

ENSEIGNEMENT

L'étude PISA pour les mathématiques Résultats français et réactions

Antoine Bodin¹

Le présent article reprend et adapte, pour la *Gazette*, une communication faite au second congrès Ibérien de mathématiques²; il complète un article publié dans cette revue à la suite du colloque organisé conjointement en 2005 par la SMF et la société mathématique finlandaise [1].

En réalité, il y aurait peu de choses à ajouter à ce que l'on pouvait déjà dire en 2005 à propos de PISA, sinon que peu à peu la plupart des systèmes éducatifs cherchent à s'adapter à l'idéologie et à l'épistémologie induites par cette étude. Un peu partout, les programmes d'enseignement et de formation des professeurs sont en effet modifiés pour mieux intégrer les objectifs définis par PISA (donc par l'OCDE); en France même, des décisions récentes concernant le système éducatif ont été officiellement justifiées par les résultats obtenus à cette étude (programme du primaire, socle commun,...).

Les résultats français sont, le plus souvent, jugés médiocres et, en tout cas, loin de satisfaire les attentes. Les responsables de notre système éducatif se sont d'abord retranchés dans une réserve prudente mais dénoncent aujourd'hui la faiblesse de nos résultats, spécialement en mathématiques. En mathématiques, l'étude 2006 a en effet mis en évidence une baisse des résultats français par rapport aux résultats de 2003 ou de 2000 (baisse à la fois relative, par rapport aux autres pays, et absolue, par rapport à nous-mêmes) et rappelons que les résultats de 2003 n'avaient pas de quoi nous réjouir. Quoi qu'il en soit, à juste titre ou non, notre système éducatif, et en ce qui nous concerne plus spécialement, l'enseignement des mathématiques dans notre pays, est jugé, chez nous comme à l'étranger, en grande partie, en prenant les résultats de PISA comme point de référence. L'objet de cet article n'est pas de juger l'idéologie véhiculée par l'étude PISA, mais simplement de fournir quelques clés de lecture de ses orientations et de ses résultats et d'alerter sur certains risques de dérive.

Origine et buts de l'étude (Qui ? Pourquoi ?)

Rappelons que l'acronyme PISA désigne le programme pour l'évaluation internationale des élèves mis en place par l'OCDE depuis l'année 2000. Les 30 pays de l'OCDE plus un certain nombre de pays dits partenaires (58 pays en tout en

¹ IREM de Franche-Comté.

² Sous le titre « French Pisa Mathematics Results and Reactions » Second Iberian Mathematical Meeting Badajoz, October 3-5, 2008.

2006, 63 en 2009,...) participent tous les trois ans à une évaluation commune des compétences de base de tous les jeunes de 15 ans, à quelque place qu'ils se trouvent dans les systèmes éducatifs concernés. Il s'agit d'évaluer, de façon indépendante des programmes d'enseignement (les curriculums), la façon dont les jeunes sont prêts, vers la fin des scolarités obligatoires, à affronter les défis du monde dans lequel ils sont appelés à vivre.

Avec PISA, l'OCDE s'adresse en premier lieu aux décideurs et aux gestionnaires auxquels elle fournit des indicateurs pour le pilotage des systèmes éducatifs. Cela justifie, dans une certaine mesure, le nombre important des indicateurs produits et l'attention apportée à leur qualité technique. Les méthodologies mises en œuvre doivent, en particulier, recevoir l'assentiment de l'ensemble des gouvernements concernés et les indicateurs obtenus doivent supporter la comparabilité dans le temps et dans l'espace géographique. Dans cet article, nous n'évoquerons que quelques-uns de ces indicateurs et nous renverrons à d'autres études pour ce qui concerne les indicateurs de nature économiques, socio-économiques, sociaux, ainsi que les relations de ces indicateurs avec les indicateurs plus directement liés à l'éducation et aux résultats de l'éducation.

Précisons davantage les objectifs de PISA en utilisant les termes mêmes utilisés par l'OCDE :

« L'enquête PISA vise à évaluer dans quelle mesure les jeunes adultes de 15 ans, c'est-à-dire des élèves en fin d'obligation scolaire, sont préparés à relever les défis de la société de la connaissance. L'évaluation est prospective, dans le sens où elle porte sur l'aptitude des jeunes à exploiter leurs savoirs et savoir-faire pour faire face aux défis de la vie réelle et qu'elle ne cherche pas à déterminer dans quelle mesure les élèves ont assimilé une matière spécifique du programme d'enseignement. Cette orientation reflète l'évolution des finalités et des objectifs des programmes scolaires : l'important est d'amener les élèves à utiliser ce qu'ils ont appris à l'école, et pas seulement à le reproduire. »³

Ce qui est évalué est la littératie (ou littéracie), que l'OCDE définit ainsi :

« ... la notion de "littératie", ... renvoie à la capacité des élèves d'exploiter des savoirs et savoir-faire dans des matières clés et d'analyser, de raisonner et de communiquer lorsqu'ils énoncent, résolvent et interprètent des problèmes qui s'inscrivent dans divers contextes. » (idem)

Enfin, ce qui concerne les mathématiques :

« La littéracie mathématique est l'aptitude d'un individu à identifier et à comprendre le rôle que les mathématiques jouent dans le monde, à produire des jugements fondés sur les mathématiques, et à s'engager dans des activités mathématiques, en fonction des exigences de sa vie en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi. » (ibidem)

Il est donc clair que les objectifs pris en compte par PISA ne recouvrent pas les objectifs de notre système éducatif. Dans un article précédent [2], nous avions pu estimer que, pour les mathématiques, le questionnement de PISA recouvrait 15% à 20% des programmes du collège. Certes, il s'agit, a priori, de la partie considérée comme la plus utile à tous ; il ne serait donc pas anormal de lui accorder une attention particulière, mais cela montre bien que l'on ne peut pas considérer que PISA évalue la qualité globale de notre système éducatif. En fait, selon les pays,

³ OCDE 2004 – cadre de référence PISA.

l'adéquation de PISA aux curriculums en vigueur est plus ou moins grande, ce qui, à soi seul, explique, sans les justifier, une grande partie des différences observées.

L'organisation des études PISA

L'organisation est lourde et complexe ; nous renvoyons aux documents cités en référence pour plus de détails. Résumons seulement les points principaux :

- l'étude est périodique de période 3 ans (2000 ; 2003 ; 2006 ; 2009 ;...). À chaque occurrence de l'étude, une partie des questions est gardée secrète pour permettre les comparaisons ultérieures.
- trois domaines sont concernés (lecture, mathématique et science) avec en plus, en 2003, un domaine considéré comme transdisciplinaire : la résolution de problèmes.
- pour chacune des opérations, l'accent est porté sur l'un des domaines. En 2003, c'était les mathématiques avec environ le 2/3 du temps de passation des épreuves consacré aux questions de ce domaine (en 2006, l'accent portait sur les sciences ; en 2000 il portait sur la lecture ; l'accent portera à nouveau sur les mathématiques en 2012).
- les échantillons d'élèves passant les épreuves sont censés représenter statistiquement l'ensemble des jeunes de 15 ans des pays ou des systèmes concernés. Des procédures strictes de contrôle de la qualité des échantillons sont mises en œuvre. Des pays peuvent être sortis de l'étude pour manquement aux règles imposées pour l'échantillonnage (ce fut le cas du Royaume-Uni en 2003).
- tous les élèves ne passent pas toutes les questions de l'évaluation et, par le jeu des livrets d'évaluation, tous les élèves ne passent pas les questions dans le même ordre. Signalons au passage que les livrets d'évaluation étaient, en 2003, formés de 3 modules de mathématiques et d'un module d'un autre domaine.
- ce ne sont pas les enseignants des élèves qui administrent les épreuves et les codages des réponses sont faits par des personnes spécialement entraînées et indépendantes des établissements des élèves testés (théoriquement !).

Précisons que le temps de passation par livret est fixé à 2 heures et cela pour un nombre d'items de l'ordre d'une cinquantaine. Le temps moyen alloué pour répondre à un item est d'environ 2 minutes (mais une question peut comporter plusieurs items). Il suffit de jeter un œil sur les questions de lecture, ou de sciences, mais aussi de mathématiques, pour constater que les élèves n'ont que peu de temps pour chercher et qu'ils doivent décider rapidement de leurs réponses.

Comprendre les scores de PISA

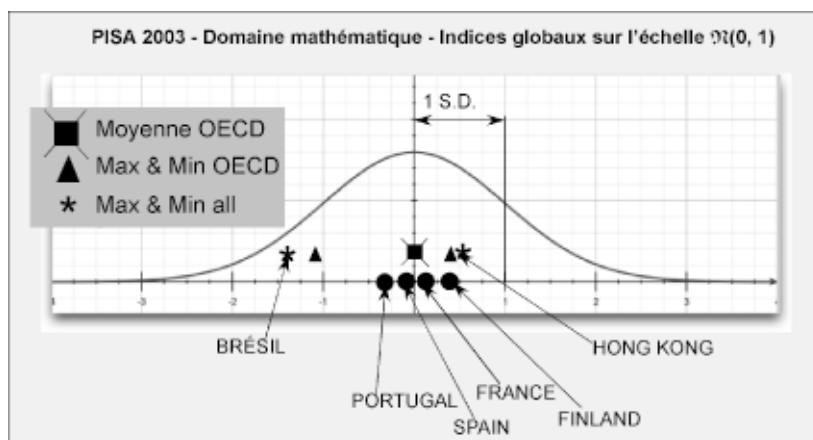
Les résultats de PISA sont rapportés à une échelle qui reste mystérieuse pour la plupart de ceux mêmes qui l'utilisent. En effet, que signifie la phrase suivante : « *En mathématiques, en 2003 ; le score de la France était 511, tandis que le score de la Finlande était de 544, soit un écart de 33 points....* » ? Sur une échelle d'amplitude apparente de 1000 unités, 33 points, est-ce beaucoup ou est-ce négligeable ?

Pour pouvoir répondre à cette question, il faut avoir une idée de la façon dont les données sont traitées et dont ces « scores » sont calculés. En fait, une machinerie complexe est utilisée dont il n'est possible de donner ici qu'un aperçu.

Dans un premier temps, on connaît, par pays, les réussites-échecs de chaque élève à chacune des questions auxquelles il a été soumis. Cela permet de déterminer, toujours par pays, les taux de réussite à chacune des questions de l'étude (telle question a été réussie dans tel pays par x% et dans tel autre pays par y% des élèves l'ayant passée).

Partant des résultats bruts (en fait des codages en [0 ; 1]), une procédure d'affection probabiliste permet de traiter les élèves n'ayant pas passé certaines questions comme s'ils les avaient passées. D'autres corrections et ajustements sont faits pour tenter de réduire certains biais qui auront été détectés et en particulier pour tenir compte des biais d'échantillonnage. La procédure d'attribution qui conduit finalement à attribuer un « score » à chaque élève est assez complexe et comporte de nombreuses itérations. Cette procédure est destinée à rendre comparable les résultats d'élèves n'ayant pas été soumis aux mêmes questions. Elle vise aussi à inférer sur l'ensemble des jeunes de 15 ans les résultats observés sur un échantillon représentatif (en France, par exemple, seuls 4300 élèves ont réellement passé des épreuves, c'est-à-dire environ 1000 élèves pour chacune des questions). Ce que l'on obtient à ce moment, c'est un indice qui reste assez proche des scores réels observés, mais ce n'est déjà plus un score au sens strict. La distribution des scores obtenus à ce premier niveau est alors transformée pour être ajustée à la distribution normale réduite $N(0 ; 1)$. On obtient ainsi un indice de réussite (il ne faudrait plus parler ici de score).

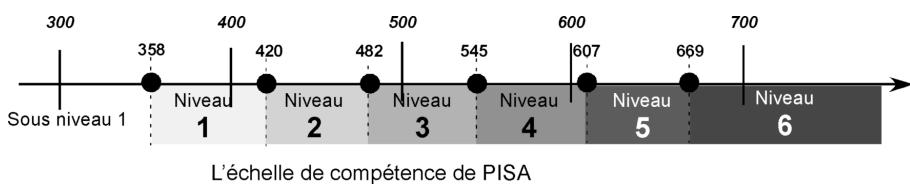
L'indice de réussite de l'ensemble des jeunes de 15 ans de l'OCDE est donc ajusté à la loi normale $N(0 ; 1)$ et l'on peut alors replacer les résultats d'un pays sur cette échelle (en se restreignant aux résultats de ce pays). On peut de même placer chaque individu sur cette échelle et parler, par exemple, d'un individu de niveau 2 par rapport à cet indice, cela pour dire que ses résultats se trouvent à deux écart-types de la moyenne par rapport à l'ensemble des jeunes de l'OCDE. Voici un exemple de présentation possible des indices de quelques pays.



Insistons sur le fait qu'à ce niveau, on a totalement perdu de vue les scores. La seule chose que l'on puisse dire de l'écart, par exemple, entre la France et la Finlande est qu'elle est de 33 centièmes d'écart-type sur l'échelle ainsi construite. Pour des raisons de lisibilité, on effectue une nouvelle transformation pour ajuster

notre distribution à la distribution normale de moyenne 500 et d'écart-type 100. L'échelle de compétence mathématique de PISA est donc, finalement, l'échelle N (500 ; 100).

Conformément aux techniques issues de la psychométrie (théorie des réponses aux items), PISA définit alors l'indice de difficulté d'un item donné comme étant la valeur de l'indice global de compétence à partir duquel un individu a une probabilité au moins égale à 0,5 de réussir cet item. Cette organisation a permis à PISA de définir des niveaux de compétence. Là encore, la définition de ces niveaux est assez complexe et fait interagir une démarche qualitative (jugement d'experts) et une démarche quantitative. Après quelques itérations du processus et stabilisation du résultat, on a obtenu un découpage de l'échelle de compétences en 6 niveaux (plus un).



L'échelle de compétence de PISA

Un élève est donc au niveau 6 s'il a un indice de compétence égal ou supérieur à 669, tandis que dire qu'un item est au niveau 6, c'est dire que la probabilité d'un élève de niveau 6 de réussir cet item est supérieure ou égale à 0,5. Notons que la définition de ces niveaux permet d'assurer que, si l'on considère un ensemble d'items dont les indices de difficulté appartiennent tous, par exemple, à l'intervalle [607 ; 669], l'espérance mathématique du score d'un individu de niveau 5 sur cet ensemble d'items est supérieur ou égal à 50% (espérance mathématique de la loi binomiale de paramètre 0,5).

La façon dont la construction de cette échelle prend en compte l'analyse des tâches permet de donner un sens à ces niveaux et permet de les décrire (cf. [3]). On peut alors, par exemple, comparer les proportions d'élèves qui, dans chaque pays, se trouvent à tel ou tel niveau de compétence.

Les mathématiques dans PISA

S'il convient de savoir interpréter les scores de PISA, il est tout autant nécessaire de connaître le cadre de référence, lequel donne accès aux conceptions qui orientent l'étude, et le questionnement lui-même. Ces éléments sont facilement accessibles (cf. [3], [4] & [5]).

Pisa a une approche utilitaire des mathématiques et se demande dans quelles classes de problèmes les compétences mathématiques pourront s'utiliser. L'idée n'est pas nouvelle et rejoint, en particulier, celle des problématiques de l'APMEP. Cependant, sur ce point, PISA s'est directement inspiré d'un ouvrage publié par le conseil national de la recherche des USA [6].

Le domaine mathématique est découpé en quatre sous-domaines : Quantité, Espace et forme, Relations et variations, Incertitude. Les expressions utilisées reflètent bien l'idée que ce ne sont pas les connaissances dans les domaines mathématiques classiques (géométrie, algèbre, ...) qu'il s'agit d'évaluer, mais bien la façon dont ces

connaissances peuvent être mobilisées dans des situations relevant d'une analyse non scolaire des besoins.

Le terme d'incertitude, par exemple, recouvre ce que l'on peut appeler l'aléatoire ; du moins si l'on admet que les statistiques, lorsqu'elles ne se limitent pas au dénombrement, participent de l'aléatoire (choix des échantillons, etc.)

« Le terme "Uncertainty" est utilisé pour suggérer deux sujets liés : données et hasard. Aucun des deux n'est un sujet mathématique. D'une façon un peu rapide, on peut dire que les statistiques et les probabilités sont les domaines des mathématiques qui prennent en charge, respectivement, les données et le hasard »⁴

Cette distance prise avec les mathématiques savantes illustre le type de double transposition valorisé par PISA. Le « réel » est supposé constituer la source comme le cadre des situations d'évaluation proposées, tandis que les mathématiques plus ou moins savantes, apprises au cours de la scolarité, sont supposées se mobiliser naturellement dans les dites situations. D'une certaine façon, PISA porte sur ce que l'on a pu appeler les mathématiques mixtes, mais traduire, comme cela est souvent fait, « data » par statistiques et « chance » par probabilités abolit cette distance ; distance dont il n'est alors même plus possible de discuter la pertinence épistémologique.

PISA considère 3 grandes classes de compétences : Reproduction, Connexions et Réflexion. Ces classes servent, simultanément, à l'analyse des compétences (ce qu'il faut être en mesure de mettre en œuvre dans tel type de situation), à la création et à l'analyse des tâches proposées. La description complète de ces classes de compétences peut être trouvée, en particulier, dans [3].

Le cas français

Résultats globaux

Le tableau suivant rassemble, pour trois pays dont la France, les scores officiels du domaine mathématique pour les volets 2000, 2003 et 2006 de l'étude.

PISA : les « scores » en mathématiques			
	Maths 2000	Maths 2003	Maths 2006
FRANCE	517	511	496
FINLANDE	536	544	548
ALLEMAGNE	490	503	504

La comparaison avec la Finlande s'impose dans la mesure où ce pays est souvent cité comme exemple. Nous avons ajouté l'Allemagne parce que dans ce pays, les résultats de l'enquête 2000, jugés mauvais, ont suscité des réactions importantes et des remises en cause sévères.

À l'observation de ce tableau, qui vient confirmer d'autres alertes, on comprend que ces résultats ne laissent pas (ou plutôt, ne laissent plus) indifférents les responsables de notre système éducatif.

Le tableau suivant présente les « vrais » scores moyens de l'ensemble des questions du domaine mathématique et de ses différents champs (sous-domaines). On

⁴ David Moore dans [6].

constate que la différence entre les moyennes des scores français et finlandais est d'environ 6 points de pourcentage, soit une différence relative de plus de 10%. Cette différence est hautement significative d'un point de vue statistique.

Scores mathématiques PISA 2003					
	Maths TOUT	Quantité	Relations et variations	Espace et forme	Incertitude
France	53%	62%	53%	50%	48%
Finlande	59%	68%	56%	56%	56%
Japon	58%	65%	55%	59%	52%
OCDE	50%	58%	48%	48%	46%
TOUS	48%	56%	45%	46%	44%

Les différences de même type, pour chacun des champs de l'étude restent du même ordre (par exemple entre 3% et 8% selon les domaines, entre les résultats français et finlandais). Il s'ensuit que les analyses par domaine pour tenter d'expliquer ou de justifier des différences entre pays sont en général assez vaines. Ainsi, pour expliquer les mauvais résultats français relatifs au domaine « incertitude » on a fait valoir que notre curriculum faisait peu de place à l'aléatoire et que les statistiques étaient traitées chez nous d'un point de vue plus quantitatif que qualitatif, contrairement à ce qui se passe dans d'autres pays. Cela est en partie vrai, mais, surtout, les questions du champ « incertitude » sont perçues comme plus difficiles que celles des autres champs. Et cela dans tous les pays. Bien entendu, l'analyse par sous-domaines reste intéressante, mais à condition d'entrer dans le détail du questionnement.

Nous avons vu plus haut que PISA classait aussi les questions de l'étude en trois classes de compétence supposées hiérarchisées : Reproduction, Connexions et Réflexions (cf. [3]). On peut alors se demander si la faiblesse relative de la France se traduit de la même façon pour chaque classe de compétences.

Le tableau suivant conduit à répondre oui à la question.

	Reproduction	Connexions	Réflexion
Finlande	74,1%	55,2%	44,2%
France	68,7%	48,6%	38,6%
Japon	71,7%	53,2%	45,6%
OCDE	65,1%	45,7%	36,3%

Influence du format des questions ?

Le mode de questionnement de PISA peut aussi être interrogé. Il a souvent été dit que le mode de questionnement en QCM défavorisait nos élèves. En réalité, seulement le tiers des questions mathématiques de PISA sont des QCM simples ou complexes (28 questions sur 85). Les autres questions sont des QROC (Questions à Réponses Ouvertes et Courtes) : 58 questions sur 85).

On peut encore distinguer les QROC à réponse forcée, notées ici QROCF, questions pour lesquelles on attend un nombre un mot ou une expression, et les questions à réponse étendue, notées ici QROCE, pour lesquelles on attend une justification.

L'examen du tableau ci-dessous montre bien que les QCM ne creusent pas les différences. Compte tenu de l'importance donnée à l'argumentation et à la démonstration dans notre système, nous pensions que les résultats français des QROCE se rapprocheraient de ceux des pays qui sont en tête. Là encore, le tableau montre qu'il n'en est rien.

	QCM	QROC	QROCF	CROCE
Finlande	59,6%	58,3%	66,9%	48,3%
France	53,3%	51,9%	61,2%	41,1%
Japon	59,1%	56,9%	66,3%	46,0%
OCDE	51,2%	48,8%	58,6%	37,4%

Plus généralement, nous avons essayé de chercher des différences en faveur des résultats français, mais nous devons dire que nous n'avons rien trouvé de ce type. Ce qui frappe plutôt, c'est que, en quelque sorte, nous sommes uniformément moins bons que les têtes de classe (Finlande, Japon). Un peu moins bons ou beaucoup moins bons reste une question d'appréciation.

Classement suivant les niveaux de compétence

Nous avons vu plus haut que PISA définissait 6 (+1) niveaux de compétence. Le tableau suivant permet de comparer la répartition des jeunes de 15 ans de l'ensemble des pays de l'OCDE et de ceux de la France et de la Finlande par rapport à ces niveaux.

Niveau de compétence mathématiques	Inférieur à 1	1	2	3	4	5	6
OCDE	11,0%	14,6%	21,2%	22,4%	17,6%	9,6%	3,5%
FRANCE	5,6%	11%	20,2%	25,9%	22,1%	11,6%	3,5%
FINLANDE	1,5%	5,3%	16%	27,7%	26,1%	16,7%	6,7%

Ces chiffres confirment d'autres études (TIMSS en particulier), qui, depuis longtemps, mettent en évidence qu'en ce qui concerne les mathématiques pour tous, ou, si l'on veut, les mathématiques du citoyen, notre pays réussissait plutôt mal, en particulier avec les élèves les plus en difficulté. Un autre fait apparaît, qui peut contredire quelques certitudes : nous ne sommes pas très bons, non plus, en ce qui concerne la formation des meilleurs (niveaux 5 et 6), au moins pour les compétences visées par PISA. Moins bons que la Finlande, bien sûr, mais aussi que la Suisse, le Canada, le Japon, la Corée, etc.

Il faut certes éviter d'étendre sans précautions les conclusions ci-dessus à l'ensemble de la formation mathématique. Il est possible que l'insistance mise dans notre curriculum, et dans nos pratiques, sur des mathématiques plus formelles que celles prises en compte par PISA (place de la démonstration, du symbolisme, de l'algèbre, de l'analyse,...), puisse profiter à nos meilleurs élèves. Dans les études EVAPM, par exemple, les corrélations entre les réussites observées à des exercices de type PISA (concrets) et des exercices plus formels sont en général assez faibles.

De leur côté, nos collègues finlandais dénoncent une focalisation trop grande de leur enseignement secondaire sur les situations de la vie réelle et le fait que cela se paie ensuite par des difficultés d'abstraction, de rigueur, et de formalisation. [13].

Mais l'accès médiocre de l'ensemble des jeunes aux mathématiques reconnues utiles pour la vie et pour la vie citoyenne en particulier, n'est pas sans importance. Les meilleurs d'aujourd'hui seront les élites de demain et si ces élites ne sont, au mieux, à l'aise que dans le formalisme mathématique, c'est l'équilibre même de la société, pour ne pas dire la démocratie qui se trouvera menacée.

Tentatives d'explications

Pour une part les difficultés rencontrées doivent être rapportées aux difficultés générales de notre système éducatif, lesquelles doivent elles-mêmes être rapportées aux difficultés générales de notre société. J'ai montré ailleurs [2] qu'il suffirait d'« oublier » les 10% des jeunes les plus en difficulté pour nous retrouver au niveau de la Finlande (mais il faut déjà noter que pour des raisons obscures les DOM ont déjà été exclus de l'étude !).

D'autre part, les observateurs convergent pour expliquer que les élèves de notre système ont acquis des connaissances mais qu'ils ne sont pas bien préparés à mobiliser ces connaissances dans des situations qui ne sont pas soigneusement balisées. Ils savent faire (comparativement) si on leur dit ce qu'il faut faire mais sont désarmés s'ils doivent eux-mêmes mathématiser ou modéliser dans une situation qu'ils n'ont pas déjà, explicitement, rencontrée.

Ces mêmes observateurs, qu'ils soient français ou non, tendent à dénoncer une forme d'enseignement trop formel et trop procédural (bien que cela ne semble plus tout à fait vrai, au moins dans les premières années de l'enseignement secondaire).

Il faut encore noter que, entre les attaques visant l'« impérialisme des mathématiques », depuis longtemps dépassées en ce qui concerne l'enseignement obligatoire, et les rééquilibrages disciplinaires, la place des mathématiques dans la scolarité n'a pas cessé de se dégrader au fil des ans. Il n'est donc pas possible de rejeter totalement les faiblesses constatées sur des défauts ou sur des biais dus à l'étude elle-même.

Ces biais existent cependant, mais il y a deux sortes de biais que l'on a trop tendance à confondre dans une même réprobation de PISA : les biais techniques et les biais curriculaires et culturels. Les biais techniques sont nombreux et bien documentés (cf [7]). Il en existe à tous les niveaux des opérations : échantillonnage, recueil de l'information, condition de passation des tests, codage des réponses, traitements des données,... À des degrés divers, ces biais existent aussi pour les études nationales et certains sont inhérents à la démarche. Ils rendent ridicule l'excès de précision souvent affichée par les rapporteurs et les commentateurs de PISA (et le présent article n'y échappe pas qui donne des pourcentages à 0,1% près...), mais selon notre expérience personnelle de PISA et selon les comparaisons que nous avons pu faire dans le cadre de contre-enquêtes nationales (Observatoire EVAPM), ces biais ont peu d'incidence sur les conclusions que l'on peut raisonnablement tirer de cette étude.

Les autres biais invoqués sont les biais curriculaires et les biais culturels : PISA n'évaluerait pas de façon conforme aux programmes, aux pratiques et aux attentes qui sont habituelles dans notre pays ; de plus l'organisation de PISA s'effectuerait dans un cadre largement anglo-saxon.

Ces biais sont réels et puissants. Le biais curriculaire mesure une sorte de distance entre nos conceptions de l'enseignement des mathématiques et celles que l'OCDE cherche à promouvoir. Mais parler alors de biais conduit à penser que notre curriculum serait idéal, ce qui n'a rien d'évident. On peut dire la même chose du biais culturel : le présenter ainsi équivaut à conférer une supériorité absolue à notre culture nationale.

Il n'en reste pas moins que la façon dont PISA recouvre nos objectifs d'enseignement est très faible et qu'aucun locuteur francophone, ni même de langue latine, n'est membre de l'équipe mathématique de PISA, et que d'une façon générale, l'influence française dans l'organisation de cette étude est très faible. Cela est surtout dû aux carences de la gouvernance française (incapable de choisir entre l'exclusion justifiée et la présence active et efficace)⁵.

Une certaine conception de la « vie réelle » (mot d'ordre directeur de PISA) et des mathématiques pour tous (mathématiques du citoyen) conduit à exclure de l'étude toute démonstration ou recherche de preuve et, pratiquement, toute manipulation symbolique. D'une certaine façon, on peut dire que PISA est plus proche du certificat d'études d'antan que de notre baccalauréat, à ceci près que les qualités d'analyse des situations, d'initiative et de critique y sont beaucoup mieux prises en compte.

On est alors en droit de se demander ce qu'il reste de l'éducation mathématique et craindre qu'une adaptation sauvage aux objectifs de PISA (adaptation en cours dans de nombreux pays) nous éloigne de valeurs essentielles de la formation mathématique. Il y a là matière à débat et sans doute à action pour qu'une grande partie des élèves puisse continuer à faire des mathématiques et à pouvoir accéder à des études scientifiques dans de bonnes conditions. Mais, simultanément, il est souhaitable que quasiment tous les jeunes abordent leur vie d'adultes avec les outils leurs permettant une insertion réussie aux points de vue personnel, social et professionnel. Cela, qui constitue l'objectif principal de PISA est aussi, dans notre pays, et plus généralement en Europe (au moins), l'objectif officiel du socle commun de connaissances et de compétences. Articuler ces deux exigences ne sera pas facile et mérite de mobiliser davantage les efforts de la communauté mathématique.

Rapport au verbal et aux autres domaines disciplinaires

Les corrélations entre les résultats des différents domaines de l'étude sont très élevées : beaucoup plus que ce que l'on trouve habituellement à l'intérieur même des mathématiques par exemple entre algèbre et géométrie ou géométrie et gestion de données.

PISA 2003 : corrélations OCDE

	Lecture	Science	Résolution de problèmes
Mathématiques	0,77	0,82	0,89
Lecture		0,83	0,82
Science			0,79

⁵ L'OCDE a en effet été contrainte par le « gouvernement français » (sans doute quelque obscur gardien du temple) à se débarrasser de l'expert français qu'elle avait choisi pour les mathématiques. Il aurait, il est vrai, pu manquer de docilité.

Si l'on se place, non plus au niveau des individus, mais au niveau des pays, les coefficients de corrélation linéaire sont tous supérieurs à 0,95. Autrement dit, la connaissance du score d'un pays dans l'un des domaines permet d'avoir, directement, une bonne approximation du score de ce pays dans les autres domaines. À l'évidence, il y a un facteur commun à l'ensemble des domaines et ce facteur est très important.

L'importance prise dans le questionnement par la langue de communication est telle qu'il est probable que la langue soit ce facteur commun. En mathématiques comme dans les autres domaines, l'élève se trouve très souvent face à un texte important à lire, à comprendre, duquel il doit tirer les informations utiles et laisser de côté celles qui ne le sont pas. Comme l'exprime assez bien un chercheur anglais : « *dans PISA, il y a souvent peu de mathématiques à mobiliser, mais beaucoup à faire avant de pouvoir les utiliser.* » [8]. On peut alors penser que les caractéristiques linguistiques des langues utilisées influent aussi sur les résultats de PISA, et donc sur les différences entre pays.

Ces observations posent la question de la validité de l'étude relativement à ce qui peut faire la spécificité des mathématiques et donc, de la valeur des conclusions que l'on peut tirer sur la qualité de la formation mathématique des jeunes d'un pays à partir des seuls résultats de PISA.

Les réactions

Dans le monde, les réactions à PISA ont été très importantes et ont souvent conduit à de profondes remises en cause et à des mesures spécifiques. Pour s'en convaincre, sur le seul plan mathématique, il suffit de consulter les sites des associations de spécialistes et, dans nombre de cas, des sociétés mathématiques nationales. En France, jusqu'à une période récente, après avoir fait quelques jours la une des journaux, PISA n'a pas intéressé grand monde, du moins officiellement. Les responsables ont tenté de minimiser la pertinence de l'étude en invoquant les biais évoqués plus haut. Les commentaires officiels ont surtout cherché à rassurer le public et les enseignants. « *En culture mathématique ...[les élèves] font preuve d'une relative aisance dans les activités qui reposent sur des supports "scolaires". Ils savent néanmoins tirer parti de l'enseignement théorique dispensé ...pour affronter des exercices qui ne sont généralement pas pratiqués dans le cadre de l'école française.* »

« *Les scores français se situent de façon significative au-dessus du score moyen des pays de l'OCDE.* »⁶

Le rapport public présentant une analyse assez complète de l'étude 2003 n'a été publié qu'en 2007⁷ ! Ce rapport ne fait que confirmer les premières déclarations officielles et, creusant un peu les différents champs de l'étude, écrit :

Variations et relations : très bons résultats (!)

« *...une performance particulièrement solide en Variations et Relations, champ où les élèves français montrent leurs compétences en matière de lecture, d'interprétation et d'exploitation de documents graphiques (courbes, tableaux), ou encore d'application de relations mathématiques comme la proportionnalité. Le*

⁶ DEPP (Ministère de l'éducation nationale) 04/12/2005.

⁷ Dossier DEPP 180 – 2007.

prélevement d'information sur des supports divers est un point fort des élèves français, ce qui est probablement dû au fait qu'il est pratiqué dans plusieurs disciplines, dès le collège. »

Espace et formes : bon niveau (!)

« Dans le champ Espace et Formes, les élèves français montrent également un bon niveau de compétence sur l'interprétation des configurations, sur des calculs d'aires et de périmètres ou l'appréhension de figures dans l'espace. »

Quantité : réussite relativement plus faible

« Les performances sont plus moyennes dans le champ Quantité qui fait appel au travail sur les nombres et au calcul »

Incertitude : hors curriculum

Il est surtout remarqué que les probabilités ne faisaient pas partie du curriculum français de l'école obligatoire (alors même qu'un regard sur les questions et une prise en considération du concept d'incertitude montrerait que les probabilités ne sont pas vraiment concernées). Dans l'ensemble, le rapport se contente de pointer quelques points faibles : « Les "points faibles" des élèves français semblent résider dans la capacité à effectuer des généralisations (par exemple, établir une formule) et, de façon générale, à prendre des initiatives sans se référer à un schéma connu, ou encore à faire des essais avant de répondre. »

Malgré cette apparente indifférence le système a cherché à s'adapter :

- publication d'un décret définissant un socle commun de connaissances et de compétences précisant ce que tous les jeunes doivent maîtriser à la fin de leur scolarité obligatoire. Le décret se réfère explicitement à PISA.

- modification plus ou moins profonde des questions d'examen (Brevet des collèges et baccalauréat). En particulier les questions du Brevet cherchent à être moins formelles et davantage ancrées sur des situations de la « vie réelle ». Toutefois, l'essentiel est oublié, à savoir la dévolution au candidat des démarches à mettre en œuvre. On continue à baliser l'activité par un questionnement du type I. a), I. b)... en n'oubliant pas de préciser : en utilisant tel théorème, en appliquant telle procédure,... ce qui s'inscrit en totale contradiction avec les conceptions développées et évaluées par PISA.

- révision des programmes du collège pour y inclure une dose d'aléatoire.

- révision des programmes du primaire, pour les élèves de 6 à 11 ans, en se référant aux mauvais résultats enregistrés par PISA entre 15 et 16 ans et sur la base, à mon avis (et pas seulement !), d'une totale incompréhension des objectifs privilégiés par PISA.

Les résultats de PISA 2006 ont été accompagnés d'un changement radical dans les déclarations officielles, changement que les variations réelles des taux de réussite entre 2003 et 2006 expliquent moins que les récents changements politiques. Quoi qu'il en soit, un certain consensus existe maintenant pour affirmer que les choses ne vont pas aussi bien que ce qui avait pu être annoncé et que des mesures doivent être prises (mais bien sûr le consensus n'existe pas en ce qui concerne ces mesures).

Le discours officiel a donc changé. Par exemple, le ministre de l'éducation nationale interrogé par France Culture le 3 novembre 2007 déclarait : « *Il n'est pas normal – nous allons le voir bientôt dans une enquête PISA à propos de la compétence*

mathématique en fin de collège – que la France ne cesse de baisser. Nous sommes très en-dessous de la moyenne européenne »

Ces mauvais résultats devaient conduire, selon le ministre, à « remettre de l'école dans l'école » et à « recentrer les missions de l'école primaire sur l'acquisition des savoirs fondamentaux ».

Toujours selon le ministre (12 décembre 2007) : « ... la parution, au cours des dernières semaines, des deux enquêtes internationales PISA et PIRLS, a livré un constat alarmant sur l'état de notre système scolaire.... L'enquête PISA menée par l'OCDE auprès des élèves âgés de quinze ans montre que les résultats obtenus vers la fin de la scolarité obligatoire sont à la fois médiocres pour la culture scientifique, où la France se situe à peine dans la moyenne des pays de l'OCDE, inquiétants pour la compréhension de l'écrit, où la part des bons élèves recule et celle des élèves en difficulté régresse, et alarmants pour les mathématiques où les résultats de la France régressent et où la part des élèves les plus faibles augmente de 37%. »

Les informations diffusées dans les médias emboîtent le pas.

Le quotidien *Le Monde*, qui n'est pas le plus acide, n'hésite pas à écrire (16 décembre 2007) : « *Alerte sur le « niveau » scolaire. Des signaux négatifs s'accumulent sur les performances de l'École en France.* »

Certes, le problème est réel et il est heureux que l'on s'en préoccupe, mais il convient de noter que comparativement, cette situation n'est pas plus catastrophique que celles de la plupart des pays comparables (Allemagne, Royaume-Uni, USA, sans parler de l'Espagne, de l'Italie ou du Portugal). Tous les pays, y compris ceux qui figurent en tête du palmarès ont de quoi être inquiets. En tout cas, si ces exagérations conduisent à prendre des mesures pertinentes et efficaces, et non à démoraliser davantage les enseignants, les alertes provoquées ou renforcées par PISA n'auront pas été inutiles.

On le sait, PISA n'est pas, en France, la seule source d'indicateurs sur les acquis mathématiques des élèves. Sur de nombreux points, PISA ne fait que confirmer d'autres études ou observations.

Malheureusement les sources d'information indépendantes sont rares et partielles. La France ne participe qu'avec réticence aux études internationales. Elle est sortie de TIMSS après 1995 et de ce fait n'a pas participé à l'étude de 2008 qui a répliqué l'étude menée en 1995 sur les acquis des futurs scientifiques en fin d'études secondaires. On peut toujours évoquer les insuffisances de ce type d'étude, mais d'une part cela nous prive d'indicateurs importants et de sources de réflexion utiles, et, d'autre part, cela nous fait regarder, dans le monde, comme des mauvais joueurs, qui préfèrent s'exclure des comparaisons possibles, chaque fois qu'elles risquent de tourner à leur désavantage.

Parmi les réflexions internes, en 2003, sous le titre « alerte aux mathématiques ? », l'association des professeurs de mathématiques (APMEP) a largement diffusé un texte résumant les résultats d'une étude à grande échelle (EVAPM) conduite à la fin de la classe de seconde. Cette alerte ne faisait que prolonger les inquiétudes manifestées après les études menées au niveau des classes terminales en 1999. Les mathématiciens prennent leur part dans la dénonciation des insuffisances du système. Ainsi, Laurent Lafforgue (Médaille Fields) écrit dans *Le Figaro* du 4 décembre 2004 : « ... *Les gens l'ignorent, mais on assiste à un naufrage ! On imagine encore que les petits Français sont bons en maths. Mais, ils sont désormais*

mauvais, et cela pose un problème aux universités et aux écoles supérieures, qui ont déjà commencé à baisser le niveau de leurs programmes. ... »

D'une façon plus modérée, mais tout aussi ferme, Jean-Pierre Bourguignon⁸ écrit dans *Le Monde* (4/12/2007) : « *On est obligé de reconnaître que le système scolaire français ne réussit pas à monter tout le monde à un niveau convenable. On peut craindre que, de ce point de vue, les écarts ne se soient récemment creusés encore.* »

Il serait facile de multiplier les citations.

Comme annoncé dans l'introduction, cet article a cherché à informer et à sensibiliser la communauté mathématique. J'ai ailleurs écrit un article destiné à sensibiliser les enseignants du secondaire tout en leur fournissant des instruments de réflexion et d'évaluation qu'ils peuvent utiliser avec leurs élèves [4] et le site de l'AP-MEP]. L'enjeu me semble être de tirer profit des résultats et des analyses de PISA pour améliorer la formation pour tous sans perdre ce qui a fait jusqu'à ces derniers temps la qualité habituellement reconnue de la formation mathématique des élites scientifiques (sachant cependant que d'autres élites se sont souvent complu à se glorifier de leur éloignement des mathématiques). Insistons encore sur le fait que cet article est gravement incomplet. Il manque en particulier une présentation complète du cadre de référence de l'étude et, surtout, le questionnement lui-même. J'ai renoncé à présenter ici une ou deux questions, ce qui eût été trop réducteur, préférant laisser le lecteur se faire sa propre idée à partir des documents et diaporamas qu'il pourra trouver sur mon site [5]. Sur le même site on trouvera également les questions des domaines « lecture », « sciences » et « problem solving » (qu'il serait ambigu de traduire ici par résolution de problèmes).

Nous n'avons voulu traiter ici que du cas des mathématiques, mais, compte tenu des corrélations évoquées plus haut entre les résultats des divers domaines, il n'est pas sans intérêt de s'intéresser aux questionnements utilisés dans les autres domaines. De plus, le domaine « science » ne peut nous laisser indifférents. Les résultats de notre pays y sont encore, relativement, aux autres pays, plus mauvais qu'en ce qui concerne le domaine mathématique, mais il est certain que le curriculum correspondant est encore plus éloigné que le nôtre des objectifs de PISA.

Références citées

- [1] BODIN, A. (2006) Un point de vue sur PISA. *Gazette des mathématiciens* n° 108. Société Mathématique de France (SMF). pp 54-59
- [2] BODIN, A. (2006) Ce qui est vraiment évalué par PISA en mathématiques. Ce qui ne l'est pas. *Un point de vue Français*. Bulletin de l'APMEP. n° 463. p. 240-265.
- [3] BODIN, A. (2005) Classification des questions d'évaluation et cadre de référence des études PISA pour les mathématiques – présentation commentée. (document de travail - site web)
- [4] BODIN, A. (2008) : Lecture et utilisation de PISA pour les enseignants. *Petit x*; n° 78, pp. 53-78, IREM de Grenoble.
- [6] STEEN, L. A. (ED.) (1990) *On the shoulders of the giants - new approaches to numeracy*. National Academic Press (Washington)
- [7] HOPMANN, S., BRINEK, G, RETZL, M., (ÉDS) (2007) *PISA according to PISA*. Wien : Lit Verlag,
- [8] RUDDOCK, G & AL. (2006) : *Validation Study of the PISA 2000, PISA 2003 and TIMSS-2003 International Studies of Pupil Attainment*. National Foundation for Educational Research. London

⁸ Directeur de l'Institut des Hautes Études Scientifiques (IHÉS).

- [9] BODIN, A. (2007) What does Pisa really assess, in S. Hopman, G. Brinek, M. Retzl (eds) : PISA according to PISA. Wien : Lit Verlag.
- [10] BODIN, A. (2006) Les mathématiques face aux évaluations nationales et internationales. De la première étude menée en 1960 aux études TIMSS et PISA ... en passant par les études de la DEP et d'EVAPM. Communication séminaire de l'EHESS. Repères IREM, n° 65, octobre 2006.
- [13] KARI ASTALA, SIMO K. KIVELÄ, PEKKA KOSKELA, OLLI MARTIO, MARJATTA NÄÄTÄNEN, KYÖSTI TARVAINEN, and 201 mathematics teachers in universities and polytechnics : The PISA survey tells only a partial truth of Finnish children's mathematical skills, Site de SOLMU <http://solmu.math.helsinki.fi/>

Accès aux documents complémentaires

- [5] De nombreux documents et, en particuliers les questions rendues publiques et commentées sont téléchargeables à l'adresse : <http://web.me.com/antoinebodin/pro/> Page « ÉTUDES INTERNATIONALES PISA ».
- [11] Les rapport internationaux, en anglais et en français, peuvent être téléchargés à l'adresse : <http://www.pisa.oecd.org/>.
- [12] Les documents et études officiels français peuvent être téléchargés sur le site du ministère à l'adresse : <http://www.education.gouv.fr/pid53/evaluation-statistiques>.

Nouveaux programmes de mathématiques en classe de seconde : une analyse

Daniel Duverney¹

Bien que la réforme du lycée ait été reportée à la rentrée 2010, les changements de programmes réalisés à la rentrée 2008 en troisième dans le cadre du « Socle commun de compétences et connaissances » rendent nécessaire une réécriture des programmes de mathématiques de seconde pour la rentrée 2009.

Cette réécriture, essentiellement réalisée par l'Inspection Générale de mathématiques, est soumise à consultation jusqu'au 15 mai 2009. Les propositions de nouveaux programmes se trouvent sur le site d'*Eduscol*².

Le but de cette note est de fournir des éléments d'analyse sur ces nouveaux programmes, pour que les adhérents de la SMF puissent faire part de leurs réactions et que la Commission Enseignement puisse se prononcer, en avançant éventuellement des propositions de modifications. Le site Internet de la SMF, dans la rubrique « Réforme du lycée » rendra compte de l'évolution de la réflexion.

Notons d'abord que ces projets de nouveaux programmes présentent des aspects indéniablement positifs :

- une claire réhabilitation du raisonnement et de la démonstration comme une composante fondamentale de la démarche mathématique ;
- une incitation au développement de l'argumentation et de l'entraînement à la logique ;
- une réhabilitation des notations et du vocabulaire mathématique ;
- l'introduction d'outils logiciels et de l'algorithmique comme composante incontournable de la formation mathématique ;

¹ Lycée Baggio, Lille.

² http://eduscol.education.fr/D0015/consult_Maths.htm