question 3				D1	
PM903Q01	DÉBIT D'UNE PERFUSION_Question 1			C2		
PM903Q03	DÉBIT D'UNE PERFUSION_Question 2				D1	
PM923Q04	CARGO À VOILE_Question 3			C3		
PM942Q02	ASCENSION DU MONT FUJI_Question 2			C1		
PM957Q01	HÉLÈNE LA CYCLYSTE_ Question 1		B1			
PM957Q02	HÉLÈNE LA CYCLYSTE_ Question 2		B4			
PM957Q03	HÉLÈNE LA CYCLYSTE_ Question 3		B4			

TIMSS Classification des items présentés

			Niveau taxonomique Bodin-Gras				
			A	B	C	D	E
CM1	M031346A	TIMSS 2011 - Grade 4 - Échange de cartes -item A		B4			
	M031346B	TIMSS 2011 - Grade 4 - Échange de cartes -item B		B6			
	M031346C	TIMSS 2011 - Grade 4 - Échange de cartes -item C			C1		
	M031379	TIMSS 2011 - Grade 4 - Échange de cartes -item D		B6			
	M031380	TIMSS 2011 - Grade 4 - Échange de cartes -item E				D1	
	M031210	TIMSS 2011 - Grade 4 – plus grande fraction	A1				
	M051203	TIMSS 2011 - Grade 4 - Multiplication	A4				
	M041284	TIMSS 2011 - Grade 4 –Trier des formes			C1		
	M041132	TIMSS 2015 - Grade 4 - Longueur d'un serpent				D1	
Quatrième	M032721	TIMSS 2011 - Grade 8 - Vente de boissons gazeuses			C2		
	M032757	TIMSS 2011 - Grade 8 - Pavage carré question 1		B6			
	M032760A	TIMSS 2011 - Grade 8 - Pavage carré question 2A			C2		
	M032760B	TIMSS 2011 - Grade 8 - Pavage carré question 2B			C2		
	M032760C	TIMSS 2011 - Grade 8 - Pavage carré question 2C				D1	
	M032761	TIMSS 2011 - Grade 8 - Pavage carré question 3				D2	
	M042201	TIMSS 2011 - Grade 8 - Volume d'un pavé droit			C1		
	M052173	TIMSS 2011 - Grade 8 - Aire d'un jardin				D1	
	M052216	TIMSS 2011 - Grade 8 - Écriture décimale d'un quotient	A4				
	M052002	TIMSS 2011 - Grade 8 - Le plus long morceau			C3		
	M052206	TIMSS 2011 - Grade 8 - Rangement de livres			C1		
Terminale S	MA13002	TIMSS 2011 - Advanced – fonction par morceaux				D1	
	MA23198	TIMSS 2011 - Advanced – Pente et dérivée			C2		
	MA23050	TIMSS 2011 – Advanced - Aire			C2		

16.4 Détail des compétences majeures (page 190 du programme 2016)

Compétence **Chercher**

- Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc.
- S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.
- Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.

Compétence **Modéliser**

- Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.
- Reconnaitre et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.
- Reconnaitre des situations réelles pouvant être modélisées par des relations géométriques (alignement, parallélisme, perpendicularité, symétrie).
- Utiliser des propriétés géométriques pour reconnaitre des objets.

Compétence **Représenter**

- Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages, …
- Produire et utiliser diverses représentations des fractions simples et des nombres décimaux.
- Analyser une figure plane sous différents aspects (surface, contour de celle-ci, lignes et points)
- Reconnaitre et utiliser des premiers éléments de codages d'une figure plane ou d'un solide.
- Utiliser et produire des représentations de solides et de situations spatiales.

Compétence **Raisonner**

- Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement.
- En géométrie, passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments pour amorcer des raisonnements s'appuyant uniquement sur des propriétés des figures et sur des relations entre objets.
- Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.
- Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.

Compétence **Calculer**

- Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations).
- Contrôler la vraisemblance de ses résultats.
- Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.

Compétence **Communiquer**

- Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation.
- Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

16.5 Acronymes

ACER	*Australian Council for Educational Research.*
ALL	*Adult Literacy and Life Skills Survey*
	Enquête sur la littératie et les compétences des adultes
CEDRE	Cycle des évaluations disciplinaires réalisées sur échantillon
DEP	Direction de l'évaluation et de la prospective
Depp	Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance
ETS	*Educational Testing Service*
EVAPM	Evaluation des apprentissages mathématiques
FIMS	*First International Mathematics Study*
	Première étude internationale sur l'enseignement des mathématiques
IEA	*The International Association for the Evaluation of Educational Achievement*
	Association internationale sur l'évaluation et la réussite scolaire
KOM	*Competencies and Mathematics Learning*
MENESR	Ministère de l'Éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche
OECD	*Organisation for Economic Co-operation and Development*
OCDE	Organisation de coopération et de développement Économiques
OM	Organisations mathématiques
PIAAC	*Program for the International Assessment of Adult Competencies*
	Programme pour l'évaluation internationale des compétences des adultes
PIB	Produit Intérieur Brut
PIRLS	*Progress in Reading Literacy Study*
	Programme international de recherche en lecture scolaire
PISA	*Program for International Student Achievement.*
	Programme international pour l'évaluation des élèves
QCM	Questionnaire à choix multiples
SIMS	*Second International Mathematics Study*
	Seconde étude internationale sur l'enseignement des mathématiques et des sciences
TALIS	*Teaching and Learning International Survey*
	Enquête internationale sur l'enseignement et l'apprentissage
TIC	Technologies de l'information et de la communication
TIMSS	*Third International Mathematics and Science Study*
	Troisième étude internationale sur l'Enseignement des Mathématiques et des
	Trends in International Mathematics and Science Study
	Tendances internationales dans l'enseignement des mathématiques et des sciences
TIMSS4	TIMSS *grade* 4 (niveau CM1 en France)
TIMSS8	TIMSS *grade* 8 (niveau quatrième en France)
TIMSSAD	TIMSS *Advanced* (Terminale S en France)
UNESCO	Organisation des Nations unies pour l'éducation, la science et la culture

PISA, TIMSS,
les MATHÉMATIQUES et les SCIENCES

Étude réalisée pour le CNESCO

Antoine Bodin

IREM d'Aix-Marseille

(Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques)

Avec le concours de Nadine Grapin, maître de conférences à l'université Paris Est-Créteil

ANNEXES PARTIE 2

Étude commandée par le CNESCO (Conseil National d'évaluation du système SCOlaire) pour préparer la sortie des résultats de PISA 2015 et de TIMSS 2015.

L'essentiel de cette étude a été intégrée dans le rapport officiel du CNESCO par son directeur scientifique, Jean-François Chesné, que je remercie vivement pour l'aide constante qu'il m'a apportée.

Merci aussi à Franck Salles, chargé d'études à la Depp pour son aide amicale et pour ses conseils.

Le rapport complet du CNESCO, téléchargeable à l'adresse ci-dessous, intègre l'étude faite pour les sciences par Cécile de Hosson et Nicolas Décamp, ainsi qu'une contribution de Pierre Vrignaud pour les traitements statistiques.

Retrouvez les publications du Cnesco : www.cnesco.fr

Table des matières des Annexes Parie 2

17 Annexes seconde partie

17.1 Tableaux détaillant les éléments d'analyse des questions des enquêtes PISA2012 et TIMSS2015

17.1.1 Analyse de l'ensemble des questions de PISA 2015

PISA 2015 : Ensemble des questions mathématiques de l'enquête Référence Rapport technique de PISA 2012 Table A.1 (Pages 406-407) - Traduit par nos soins						Niveau de complexité					Niveau NMF				Scores moyens				
N°	Id	Nom de la question	Processus	Contenus	Format	A	B	C	D	E	MFC_0	MFC_1	MFC_2	MFC_3	des pays	de tous les élèves de l'OCDE	France	Finlande	Japon
1	PM00FQ01	Achat d'un appartement	Formuler	Espace et forme	Ouvert long		B6					X			44,6	42,6	42,5	53,9	52,0
2	PM909Q01	Amendes pour excès de vitesse - Q1	Interpréter	Quantité	Ouvert court		B6					X			89,3	88,9	93,8	94,6	94,2
3	PM909Q02	Amendes pour excès de vitesse - Q2	Employer	Quantité	QCM simple			C2					X		63,1	58,6	68,4	69,2	69,8
4	PM909Q03	Amendes pour excès de vitesse	Interpréter	Variations	Ouvert			C2					X		35,7	33,2	39,4	28,4	58,3

		- Q3		et relations	long														
5	PM943Q01	Arcs - Question 1	Formuler	Variations et relations	QCM simple		B6					X			50,0	51,3	46,7	46,2	59,8
6	PM943Q02	Arcs - Question 2	Formuler	Espace et forme	Ouvert long			C2						X	5,3	5,7	3,0	3,6	16,8
7	PM905Q01T	Balles de tennis - Question 1	Interpréter	Quantité	QCM complexe		B5					X			77,7	78,2	78,8	84,2	87,1
8	PM905Q02	Balles de tennis - Question 2	Interpréter	Quantité	Ouvert long			C2					X		50,1	47,1	47,9	56,4	62,4
9	PM442Q02	Braille	Interpréter	Quantité	Ouvert court				D1				X		38,3	37,5	43,6	46,2	63,2
10	PM034Q01T	Briques	Formuler	Espace et forme	Ouvert long				D1					X	42,4	38,9	41,8	54,5	58,7
11	PM923Q01	Cargo à voile - Question 1	Employer	Quantité	QCM simple			C1				X			59,5	54,8	54,5	73,0	56,8
12	PM923Q03	Cargo à voile - Question 2	Employer	Espace et forme	QCM simple			C1				X			49,8	47,1	44,9	50,1	52,8
13	PM923Q04	Cargo à voile - Question 3	Formuler	Variations et relations	Ouvert long			C3					X		15,3	14,2	13,4	16,1	18,7
14	PM447Q01	Carrelage	Employer	Espace et forme	QCM simple				D1				X		68,3	67,5	69,9	78,2	86,2
15	PM00GQ01	Colonne publicitaire	Formuler	Espace et forme	Ouvert court				D1					X	8,8	8,2	6,9	11,7	21,6
16	PM273Q01T	Conduites	Employer	Espace et forme	QCM complexe			C1					X		51,5	50,0	48,9	60,0	64,3
17	PM603Q01T	Contrôle des codes	Employer	Quantité	QCM complexe			C1					X		45,1	45,1	52,5	49,0	51,4

18	PM903Q01	Débit d'une perfusion -Q1	Employer	Variations et relations	Ouvert long			C1				X			22,2	23,2	18,2	23,6	35,3
19	PM903Q03	Débit d'une perfusion -Q2	Employer	Variations et relations	Ouvert court			C3					X		25,7	29,0	23,2	23,4	43,2
20	PM953Q02	Dépistage de la grippe - Q1	Interpréter	Incertitude et données	Ouvert long		B5						X		49,8	49,5	53,6	52,8	53,0
21	PM953Q03	Dépistage de la grippe - Q2	Formuler	Incertitude et données	Ouvert court			C1					X		51,8	49,1	45,5	51,7	60,1
22	PM953Q04D	Dépistage de la grippe - Q3	Formuler	Incertitude et données	Ouvert long			C3						X	18,2	17,7	16,6	21,2	20,7
23	PM828Q01	Dioxine de carbone - Q1	Employer	Variations et relations	Ouvert long			C2					X		28,5	29,6	37,0	37,8	40,1
24	PM828Q02	Dioxine de carbone - Q2	Employer	Incertitude et données	Ouvert court		B6						X		56,0	56,0	43,0	64,2	55,1
25	PM828Q03	Dioxine de carbone - Q3	Employer	Quantité	Ouvert court				C2					X	28,0	23,6	30,5	36,2	8,7
26	PM982Q03T	Données sur l'emploi	Interpréter	Incertitude et données	QCM complexe			C1				X			65,0	63,7	69,7	72,9	75,7
27	PM982Q02	Données sur l'emploi	Employer	Incertitude et données	Ouvert court	A3						X			30,7	33,2	38,3	20,6	41,1
28	PM982Q01	Données sur l'emploi	Employer	Incertitude et données	Ouvert court	A3						X			87,3	86,3	88,9	90,3	85,2
29	PM982Q04	Données sur l'emploi	Formuler	Incertitude et données	QCM simple		B5				X				51,5	48,0	54,6	70,4	74,9
30	PM954Q01	Dosage de médicaments - Q1	Employer	Variations et relations	Ouvert court			C1					X		65,4	67,3	57,4	65,8	76,2

31	PM954Q02	Dosage de médicaments - Q2	Employer	Variations et relations	Ouvert long			C1					X		33,6	34,4	38,8	35,9	58,5
32	PM954Q04	Dosage de médicaments - Q3	Employer	Variations et relations	Ouvert long			C3					X		26,4	25,4	21,1	31,8	33,0
33	PM803Q01T	Étiquettes	Formuler	Incertitude et données	Ouvert long			C1					X		29,2	28,1	24,2	39,5	55,8
34	PM906Q01	Fourmis folles - Q1	Employer	Quantité	QCM simple			C1				X			60,7	54,9	61,1	68,2	59,5
35	PM906Q02	Fourmis folles - Q2	Employer	Quantité	Ouvert long			C2					X		42,1	41,0	46,5	44,5	42,0
36	PM00KQ02	Handibasket	Formuler	Espace et forme	Ouvert long			C2					X		14,9	11,6	13,0	20,4	11,7
37	PM918Q01	Hit Parade - Question 1	Interpréter	Incertitude et données	QCM simple		B6					X			87,3	89,5	88,5	86,2	85,3
38	PM918Q02	Hit Parade - Question 2	Interpréter	Incertitude et données	QCM simple		B6					X			79,5	78,9	75,7	87,7	90,8
39	PM918Q05	Hit Parade - Question 3	Employer	Incertitude et données	QCM simple		B6							X	76,7	77,7	80,9	85,5	87,7
40	PM033Q01	Image d'une pièce	Interpréter	Espace et forme	QCM simple		B5						X		75,8	73,2	77,4	86,5	86,2
41	PM800Q01	Jeu sur ordinateur	Employer	Quantité	QCM simple			C1				X			88,4	86,2	85,4	94,9	95,8
42	PM992Q01	Jointage de carreaux - Q1	Formuler	Espace et forme	Ouvert court		B6					X			77,6	76,3	77,3	78,4	88,8
43	PM992Q02	Jointage de carreaux - Q2	Formuler	Espace et forme	Ouvert court		B6						X		18,3	19,1	14,4	15,6	43,4
44	PM992Q03	Jointage de carreaux - Q3	Formuler	Variations	Ouvert		B6						X		8,1	8,2	8,6	8,1	17,6

				et relations	long														
45	PM464Q01T	La clôture	Formuler	Espace et forme	Ouvert long				D1					X	23,7	21,2	19,0	33,7	36,7
46	PM446Q02	Le grillon thermométrique	Formuler	Variations et relations	Ouvert long				D1					X	6,8	6,7	6,4	7,9	15,0
47	PM446Q01	Le grillon thermométrique	Formuler	Variations et relations	Ouvert court			C2					X		68,6	68,8	65,7	77,9	78,5
48	PM462Q01D	Le troisième côté	Employer	Espace et forme	Ouvert long			C1				X			12,2	12,5	14,5	8,6	12,8
49	PM998Q04T	Location de vélos	Employer	Variations et relations	QCM complexe			C2					X		40,4	38,9	44,9	48,6	50,6
50	PM998Q02	Location de vélos	Interpréter	Variations et relations	Ouvert court	A3						X			71,6	73,7	79,3	77,5	85,5
51	PM408Q01T	Loteries	Interpréter	Incertitude et données	QCM complexe		B6					X			39,4	37,3	49,4	51,4	38,7
52	PM955Q03	Migrations	Employer	Incertitude et données	Ouvert long			C2				X			12,0	10,0	13,7	15,0	16,5
53	PM955Q02	Migrations	Interpréter	Incertitude et données	Ouvert long		B6				X				34,2	28,7	40,0	48,6	34,6
54	PM955Q01	Migrations	Interpréter	Incertitude et données	Ouvert court		B2					X			72,1	69,7	74,0	78,5	77,4
55	PM423Q01	Pile ou face	Interpréter	Incertitude et données	QCM simple		B6				X				79,1	78,2	81,4	79,6	78,8
56	PM406Q01	Piste d'athlétisme - Q1	Employer	Espace et forme	Ouvert long			C2					X		25,6	22,3	16,9	30,7	39,8
57	PM406Q02	Piste d'athlétisme - Q2	Formuler	Espace et forme	Ouvert long			C3						X	16,9	15,1	17,2	18,6	37,0

58	PM305Q01	Plan	Employer	Espace et forme	QCM simple		B6					X			60,4	54,1	65,8	69,2	60,0
59	PM411Q01	Plongeon - Question 1	Employer	Quantité	Ouvert court			C1					X		51,1	48,2	52,4	58,6	56,3
60	PM411Q02	Plongeon - Question 2	Interpréter	Incertitude et données	QCM simple		B3				X				45,7	45,4	44,6	51,0	54,0
61	PM995Q02	Porte à tambour	Formuler	Espace et forme	Ouvert long		B7							X	3,5	3,3	2,7	5,3	7,8
62	PM995Q01	Porte à tambour	Employer	Espace et forme	Ouvert court		B6					X			57,7	55,3	49,0	61,8	73,8
63	PM995Q03	Porte à tambour	Formuler	Quantité	QCM simple			C1					X		46,4	46,2	43,5	52,8	53,2
64	PM571Q01	Pour arrêter la voiture	Interpréter	Variations et relations	QCM simple		B5						X		47,7	45,5	55,7	57,3	52,3
65	PM919Q01	Pour les fans des ZS - Q1	Employer	Quantité	Ouvert court			C2					X		84,5	82,5	83,1	88,0	87,9
66	PM919Q02	Pour les fans des ZS - Q2	Formuler	Quantité	Ouvert court			C2					X		44,7	42,3	43,4	50,7	42,0
67	PM155Q01	Pyramides d'âges - Q1	Interpréter	Variations et relations	Ouvert long		B6				X				67,7	67,1	65,8	77,3	79,2
68	PM155Q02D	Pyramides d'âges - Q2	Employer	Variations et relations	Ouvert long			C1				X			61,6	58,9	65,0	67,1	64,6
69	PM155Q03D	Pyramides d'âges - Q3	Employer	Variations et relations	Ouvert long			C2					X		18,7	17,4	16,0	21,5	27,4
70	PM155Q04T	Pyramides d'âges - Q4	Interpréter	Variations et relations	QCM complexe		B6					X			55,9	53,2	64,7	68,8	58,5
71	PM192Q01T	Récipients	Formuler	Variations	QCM		B6					X			42,4	40,4	39,1	56,7	59,9

				et relations	complexe														
72	PM496Q01T	Retrait d'argent - Q1	Formuler	Quantité	QCM complexe			C3					X		53,0	49,9	52,1	60,8	60,3
73	PM496Q02	Retrait d'argent - Q2	Employer	Quantité	Ouvert court			C1					X		66,7	63,9	70,1	76,3	72,4
74	PM924Q02	Sauce	Formuler	Quantité	Ouvert court			C1				X			63,5	59,6	56,3	72,2	69,6
75	PM949Q01T	Structure de charpente - Q1	Employer	Espace et forme	QCM complexe			C1				X			67,5	64,2	74,9	73,1	84,5
76	PM949Q02T	Structure de charpente - Q2	Employer	Espace et forme	QCM complexe		B5					X			31,7	33,6	48,3	13,2	72,1
77	PM949Q03	Structure de charpente - Q3	Formuler	Espace et forme	Ouvert long		B2						X		32,6	35,3	40,4	29,6	64,9
78	PM559Q01	Tarifs téléphoniques	Interpréter	Quantité	QCM simple				D1				X		63,1	60,5	61,0	76,4	66,3
79	PM915Q01	Taxe carbone - Question 1	Employer	Incertitude et données	QCM simple			C1				X			40,2	41,2	41,6	40,8	57,7
80	PM915Q02	Taxe carbone - Question 2	Employer	Variations et relations	Ouvert court			C1				X			68,2	62,5	79,3	81,5	65,6
81	PM564Q01	Télésièges- Question 1	Formuler	Quantité	QCM simple			C1					X		46,1	44,2	44,5	48,1	51,0
82	PM564Q02	Télésièges- Question 2	Formuler	Incertitude et données	QCM simple			C1					X		45,8	43,2	41,1	47,8	57,8
83	PM474Q01	Temps de course	Employer	Quantité	Ouvert court			C1				X			74,3	72,6	75,1	83,7	89,8
84	PM420Q01T	Transport	Interpréter	Incertitude et données	QCM complexe		B5					X			50,0	48,4	48,2	57,3	28,2

17.1.2 Analyse des questions de l'évaluation TIMSS 2015 grade 4 en mathématiques

Les domaines mathématiques et cognitifs pris en compte dans cette analyse **ont été déterminés par nous** à partir de la description faite dans le cadre de TIMSS.

Dans le tableau, les domaines de contenus ont été abrégés de la façon suivante : Nombres, Formes géométriques et mesures (Geo&Mes), Représentation de données (Données). Pour rappel, les trois domaines cognitifs sont « connaître », « appliquer », « raisonner ».

n°ex	Domaine math. TIMSS	Domaine cognitif TIMSS	Domaine programmes	Précision sur le domaine	Type de tâche	niveau	NMF	contexte	QCM-QO
M01_01	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Nb-num	Passer d'une écriture en lettres à une EC	CE2	1	intra	QCM
M01_02	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème multiplicatif	CE1	1	extra	QCM
M01_03	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Nb-arit	Reconnaître un multiple	6ème	?	intra	QCM
M01_04	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Cal	Calculer une somme	CM1	1	intra	QO
M01_05	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Cal	Appliquer un programme de calcul (x, +)	CM1	1	intra	QO
M01_06a	Geo&Mes	Appliquer	Géométrie	Plane	Reconnaître une figure géométrique simple	CE1	1	intra	QCM
M01_06b	Geo&Mes	Raisonner	Géométrie	Plane	Construire une figure géométrique simple	CM1	2	intra	QO
M01_06c	Geo&Mes	Raisonner	Géométrie	Plane	Construire une figure géométrique	CM1	2	intra	QO

M01_07	Geo&Mes	Appliquer	Géométrie	Espace	Décrire un solide (nombre d'arêtes)	CE2	1	intra	QCM
M01_08	Geo&Mes	Appliquer	Grandeurs	Longueur + périmètre	Calculer un périmètre	CE2	1	intra	QCM
M01_09	Geo&Mes	Raisonner	Grandeurs	Longueur + périmètre	Estimer la longueur d'une forme	CM1	3	extra	QCM
M01_10	Geo&Mes	Appliquer	Géométrie	Plane (sym)	Tracer les axes de symétrie d'une figure	CE2	1	intra	QO
M01_11	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Nb-num	Comparer des nombres	CE1	1	extra	QO
M01_12	Données	Raisonner	Données		Lire un graphique + interpréter	CM1	2	extra	QCM
M02_01	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Cal	Calculer une division	CM1	1	intra	QO
M02_02a	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Nb-num	Arrondir un nombre	6ème	?	intra	QO
M02_02b	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Nb-num	Arrondir un nombre	6ème	?	intra	QO
M02_03	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Nb-num	Ecrire un nombre à partir des unités de numération	CE2	1	intra	QCM
M02_04	Nombres	Raisonner	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème multiplicatif	CE2	3	extra	QCM
M02_05	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Cal	Compléter une égalité à trous	6ème	?	intra	QCM
M02_06	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Cal	Compléter une suite de nombres	CE2	1	intra	QO
M02_07	Geo&Mes	Connaître	Grandeurs	Longueur + périmètre	Estimer la longueur d'une forme	CM1	3	intra	QCM
M02_08a	Nombres	Connaître	Nombres et	RP	Se déplacer sur une ligne graduée	CM1	2	intra	QO

			calculs						
M02_08b	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	RP	Se déplacer sur une ligne graduée	CM1	2	intra	QCM
M02_09	Geo&Mes	Appliquer	Grandeurs	Heure - durée	Lire l'heure sur une horloge à aiguilles	CE2	1	intra	QCM
M02_10	Données	Connaître	Données		Lire et interpréter un tableau	CE2	1	extra	QO
M03_01	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Cal	Calculer une différence	CE2	1	intra	QO
M03_02	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème multiplicatif	CE2	1	extra	QO
M03_03	Geo&Mes	Raisonner	Grandeurs	Heure - durée	Calculer une durée	CM2	?	extra	QO
M03_04a	Nombres	Raisonner	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème complexe	CM2	?	extra	QO
M03_04b	Nombres	Raisonner	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème complexe	CM2	?	extra	QO
M03_05	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème additif	CM1	1	extra	QCM
M03_06	Nombres	Raisonner	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème de division	CM1	3	extra	QCM
M03_07	Geo&Mes	Appliquer	Géométrie	Plane	Décomposer une figure complexe en figures simples	CM1	2	intra	QCM
M03_08	Geo&Mes	Raisonner	Géométrie	Plane	Décrire une figure	CM1	2	intra	QCM
M03_09	Geo&Mes	Appliquer	Géométrie	Plane (sym)	Tracer le symétrique d'une figure	CE2	1	intra	QO
M03_10	Geo&Mes	Raisonner	Grandeurs	Longueur + périmètre	Calculer un périmètre	CM1	2	intra	QCM

M03_11	Données	Raisonner	Données		Lire un graphique + mettre en relation	CM1	2	extra	QO
M03_12	Données	Appliquer	Données		Lire un graphique + calculer	CM1	2	extra	QCM
M04_01	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Cal	Calculer une somme	CE2	1	intra	QCM
M04_02	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Nb-num	Ecrire un nombre à partir des unités de numération	CE2	1	extra	QCM
M04_03	Nombres	Raisonner	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème arithmétique mixte	CM1	3	extra	QO
M04_04	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Nb-arit	Reconnaître un multiple	6ème	?	intra	QO
M04_05	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème additif	CM1	1	extra	QO
M04_06	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	RP	Reconnaître l'expression arithmétique du résultat dans un problème arithmétique mixte	6ème	?	extra	QCM
M04_07	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Cal	Résoudre une équation	5ème	?	intra	QCM
M04_08	Nombres	Raisonner	Nombres et calculs	Cal	Se déplacer sur une droite graduée	CM1	2	intra	QCM
M04_09	Geo&Mes	Raisonner	Géométrie	Espace	Reconnaître une représentation plane d'un solide	6ème	?	intra	QCM
M04_10a	Geo&Mes	Connaître	Géométrie	Plane	Tracer une parallèle à une droite passant par un point	CM2	?	intra	QO
M04_10b	Geo&Mes	Connaître	Géométrie	Plane	Tracer une perpendiculaire à une droite passant par un point	CM1	2	intra	QO
M05_01	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Cal	Calculer une différence	CE2	1	intra	QO

M05_02	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Cal	Calculer une différence	CM1	2	intra	QCM
M05_03	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Nb-num	Comparer des nombres	CM1	1	intra	QCM
M05_04	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Nb-num	Reconnaitre une fraction (partage -surface)	CM1	2	intra	QCM
M05_05	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Cal	Compléter une égalité à trous	6ème	?	intra	QCM
M05_06	Nombres	Raisonner	Nombres et calculs	Cal	Déterminer une règle de calcul	CM1	2	intra	QCM
M05_07	Geo&Mes	Connaître	Géométrie	Plane	Reconnaitre des droites parallèles	CM1	1	intra	QCM
M05_08	Geo&Mes	Connaître	Géométrie	Plane	Décrire une figure	CE2	1	intra	4 VF
M05_09	Geo&Mes	Raisonner	Grandeurs	Longueur + périmètre	Calculer un périmètre	CM1	3	intra	QCM
M05_10	Geo&Mes	Connaître	Géométrie	Espace	Reconnaitre un patron de solide	CM1	1	intra	QCM
M05_11	Geo&Mes	Connaître	Grandeurs	Aire	Mesurer une aire	CM1	2	intra	QCM
M05_12	Données	Appliquer	Données		Compléter un tableau	CE2	1	extra	QO
M05_13	Données	Appliquer	Données		Construire un graphique	CM1	1	extra	QO
M06_01	Nombres	Raisonner	Nombres et calculs	RP	Reconnaître l'expression du résultat dans un problème arithmétique	5ème	?	extra	QCM
M06_02	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Cal	Donner l'ordre de grandeur d'un résultat	CM1	2	intra	QCM
M06_03	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Cal	Calculer une somme	CM1	2	intra	QO
M06_04	Nombres	Connaître	Nombres et	Nb-num	Repérer un nombre sur une droite graduée	CM1	1	intra	QO

			calculs						
M06_05	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème additif	CM1	1	extra	QCM
M06_06	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Nb-num	Comparer des nombres entiers	CM1	2	intra	QO
M06_07	Geo&Mes	Appliquer	Géométrie	Plane (sym)	Reconnaître qu'une figure possède un axe de symétrie	CE2	1	intra	QCM
M06_08	Geo&Mes	Appliquer	Grandeurs	Unités	Utiliser les unités de mesures usuelles	CE2	1	intra	QCM
M06_09	Geo&Mes	Connaître	Grandeurs	Volume	Déterminer le volume d'un solide	CM2	?	intra	QCM
M06_10	Geo&Mes	Appliquer	Géométrie	Plane	Se déplacer sur un quadrillage	CE2	1	extra	QO
M06_11a	Données	Appliquer	Données		Lire un graphique	CM1	1	extra	QO
M06_11b	Données	Raisonner	Données		Lire un graphique + calculer	CM1	2	extra	QO
M07_01	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Nb-num	Reconnaître une fraction (partage - surface)	CM1	1	intra	QO
M07_02	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Nb-num	Ecrire un nombre à partir des unités de numération	CE2	1	intra	QCM
M07_03	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	RP	Donner l'ordre de grandeur d'un résultat	CM1	2	intra	QCM
M07_04	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Nb-num	Reconnaître une fraction (partage - collection)	CM1	1	intra	QO
M07_05	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Nb-num	Comparer des fractions	6ème	?	intra	QCM
M07_06	Données	Appliquer	Données		Résoudre un problème de proportionnalié	CM1	2	intra	QCM
M07_07	Geo&Mes	Connaître	Géométrie	Plane (sym)	Reconnaitre deux figures symétriques	CE2	1	intra	QCM

M07_08	Geo&Mes	Appliquer	Grandeurs	Volume	Calculer le volume d'un solide	CM2	1	intra	QCM
M07_09	Geo&Mes	Appliquer	Grandeurs	Aire	Mesurer une aire	CM1	2	intra	QCM
M07_10	Geo&Mes	Connaître	Géométrie	Plane	Tracer la perpenduculaire à une droite passant par un point	CM1	1	intra	QCM
M07_11	Données	Appliquer	Données		Lire un graphique + calculer	CE2	1	extra	QCM
M07_12	Données	Raisonner	Données		Construire un graphique	CM1	2	extra	QCM
M07_13a	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème additif	CE2	1	extra	QO
M07_13b	Nombres	Raisonner	Nombres et calculs	Nb-num	Comparer des nombres	CE2	3	extra	QCM
M08_01	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Nb-num	Ecrire un nombre à partir des unités de numération	CE2	1	intra	QCM
M08_02	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Cal	Calculer le produit de deux entiers	CE2	1	intra	QCM
M08_03	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème additif	CE2	2	extra	QO
M08_04	Nombres	Raisonner	Nombres et calculs	Nb-num	Reconnaître une fraction (partage - surface)	CM2	3	intra	QCM
M08_05	Nombres	Raisonner	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème de division	CM1	3	extra	QO
M08_06	Nombres	Raisonner	Nombres et calculs	Cal	Compléter une égalité à trous	5ème	?	intra	QO
M08_07	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	RP	Reconnaître l'expression du résultat dans un problème arithmétique mixte	6ème	?	extra	QCM
M08_08	Geo&Mes	Appliquer	Géométrie	Plane	Reconnaître des côtés parallèles	CM1	1	intra	QO

M08_09	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Cal	Déplacement sur une droite graduée	CE2	1	intra	QCM
M08_10	Geo&Mes	Raisonner	Géométrie	Espace	Compléter un patron de cube	CM1	3	intra	QCM
M08_11	Données	Raisonner	Données		Construire un graphique	CM1	3	extra	QO
M09_01	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Cal	Calculer une somme	CE2	1	intra	QO
M09_02	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Cal	Calculer une différence	CM1	3	intra	QCM
M09_03	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Nb-arit	Reconnaitre un mutiple	CM1	3	extra	QCM
M09_04	Geo&Mes	Appliquer	Grandeurs	Heure - durée	Calculer un instant	CM2	3	extra	QO
M09_05	Nombres	Raisonner	Nombres et calculs	Nb-num	Reconnaître des fractions égales	6ème	?	intra	QCM
M09_06	Nombres	Raisonner	Nombres et calculs	Cal	Calculer une somme et une différence de fractions	5ème	?	extra	QCM
M09_07	Geo&Mes	Appliquer	Géométrie	Plane	Décrire une figure	CM1	1	intra	QCM
M09_08	Geo&Mes	Connaître	Géométrie	Plane	Reconnaître un angle droit	CE2	1	intra	QCM
M09_09	Geo&Mes	Appliquer	Géométrie	Plane (sym)	Reconnaître une figure qui a des axes de symétrie e un centre de ysmétrie	5ème	?	intra	QCM
M09_10	Geo&Mes	Appliquer	Grandeurs	Longueur + périmètre	Calculer le périmètre d'un polygone	CM1	2	intra	QCM
M09_11	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème de division	CM1	2	extra	QO
M09_12	Données	Appliquer	Données		Compléter un graphique	CM1	2	extra	QO

M10_01	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Nb-arit	Reconnaître un nombre pair ou impair	6ème	?	intra	QCM
M10_02	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Cal	Calculer une division	CM1	1	intra	QCM
M10_03	Nombres	Raisonner	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème multiplicatif	CM1	3	extra	QO
M10_04	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Nb-arit	Donner le complément à 1 d'une fraction	6ème	?	extra	QO
M10_05	Nombres	Raisonner	Nombres et calculs	Nb-num	Représenter une fraction sur un quadrillage	CM2	?	extra	QO
M10_06	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Cal	Compléter une égalité à trous	CM1	2	intra	QO
M10_07	Nombres	Raisonner	Nombres et calculs	RP	Reconnaître l'expression arithmétique du résultat d'un problème	6ème (?)	?	extra	QCM
M10_08	Geo&Mes	Appliquer	Grandeurs	Longueur + périmètre	Mesurer une longueur à l'aide d'un instrument	CM1	2	intra	QCM
M10_09	Geo&Mes	Connaître	Grandeurs	Angles	Comparer des angles	CM1	1	intra	QO
M10_10	Geo&Mes	Connaître	Géométrie	Espace	Décrire un solide (nombre de faces)	CE2	2	intra	QO
M10_11	Données	Raisonner	Données		Construire un diagramme circulaire	CM1	3	extra	QCM
M11_01	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème arithmétique mixte	CM1	1	extra	QO
M11_02	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Nb-num	Passer d'une écriture à virgule à une écriture sous forme de fraction décimale	CM1	1	intra	QCM
M11_03	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème multiplicatif	CE2	1	extra	QO
M11_04	Nombres	Raisonner	Nombres et	Nb-num	Reconnaître une fraction (partage - collection)	CM1	3	intra	QCM

			calculs						
M11_05	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Cal	Compléter une égalité à trous	6ème	?	intra	QO
M11_06	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Cal	Calculer une somme	CM1	1	intra	QCM
M11_07	Geo&Mes	Appliquer	Grandeurs	Longueur + périmètre	Mesurer une longueur à l'aide d'un instrument	CM1	2	intra	QO
M11_08	Geo&Mes	Raisonner	Grandeurs	Angles	Comparer des angles	CM1	3	intra	QO
M11_09	Geo&Mes	Raisonner	Géométrie	Espace	Représenter la vue de dessus d'un assemblage	6ème	?	intra	QCM
M11_10	Geo&Mes	Appliquer	Grandeurs	Aire	Calculer une aire	CM2	?	intra	QCM
M11_11	Données	Raisonner	Données		Lire un graphique + calculer	CM1	3	intra	QO
M11_12	Données	Raisonner	Données		Passer d'un graphique circulaire à un graphique en barres	CM1	2	extra	QCM
M12_01	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Nb-num	Arrondir un nombre entier	6ème	?	extra	QO
M12_02	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Nb-arit	Reconnaître un multiple	6ème	?	intra	QCM
M12_03	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Cal	Calculer un produit	CE2	1	intra	QO
M12_04	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Cal	Calculer une somme	CE2	1	extra	QO
M12_05	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Cal	Calculer la somme de deux fractions	5ème	?	extra	QO
M12_06	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Cal	Compléter une égalité à trous	6ème	?	intra	QCM

M12_07	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	RP	Traduire un problème arithmétique avec une expression littérale	5ème	?	extra	QCM
M12_08	Geo&Mes	Connaître	Grandeurs	Angles	Comparer des angles	CM1	1	intra	QCM
M12_09	Geo&Mes	Connaître	Géométrie	Plane	Se déplacer sur une ligne	CE2	1	intra	QO
M12_10	Geo&Mes	Appliquer	Géométrie	Espace	Reconnaître un patron de solide	CM2	?	intra	QO
M12_11	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème multiplicatif	CM1	2	extra	QO
M12_12	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème multiplicatif	CM1	2	extra	QO
M13_01	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Nb-arit	Reconnaitre un multiple	6ème	?	intra	QCM
M13_02	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Nb-num	Reconnaitre une fraction (partage - surface)	CM1	1	intra	QCM
M13_03	Nombres	Raisonner	Nombres et calculs	RP	Résoudre un problème de division	CM1	2	extra	QO
M13_04a	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Nb-num	Reconnaitre une fraction (partage - surface)	CM1	1	extra	QO
M13_04b	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Nb-num	Reconnaitre une fraction (partage - surface)	CM1	1	extra	QO
M13_05	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Cal	Appliquer un programme de calcul (x, +)	CM1	2	intra	QO
M13_06a	Geo&Mes	Connaître	Géométrie	Plane	Reconnaître des droites parallèles	CM1	1	extra	QCM
M13_06b	Geo&Mes	Connaître	Géométrie	Plane	Reconnaître des droites perpendiculaires	CM1	1	extra	QCM
M13_07	Geo&Mes	Appliquer	Géométrie	Espace	Décrire un solide (nombre de faces)	CM1	1	intra	QCM
M13_08	Geo&Mes	Appliquer	Géométrie	Espace	Reconnaître un patron de solide	CM1	2	intra	QCM

M13_09a	Données	Connaître	Données		Lire un graphique	CM1	1	extra	QO
M13_09b	Données	Appliquer	Données		Lire un graphique & calculer	CM1	1	extra	QO
M14_01	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Nb-num	Ecrire un nombre à partir des unités de numération	CE2	1	intra	VF x 3
M14_02	Nombres	Connaître	Nombres et calculs	Cal	Appliquer un programme de calcul (x, +)	CE2	1	intra	VF x 3
M14_03	Nombres	Raisonner	Nombres et calculs	Nb-num	Comparer des nombres	CM1	3	intra	QCM
M14_04	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Nb-num	Intercaler un nombre	CM1	1	intra	QCM
M14_05	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Cal	Résoudre une équation	5ème	?	intra	QO
M14_06	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	RP	Reconnaître l'expression arithmétique du résultat d'un problème	CM1	2	extra	QO
M14_07	Nombres	Appliquer	Nombres et calculs	Cal	Appliquer un programme de calcul (x, +)	CM1	1	intra	QO
M14_08	Geo&Mes	Appliquer	Grandeurs	Angles	Tracer un angle	CM1	1	intra	QO
M14_09	Geo&Mes	Raisonner	Géométrie	Espace	Représenter la vue de dessus d'un assemblage	6ème	?	intra	QCM
M14_10	Données	Connaître	Données		Lire un graphique + interpréter	CM1	1	extra	QO
M14_11	Données	Connaître	Données		Lire un graphique	CM1	1	extra	QO
M14_12	Données	Raisonner	Données		Résoudre un problème de proportionnalié	CM1	2	extra	QO

17.1.1 Analyse des questions de l'évaluation TIMSSADV 2015 en mathématiques

TIMSSADV_2015 Analyse de l'ensemble des questions					Niveaux de complexité					Niveau de mise en fonctionnement desconnaissances			
id	**Contenus**	**Cognitif**	**Format**	**Niveau**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**MFC_0**	**MFC_1**	**MFC_2**	**MFC_3**
M1_01	Algèbre	Appliquer	QCM	Seconde			C1				X		
M1_02	Algèbre	Appliquer	QCM	TS			C1				X		
M1_03	Algèbre	Appliquer	QCM	Seconde			C1				X		
M1_04	Géométrie	Connaître	QCM	Première S		B3						X	
M1_05	Analyse	Appliquer	QCM	TS			C1				X		
M1_06	Analyse	Raisonner	QCM	Première S			C2					X	
M1_07	Géométrie	Appliquer	QCM	Seconde			c1				X		
M1_08	Géométrie	Connaître	QCM	Seconde	A4						X		
M1_09	Géométrie	Appliquer	QCM	Seconde			C1				X		
M1_10	Géométrie	Appliquer	QCM	Seconde			C2					X	
M2_01	Algèbre	Raisonner	QCM	Première S		B5						X	
M2_02	Algèbre	Appliquer	QCM	Seconde			C1				X		
M2_03	Algèbre	Raisonner	open	Seconde				D1					X
M2_04	Algèbre	Appliquer	QCM	TS			C1				X		
M2_05	Algèbre	Appliquer	open	Première S			C3					X	
M2_06	Analyse	Appliquer	QCM	TS			C2					X	
M2_07	Algèbre	Raisonner	QCM	TS		B5						X	
M2_08	Analyse	Appliquer	QCM	TS			C1				X		
M2_09	Analyse	Connaître	open	TS			C1			X			
M2_10	Géométrie	Appliquer	QCM	Seconde			C2				X		
M2_11	Géométrie	Appliquer	QCM	Seconde			C2					X	

M2_12	Géométrie	Appliquer	Open	Seconde			C2					X	
M3_01	Algèbre	Appliquer	QCM	Première S				D1					X
M3_02	Algèbre	Appliquer	open	TS			C1				X		
M3_03	Algèbre	Appliquer	open	Seconde			C2					X	
M3_04	Algèbre	Raisonner	open	TS					E1			X	
M3_05	Analyse	Appliquer	open	TS			C1				X		
M3_06	Analyse	Raisonner	QCM	Première S			C2					X	
M3_07	Analyse	Raisonner	open	Première S			C2					X	
M3_08	Analyse	Appliquer	open	TS			C1					X	
M3_09	Géométrie	Raisonner	QCM	Seconde				D1					X
M3_10	Géométrie	Appliquer	QCM	Seconde			C2					X	
M3_11	Géométrie	Raisonner	QCM	Première S				D1					X
M4_01	Algèbre	Connaître	open	TS		B5				X			
M4_02	Algèbre	Appliquer	open	TS			C1				X		
M4_03_1	Algèbre	Raisonner	open	Seconde			C1					X	
M4_03_2	Algèbre	Raisonner	open	Seconde		B5					X		
M4_04	Analyse	Raisonner	QCM	TS	A4					X			
M4_05	Analyse	Appliquer	QCM	TS			C1				X		
M4_06	Analyse	Appliquer	QCM	TS			C2					X	
M4_07	Analyse	Raisonner	QCM	TS			C2					X	
M4_08	Analyse	Appliquer	QCM	TS			C2						
M4_09	Géométrie	Appliquer	QCM	Seconde				D1					X
M4_10a	Géométrie	Appliquer	open	Première S			C1				X		
M4_11	Géométrie	Appliquer	open	Seconde			C1				X		
M4_11b	Géométrie	Appliquer	open	Première S			C1				X		
M5_01	Algèbre	Appliquer	QCM	TS			C2				X		
M5_02	Algèbre	Raisonner	QCM	Première S			C1				X		
M5_03	Algèbre	Appliquer	open	TS			C1				X		

M5_04	Algèbre	raisonner	QCM	TS			C1				X		
M5_05	Algèbre	Raisonner	open	Seconde			C2						X
M5_06	Analyse	raisonner	QCM	TS				D1					X
M5_07	Analyse	raisonner	QCM	TS				D1					X
M5_08	Géométrie	raisonner	QCM	Seconde			C1				X		
M5_09	Géométrie	Connaîtrereconnaître	QCM	Première S	A3					X			
M5_10	Géométrie	Appliquer	Open	Seconde			C1				X		
M6_01	Algèbre	raisonner	QCM	TS				D1					X
M6_02	Algèbre	Appliquer	QCM	Seconde			C1					X	
M6_03	Algèbre	Appliquer	open	TS			C2					X	
M6_04	Algèbre	Appliquer	open	Seconde			C1				X		
M6_05	Analyse	Appliquer	QCM	TS			C1				X		
M6_06	Analyse	Appliquer	open	TS			C2					X	
M6_07	Analyse	raisonner	QCM	TS				D1					X
M6_08	Analyse	raisonner	open	TS				D1					X
M6_09	Géométrie	raisonner	QCM	Seconde			C2						
M6_10	Géométrie	Appliquer	open	Seconde			C1			X			
M6_11	Géométrie	Raisonner	QCM	Première S				D1					X
M6_12	Géométrie	Appliquer	open	Première S			C2				X		
M7_01	Algèbre	Raisonner	QCM	Première S				D1					X
M7_02	Algèbre	Appliquer	open	Première S			C1				X		
M7_03	Algèbre	Appliquer	open	TS			C1				X		
M7_04	Algèbre	Appliquer	QCM	TS			C1				X		
M7_05	Analyse	Appliquer	QCM	TS			C2					X	
M7_06	Analyse	Appliquer	open	Première S			C1				X		
M7_07	Analyse	raisonner	open	Seconde			C2					X	
M7_08	Analyse	raisonner	QCM	TS				D1					X
M7_09	Analyse	Appliquer	QCM	TS			C1				X		

M7_10	Algèbre	Raisonner	QCM	TS				D1				X	
M7_11	Géométrie	Appliquer	open	Seconde			C1					X	
M7_12	Géométrie	raisonner	open	Seconde		B5				X			
M8_01	Algèbre	Appliquer	QCM	TS			C1				X		
M8_02	Algèbre	Appliquer	open	Première S			C2					X	
M8_03	Algèbre	Raisonner	QCM	Première S			C2					X	
M8_04	Algèbre	Appliquer	Open	Seconde			C2					X	
M8_05	Analyse	Appliquer	QCM	TS			C1				X		
M8_06	Analyse	Raisonner	QCM	TS				D1				X	
M8_07	Analyse	Appliquer	Open	Première S				D1				X	
M8_08	Analyse	raisonner	open	TS				D1					X
M8_09	Géométrie	Appliquer	QCM	Première S			C1					X	
M8_10	Géométrie	Appliquer	open	Première S			C2?						X?
M8_11	Géométrie	Appliquer	open	Seconde			C2					X	
M9_01	Algèbre	Connaître	QCM	TS		B1				X			
M9_02	Analyse	Connaître	QCM	TS		B1				X			
M9_03	à compléter												
M9_04	à compléter												
M9_05	à compléter												
M9_06	Analyse	Raisonner	QCM	TS		B5				X			
M9_07	Analyse	Raisonner	open	Première S				D1					X
M9_08	Analyse	Raisonner	QCM	Première S		B5				X			
M9_09	Géométrie	Appliquer	open	Seconde			C1				X		
M9_10	Géométrie	Appliquer	open	Seconde			C2?					X?	
M9_11	Géométrie	Raisonner	QCM	Première S				D1					X
M9_12	Géométrie	Appliquer	open	Seconde				D1					X

17.2 Comparaison TIMSS, PISA et programmes et examens français

17.2.1 Comparaison PISA2012 et Diplôme National du Brevet 2016

Analyse des questions du Diplôme National du Brevet 2016 et comparaison avec celles de PISA2015						Complexite						Niveau de mise en fonctionnement					Compatible avec PISA
Questions du brevet	Points sur 40	Contenu	Contenus	Processus		A	B	C	D	E		MFC_0	MFC_1	MFC_2	MFC_3		
Exercice 1_Q1	4	probabilités	Incertitude	Employer				C1					X				Oui
Exercice 1_Q2		probabilités	Incertitude	Employer				C1					X				Oui
Exercice 1_Q3		calcul d'un pourcentage	Quantité	Employer				C1					X				Oui
Exercice 2_Q1	4,5	Programme de calcul	Quantité	Définir			B4						X				Oui
Exercice 2_Q2		Programme de calcul - équation 1er degré	Quantité	Employer				C1					X				Oui
Exercice 2_Q3		Programme de calcul - équation 1er degré	Quantité	Employer				C1					X				Oui
Exercice 3_Q1	5	Pythagore	Géométrie	Employer				C2					X				Non
Exercice 3_Q2		Relations trigonométriques dans triangle	Géométrie	Employer				C1					X				Non

		rectangle															
Exercice 3_Q3		Longueur du cercje	Géométrie	Employer				C1					X				Non
Exercice 4_Q1	5	pourcentage	Quantité	Employer				C1					X				Oui
Exercice 4_Q2a		Tableur-pourcentage-formules sur tableur	Quantité	Définir			B4					X					Oui
Exercice 4_Q2b		Tableur-pourcentage-formules sur tableur	Quantité	Définir			B4					X					Oui
Exercice 4_Q3		Pourcentage	Quantité	Employer				C1					X				Oui
Exercice 5_Q1	5,5	aire triangle rectangle	Géométrie	Employer				C2						X			Non
Exercice 5_Q2		perpendiculare et sécante - Thalès - triangles semblables- aire triangle rectangle	Géométrie	Employer					D1					X			Non
Exercice 6_P1_Q1	7	Carré - triangle équilatéral	Géométrie	Définir				C1					X				Non
Exercice 6_P1_Q2		Aire du carré	Géométrie	Employer				C2					X				Non
Exercice 6_P1_Q3		Aire du triangle équilatéral	Géométrie	Employer				C3					X				Non
Exercice 6_P2_Q1		Fonction	Variations	Définir		A4						X					Non

Exercice 6_P2_Q2_a		Lecture représentations graphiques	Variations	Interprêter			C1						X				?
Exercice 6_P2_Q2_b		Lecture représentations graphiques	Variations	Interprêter			C1						X				?
Exercice 7	5	Problème volume prisme droit volume boule	Quantité	Employer					D1					X			oui

17.2.1 Analyse de l’épreuve de mathématiques du baccalauréat S – 2016 - métropole

	Analyse des questions de l'épreuve de mathématiques du baccalauréat S - métropole 2016 et comparaison avec celles de TIMSSADV 2015					**Complexite**						**Niveau de mise en fonctionnement**					**Compatible avec TIMSSADV**
	Questions	**points sur 40**	**Contenus**	**Processus**	**MMM**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**PPP**	**NMF_0**	**NMF_1**	**NMF_2**	**NMF_3**		
Exercice 1	Partie A																
	question 1		Probabilité	Appliquer				C2					X				Non

	Question 2		Probabilité	Appliquer				C2					X				Non
	Partie B																
	Question 1		Probabilité	Appliquer				C2					X				Non
	Question 2		Probabilité	Appliquer				C2					X				Non
	Partie C																
	Question 1a		Analyse	Connaître			B5					X					Non
	Question 1b		Analyse	Appliquer				C1					X				Non
	Question 1c		Analyse	Appliquer				C1					X				Non
	Question 2		Analyse	Appliquer				C1					X				Non
	Question 3a		Analyse	Appliquer				C1					X				Non
	Question 3b		Analyse	Appliquer				C1					X				Non
	Question 3c		Probabilité	Appliquer				C1					X				Non
Exercice 2	Affirmation 1		Géométrie	Appliquer				C1					X				Oui
	Affirmation 2		Géométrie	Appliquer				C1					X				Oui

	Affirmation 3		Géométrie	Appliquer				C1					X				Oui
	Affirmation 4		Géométrie	Appliquer				C1					X				Oui
Exercice 3	Partie A																
	Question 1		Analyse	Appliquer				C1					X				Oui
	Question 2		Analyse	Interpréter			B5							X			Non
	Question 3		Analyse	Interpréter			B5							X			Non
	Question 4a		Algorithmique	Interpréter			B6							X			Non
	Question 4b		Algorithmique	Appliquer					D1						X		Non
	Partie B																
	Question 1		Analyse	Appliquer				C1					X				Non
	Question 2		Analyse	Appliquer				C1					X				Non
	Question 3		Analyse	Appliquer				C1					X				Non
	Question 4		Analyse	Appliquer				C1					X				Non
Exercice 4	Question 1		Géométrie	Appliquer				C2						X			Oui
	Question 2		Géométrie	Appliquer				C2						X			Non
	Question 3		Géométrie	Appliquer					D1						X		Non

	Question 4		Géométrie	Appliquer					D1						X		Non

17.2.2 Comparaison des questions de TIMSSADV avec le programme de mathématiques de Terminale S

	Programme de mathématiques Terminale S en vigueur en 2015 (à quelques adaptations près il s'agit des formulations du programme officiel)	Questions de TIMSSADV	Questions du Baccalauréat S
	1 - ANALYSE		
	Suites		
1	Raisonnement par récurrence.		X
2	Limite finie ou infinie d'une suite.		X
3	Limites et comparaison.		
4	Opérations sur les limites.		
5	Comportement à l'infini de la suite (q^n), q étant un nombre réel.		
6	Suite majorée, minorée, bornée.		X

	Limites de fonctions		
7	Limite finie ou infinie d'une fonction à l'infini.		X
8	Limite infinie d'une fonction en un point.		
9	Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient ou d'une composée de deux fonctions.	M7_09 M8_05	
10	Limites et comparaison.		
11	Asymptote parallèle à l'un des axes de coordonnées.		
	Composition de fonction (implicite dans programme)	M8_01	
	Continuité et dérivabilité	M8_06 M9_01 M9_06	
12	Approche intuitive de la continuité - sur un intervalle,		
13	Théorème des valeurs intermédiaires		
	Calculs de dérivées : Compléments	M7_08	
14	$x \mapsto \sqrt{u(x)}$		
15	$x \mapsto (u(x))^n$		
16	$x \mapsto e^{u(x)}$		X
17	$x \mapsto \ln(u(x)$		
18	$x \mapsto f(u(x)$ *(capacité non attendue)*		
19	Dérivée de $x \mapsto \mathrm{f(ax + b)}$…….		

	Fonctions sinus et cosinus		
20	Dérivées des fonctions sin et cos		X
21	Parité - périodicité	M1_04	
22	Représentation graphiques	M7_10	
	Fonction exponentielle	M9_01	
23	Fonction $x \longmapsto \exp(x)$		
24	Relation fonctionnelle, notation e^x.		
	Dérivée	M1_05	
25	$\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$ et $\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$		X
26	Utiliser la relation fonctionnelle pour transformer une écriture.		
27	Sens de variation et représentation graphique de la fonction exponentielle.		
28	$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ et $\lim_{x \to -\infty} x\, e^x = 0$		
	Fonction logarithme népérien		
29	Fonction $x \mapsto \ln x$.	M7_04	X
30	Relation fonctionnelle,		X
31	Dérivée.		
32	$\ln a = b \Leftrightarrow a = e^x$		X
33	$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$		

	Intégration	M7_05	
34	Définition de l'intégrale d'une fonction continue et positive sur $[a,b]$ comme aire sous la courbe.		X
35	Notation $\int_a^b f(x)dx$		X
36	Théorème : si f est une fonction continue et positive sur $[a,b]$, la fonction F définie sur $[a,b]$ par $F(t) = \int_a^t tdt$ est dérivable sur $[a, b]$ et a pour dérivée f.		
	Primitive d'une fonction continue sur un intervalle.		
37	Théorème : toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives.	M8_08	
38	Primitive des fonctions usuelles par lecture inverse du tableau des dérivées.		
39	Primitives de $u'e^u$, $u'u^n$, $\frac{u'}{\sqrt{u}} = \frac{u'}{u}$		X
40	Intégrale d'une fonction continue de signe quelconque.		
41	Linéarité, positivité, relation de Chasles.		
42	Valeur moyenne.		
	2 - GÉOMÉTRIE		
	Nombres complexes		
43	Forme algébrique, conjugué.		
44	Somme, produit, quotient.	M1_02 M7_03	
45	Équation du second degré à coefficients réels.		

46	Représentation géométrique.		
47	Affixe d'un point, d'un vecteur.		
48	Forme trigonométrique :		
49	- module et argument, interprétation géométrique dans un repère orthonormé direct ;		
50	- notation exponentielle.		
	Droites et plans		
51	Positions relatives de droites et de plans : intersection et parallélisme.		X
52	Orthogonalité : - de deux droites ;		
53	Orthogonalité : - d'une droite et d'un plan.		X
	Géométrie vectorielle		
54	Caractérisation d'un plan par un point et deux vecteurs non colinéaires.		X
55	Vecteurs coplanaires.		
56	Décomposition d'un vecteur en fonction de trois vecteurs non coplanaires.		
57	Repérage.		X
58	Représentation paramétrique d'une droite.		
	Produit scalaire		
59	Produit scalaire de deux vecteurs dans l'espace : définition, propriétés.		X
60	Vecteur normal à un plan.		X
61	Équation cartésienne d'un plan.		X

	3 - PROBABILITÉS et STATISTIQUES		
	Conditionnement, indépendance		
62	Conditionnement par un événement de probabilité non nulle.		X
63	Notation $P_A(B)$.		X
64	Indépendance de deux événements.		
	Notion de loi à densité à partir d'exemples		
65	Loi à densité sur un intervalle.		X
66	Loi uniforme sur $[a, b]$.		
67	Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi uniforme.		
68	Lois exponentielles.		X
69	Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle.		X
70	Loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0,1)$.		
71	Théorème de Moivre Laplace (admis).		
72	Loi normale $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$ d'espérance μ et d'écart-type σ.		
73	**Intervalle de fluctuation**		
	Estimation		
74	Intervalle de confiance (*).		X
75	Niveau de confiance.		

75 points de programme pour TS

62 points si l'on retire « Probabilités et statistiques » non pris en compte dans TIMSSADV

16 items évalués par TIMSSADV (21%)

26 items évalués par l'épreuve du baccalauréat S de 2016 (métropole) (35%)

Nombre d'items évalués communs à TIMSS et à l'épreuve du baccalauréat : 3 (4%)

7 questions hors programme français : les questions M9_12 ; M5_06 ; M6_06 ; M6_07 ; M6_08 ; M7_08 ; M3_05 ;