

# **Que nous disent les évaluations internationales sur les compétences de nos élèves en matière de résolution de problèmes ?**

Antoine Bodin  
IREM de Marseille

## ***1. Avertissement préalable***

Pour avoir une idée de ce que les études internationales peuvent nous dire sur les compétences de nos élèves en matière de résolution de problèmes, il convient de s'entendre sur le sens à donner au mot problème et de s'accorder sur la présence ou non de problèmes dans le questionnaire utilisé dans ces études.

Le terme « problème » est largement polysémique. À moins d'étendre la notion à toute question appelant un traitement utilisant plus ou moins les mathématiques ou, simplement, la logique commune, il faut au moins, à chaque fois que l'on utilise le mot problème, se demander de quel type de problème on parle.

Sur la notion même de problème, ou plutôt sur les notions de problème, nous renvoyons en particulier à Polya [2], Glaeser [3], Bouvier [4] (articles « problème » et « *problem solving* »), Bodin [5].

Pour tous ces auteurs, ainsi que dans la tradition mathématique, un problème doit résister aux traitements de ceux auxquels à qui il est soumis (ainsi ce qui est un problème pour les uns ne l'est pas nécessairement pour d'autres) ; il demande un investissement en temps, éventuellement non limité, et surtout, il ne se prête pas à l'évaluation. Ou plutôt il ne se prête pas à l'évaluation telle qu'elle est pratiquée dans les tests standardisés (tels PISA) ; par contre, si l'on ne reste pas fixé sur la question de la réussite ou de l'échec, la démarche peut très bien être évaluée, mais cela suppose observation et analyse.

De ce point de vue, il n'y a pas de problème dans les études internationales, ou, lorsqu'il y en a, ils ne sont pas analysés en tant que problèmes. Des évolutions semblent cependant être à l'ordre du jour sur ce point.

Les études internationales comme d'autres études de même type, cherchent à évaluer les connaissances et les compétences des élèves relatives à un domaine ou à un thème donné en utilisant des ensembles de questions qui se veulent des révélateurs du savoir, mais qui sont aussi des filtres plus ou moins grossiers. Une question elle-même ouvre parfois sur plusieurs items qui correspondent à autant de sous-questions.

Une partie de la question peut être l'exposé d'une situation. Par exemple un extrait d'horaires de bus est proposé dans un habillage plus ou moins riche. Nous avons là l'exposé d'une situation. L'item lui-même ou les items relatifs à cette situation se présentent au sens propre sous forme de questions : « est-il vrai que... ? », « Pierre veut arriver à B avant midi ? »,

Quels bus peut-il prendre ?... ou encore, d'actions à exécuter : « coche la bonne case », « complète le tableau », « explique ta méthode »... Certaines questions se réduisent à un item. Il n'y a pas mise en situation : « Quel est le cube de 3 ? »,... Le vocabulaire utilisé est loin d'être univoque, d'autant que dans les études internationales la langue de travail est l'anglais et que les concepts comme les pratiques sont empruntés à des univers culturels bien différents du nôtre. Dans certains cas, les mots, même lorsqu'ils s'écrivent de la même façon en anglais et en français (les homonymes translinguistiques) n'ont pas toujours la même signification lorsque l'on passe d'une langue à l'autre). Dans d'autres cas les mots utilisés dans une langue n'ont pas de traduction unique dans l'autre. Le mot compétence en français, par exemple évoque immédiatement dans nos milieux un débat, voir une querelle, qui n'a aucun équivalent dans les pays de langue anglaise. Dans les versions françaises des documents issus des études internationales, le mot compétence est très souvent utilisé pour traduire le mot « *skill* » qui est d'usage beaucoup plus ancien et qui ne véhicule aucune connotation du type de celles associées en français au mot compétence. Cela pour rappeler qu'ici plus qu'ailleurs il faut être attentif à définir la signification que l'on donne aux mots utilisés.

## **2. Les études internationales en mathématiques : TIMSS et PISA**

En ce qui concerne les mathématiques, deux études internationales se complètent ou se font concurrence selon le cas : les études TIMSS (*Trends in Mathematics and Science Study*), héritière des études menées par l'IEA depuis 1960 et les études PISA menées par l'OCDE depuis l'année 2000. Études reprises et complétées tous les trois ans. La prochaine étude aura lieu en 2012 et comme en 2009 sera plus spécialement centrée sur le domaine mathématique.

Les études TIMSS sont liées aux programmes habituellement enseignés dans les différents pays. Elles sont « curriculum dépendantes ». Dans ces études, on pose des questions portant directement sur des connaissances particulières, sur l'utilisation de procédures, sur le raisonnement mathématique, sur la capacité à communiquer. On pose aussi des questions désignées comme relevant de la « résolution de problème », distinguées des précédentes. Dans l'étude TIMSS de 1995, la dernière à laquelle la France a participé, seul le tiers des questions posées sont qualifiées de problèmes. Toutefois, si l'on se réfère aux conceptions évoquées ci-dessus, et courantes dans notre pays, on pourra avoir du mal à accepter cette qualification pour nombre d'énoncés.

Par exemple (questions TIMSS 1999, niveau Quatrième) :

- Un coureur parcourt 3000 m en exactement 8 minutes. Quelle est sa vitesse moyenne en mètres par seconde ?

Réponse :      A. 3,75              B. 6,25              C. 16,0              D. 37,5              E. 62,5

- Si le produit par 4 d'un nombre est 48, à quoi est égal le tiers de ce nombre ?

Réponse :      A. 4              B. 8              C. 12              D. 16

Ces questions sont des questions à choix multiples comme le sont environ 75% des questions de TIMSS.

La dernière étude TIMSS à laquelle la France a participé date de 1995. Disons simplement qu'elle mettait en évidence, chez les élèves de notre pays (niveaux Quatrième et Terminale), des difficultés particulières à utiliser leurs connaissances dans des situations non formelles (problèmes plus ou moins concrets, supposant interprétation et construction de démarches). Plus précisément, alors que les questions de type formelles étaient plutôt mieux réussies dans notre pays que dans beaucoup d'autres pays, les questions en lien avec la vie courante et concrète étaient, elles, nettement moins bien réussies. Déjà, à cette époque, la distance entre ceux qui réussissaient le mieux et ceux qui réussissaient le moins bien apparaissait plus grande que ce que l'on pouvait observer dans beaucoup d'autres pays et, en particulier, dans les pays du Nord de l'Europe. Tout ce que l'on voit aujourd'hui avec les études PISA qui font à intervalle régulier (tous les 3 ans), les délices des media était déjà visible il y a 15 ans à travers les études TIMSS.

### **3. Les études PISA**

Dans la suite de cet article il ne sera plus question que de PISA. D'une part parce que la France ne participe plus aux études TIMSS et d'autre part parce que la place du problème dans TIMSS, quel que soit le sens que l'on donne à ce mot, est assez peu importante.

Pour des détails sur l'organisation de ces études, nous renvoyons à la bibliographie et nous nous limiterons ici à ce qui a un rapport avec la place qu'elle accordent aux problèmes.

#### **3.1. Les problèmes dans PISA**

Tout d'abord, est-il correct de parler de problèmes dans PISA ?

Certes, il y a présentation de situations qui peuvent être assez complexes (on verra plus loin des exemples). Mais si l'on considère que l'élève a moins de 2 minutes à consacrer à chaque item, on peut observer que le processus de résolution, s'il s'enclenche, devra être réduit au minimum. Il faut comprendre rapidement la situation et exécuter rapidement la consigne. Pas question ici de mettre en œuvre les 6 ou 8 étapes de résolution souvent associées à la notion de recherche de problème. En fait on est plus proche du « *problem solving* » anglo-saxon, que du problème telle que nous le concevons habituellement. Cette restriction étant faite, nous utiliserons cependant le mot problème pour les énoncés de PISA comme le font les documents officiels de l'OCDE et comme le font ensuite la plupart des commentateurs. Il convient simplement de rester conscient de l'acception réductrice que PISA donne à ce terme.

#### **3.2. La littéracie dans PISA**

Par rapport à ce qui a été dit plus haut de TIMSS, les choses sont très différentes dans PISA. D'une part, PISA ne s'intéresse pas directement aux programmes d'enseignement, mais plutôt à ce qu'il est convenu d'appeler la littéracie ; elles se veulent indépendantes du curriculum.

Plus précisément, pour PISA :

*« ...la notion de « littéracie » ...renvoie à la capacité des élèves d'exploiter des savoirs et savoir-faire dans des matières clés et d'analyser, de raisonner et de communiquer lorsqu'ils énoncent, résolvent et interprètent des **problèmes** qui s'inscrivent dans divers contextes. » [6]*

*« La maîtrise des matières du programme de cours, comme les langues, les mathématiques et les sciences, est essentielle..., mais les élèves doivent également posséder un véritable arsenal de savoir-faire pour être bien armés pour l'avenir. Parmi ces savoir-faire figurent les compétences en **résolution de problèmes**, c'est-à-dire la capacité de comprendre des problèmes situés dans des contextes inédits et transdisciplinaires, d'identifier des informations ou des contraintes pertinentes, d'imaginer des processus de résolution alternatifs, d'élaborer des stratégies de résolution de problèmes, de résoudre les problèmes et de communiquer leur solution. » [1]*

La dernière citation met en évidence le fait que, pour PISA, la notion de problème n'est pas limitée au domaine mathématique.

Les études PISA portent en fait sur trois types de littéracie : la compréhension de texte, la littéracie mathématique et la littéracie scientifique. Plus, du moins pour l'étude de 2003, un domaine transdisciplinaire :... la résolution de problème [1].

En ce qui concerne la littéracie mathématique, voici la définition qu'en donne PISA :

*« La littéracie mathématique est l'aptitude d'un individu à identifier et à comprendre le rôle que les mathématiques jouent dans le monde, à produire des jugements fondés, et à s'engager dans des activités mathématiques, en fonction des exigences de sa vie en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi. »*

Et encore :

*« ... la « littéracie mathématique » ne peut se réduire à la connaissance de la terminologie mathématique, de propriétés et de procédures, ni aux savoir-faire permettant d'effectuer certaines opérations ou d'appliquer certaines méthodes, tout en présupposant, bien sûr, l'existence de ces compétences. Ce qui caractérise la littéracie mathématique est la mise en œuvre créative de ces compétences pour répondre aux exigences suscitées par les situations externes où se trouve l'individu. » [ ]*

L'étude du questionnement de PISA et celles des corrélations existantes entre les différents domaines de l'étude (compréhension de texte, mathématiques, sciences) conduit à penser que PISA évalue en réalité une discipline qui ne serait ni le français, ni les mathématiques, ni les sciences, mais une discipline nouvelle que l'on pourrait appeler la PISA-littéracie.

Cette remarque n'enlève aucun intérêt ni aucune légitimité aux études PISA, mais si elle était acceptée, elle conduirait à regarder PISA de façon à la fois plus sereine et plus utile.

On peut même penser, comme l'OCDE, que cette PISA-littéracie est indispensable à tous les citoyens et qu'elle doit constituer un objectif privilégié de tout système éducatif. Cela rejoint la problématique française du socle commun de connaissances et de compétences. Mais on ne peut pas considérer qu'ainsi définie et surtout, comme on le verra plus loin, ainsi évaluée,

PISA fournirait une mesure valide de la qualité globale de la formation mathématique donnée dans un pays.

Ainsi, PISA se distingue de TIMSS par son détachement du curriculum (des programmes) et son attachement à la notion de problème - ou du moins à une certaine idée de problème.

D'autre part, la plupart des énoncés de PISA sont de type question ouverte ou semi ouverte (réponse attendue éventuellement réduite à un mot) ; moins du tiers des questions posées le sont en QCM.

### **3.3. Problèmes et monde « réel » - Processus de mathématisation**

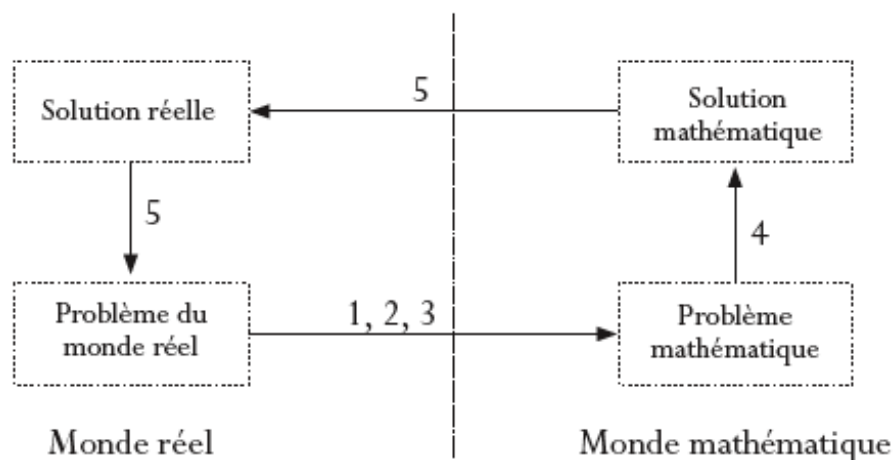
Une expression revient souvent dans les études PISA ; celle de « monde réel - *real life* » et d'aptitude à utiliser ses connaissances et ses savoir-faire dans des situations dans lesquelles l'utilisation des connaissances mathématiques, aussi minimales soient-elles, supposent un traitement préalable passant par la compréhension de la situation (qui, par définition, n'est pas située dans le domaine mathématique), sa traduction en langage mathématique, son traitement mathématique, et finalement l'interprétation des résultats par un retour au « monde réel ».

C'est ce que PISA appelle le cycle de mathématisation.

1. *« Commencer par un problème relevant de la réalité ;*
2. *Organiser le problème en fonction de concepts mathématiques ;*
3. *Effacer progressivement la réalité au travers de divers processus, tels que la formulation d'hypothèses concernant l'identification des principales caractéristiques du problème, la généralisation et la formalisation (dont l'objectif est de faire ressortir les caractéristiques mathématiques de la situation et de transformer le problème réel en un problème mathématique qui soit le reflet fidèle de la situation) ;*
4. *Résoudre le problème mathématique ;*
5. *Comprendre la solution mathématique et l'appliquer à la situation réelle (ce qui implique aussi d'identifier les limites de la solution). »*

Les anciens reconnaîtront ce qui était enseigné naguère, mais seulement à propos du problème d'algèbre, dans toutes les classes de troisième.

Figure 1.3 ■ Le cycle de mathématisation



Les nombres 1 à 5 de la figure renvoient à la définition du cycle de mathématisation.

Remarquons que cette importance donnée à la résolution de problème dans l'enseignement des mathématiques n'est ni nouvelle ni originale. Vergnaud, G. avec d'autres estime en effet que « *La résolution du problème est la source et le critère du savoir opératoire* » [7]. Sans remonter à Platon, ou à Clairaut, on sait combien les pédagogies modernes issues des courants Montessori, Decroly, Freinet, et quelques autres ont installées le problème au centre de l'enseignement des mathématiques. Et là il ne s'agit pas que des problèmes au sens de PISA, mais la problématique définie par l'OCDE y a souvent été intégrée avant la lettre.

Les pédagogies plus traditionnelles ont elles aussi donné ou essayé de donner une grande place à la résolution de problème. Il suffit pour s'en assurer de lire les instructions officielles des années 1920-1930 (et toutes celles qui ont suivi).

### 3.4. Les trois dimensions de la culture mathématique selon PISA

Pour passer des définitions précédentes à une évaluation de la littéracie mathématique, trois grandes dimensions ont été définies, à savoir (texte adapté du cadre de référence de PISA):

#### Les contenus (les idées majeures)

Plutôt que de s'attacher au découpage traditionnel (et scolaire) des contenus, le cadre de référence de PISA met l'accent sur des grandes idées mathématiques : variation et croissance, espace et forme, quantité, incertitude.

#### Les processus et les compétences

Le programme OCDE/PISA étudie les capacités des élèves à analyser des idées mathématiques, à raisonner à leur propos, et à les communiquer à autrui, au moment où ils posent, formulent, résolvent et interprètent des problèmes mathématiques relevant de diverses

situations. Pour résoudre ces problèmes, les élèves doivent exploiter les savoir-faire et les compétences qu'ils ont acquis tout au long de leur scolarité et de leurs expériences de vie.

OCDE/PISA désigne par le terme de « mathématisation » le processus fondamental appliqué par les élèves pour résoudre des problèmes concrets<sup>1</sup>.

## **Les contextes**

Il s'agit des contextes d'où sont issus les questions de l'évaluation.

Un aspect important de la culture mathématique est de pouvoir utiliser les mathématiques dans des situations très diverses : vie personnelle, vie scolaire, activités sportives ou professionnelles, participation à la vie de la collectivité locale ou de la société en général.

PISA référence ses énoncés en termes de contenu, de contexte, de compétences susceptibles d'être mobilisées, et de groupe de compétence.

Pour plus de détails sur ces trois dimensions, le lecteur pourra se reporter aux documents officiels de PISA ou à Bodin [8]. Donnons simplement une description succincte des groupes de compétences.

## **Les groupes de compétences**

PISA distingue trois grands groupes de compétences. Ces groupes ont été repris à peu près tels quels dans les documents que la Degesco a publié pour accompagner la mise en place du socle commun. Il s'agit de :

### **Le groupe reproduction.**

Les compétences classées dans ce groupe impliquent essentiellement la reproduction de connaissances déjà bien exercées ...

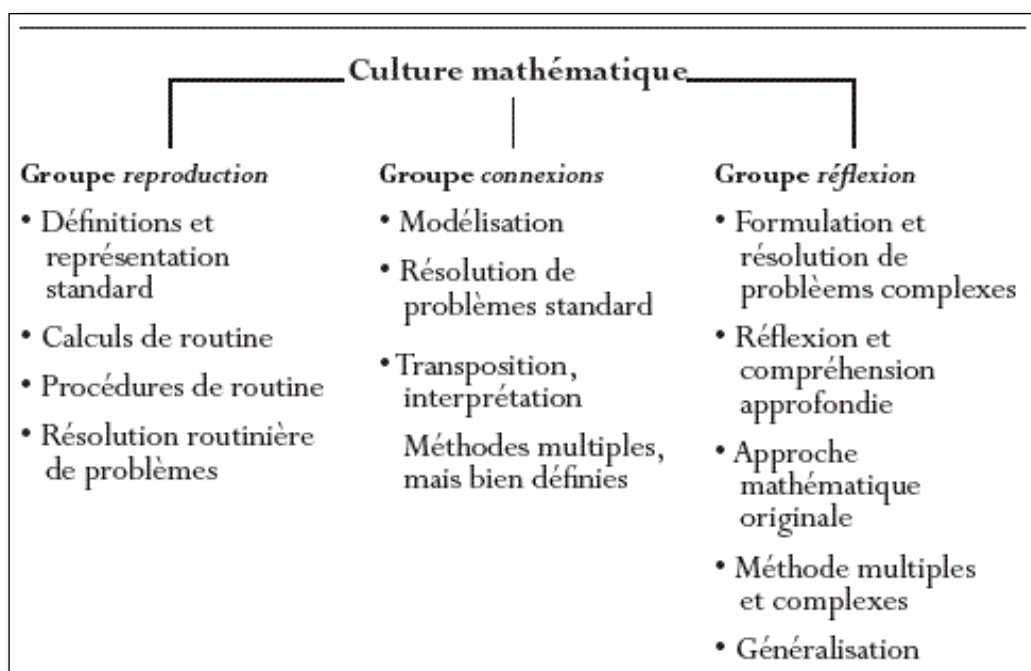
### **Le groupe connexions**

Les compétences du groupe connexions sont dans le prolongement de celles du groupe reproduction, dans la mesure où elles servent à résoudre des problèmes qui ne sont plus de simples routines, mais qui continuent à impliquer un cadre familier ou quasi-familier.

### **Le groupe réflexion**

Les activités cognitives associées à ce groupe demandent aux élèves de faire preuve d'une démarche mentale réfléchie lors du choix et de l'utilisation de processus pour résoudre un problème. Elles sont en rapport avec les capacités auxquelles les élèves font appel pour planifier des stratégies de solution et les appliquer dans des situations qui contiennent plus d'éléments que celles du groupe connexions, et qui sont plus « originales » (ou peu familières).

On peut voir dans le tableau résumé que, pour PISA, le qualificatif de problème s'applique à des énoncés relevant des trois groupes de compétences.



**Présentation résumée des groupes de compétences**

#### ***4. Exemples de problèmes posés dans la mathématique de PISA***

On ne peut rien comprendre à une évaluation si l'on n'a pas accès à son cadre de référence : quels sont les objectifs que l'on souhaite évaluer, quel est le mode de questionnement, comment sont réparties les questions, comment sont construites les échelles etc... Mais cela ne suffit pas : il faut de plus avoir accès à un nombre significatif de questions d'évaluation si l'on veut avoir quelque chance de pouvoir interpréter les résultats publiés.

Dans le cas contraire, les acteurs sont soumis aux interprétations officielles, plus ou moins conformes aux conceptions que les décideurs du moment se font du domaine évalué et de l'urgence de décisions à prendre pour améliorer la qualité de l'enseignement (ou plus insidieusement, pour justifier des choix budgétaires).

De ce point de vue, PISA est exemplaire : son cadre de référence est détaillé et facilement accessible, les méthodes utilisées pour les traitements le sont aussi. Environ la moitié des questions utilisées sont mises à la disposition de tous. Il est possible de critiquer les études PISA, voire de rejeter l'épistémologie ou l'idéologie qu'elles sous-tendent, mais au moins on peut le faire en connaissance de cause.

##### **4.1. Exemple 1 : Problème « Déchets »**



Pour un devoir portant sur l'environnement, des élèves ont recueilli des informations sur le temps de décomposition des différents types de déchets .

| Type de déchets         | Temps de décomposition |
|-------------------------|------------------------|
| Peau de banane          | 1–3 ans                |
| Pelure d'orange         | 1–3 ans                |
| Boîtes en carton        | 0,5 année              |
| Chewing-gum             | 20–25 ans              |
| Journaux                | Quelques jours         |
| Gobelets en polystyrène | Plus de 100 ans        |

Un élève envisage de représenter les résultats de ses recherches sous forme d'un diagramme en bâtons.

Donnez **une** raison pour laquelle le diagramme en bâtons ne conviendra pas pour représenter ces données.

### Classement PISA

- Contexte : scientifique.
- Domaine : Incertitude.
- Groupe de compétence : Réflexion

### Consignes de codage

#### Crédit complet :

Donne une raison qui se fonde sur la très grande variance dans les données.

- Les différences de longueur entre les bâtons demanderaient un diagramme beaucoup trop grand.
- Si le bâton qui représente le polystyrène mesure par exemple 10 centimètres, celui des boîtes en carton ne mesurerait que 0,05 centimètre.

OU

Donne une raison qui se fonde sur la variabilité des données pour certaines catégories.

- La longueur du bâton correspondant aux « gobelets en polystyrène » n'est pas déterminée.
- On ne peut pas représenter 1 3 ans ou 20–25 ans par des bâtons.

#### Pas de crédit :

Autres réponses.

- Parce que cela ne fonctionnera pas.

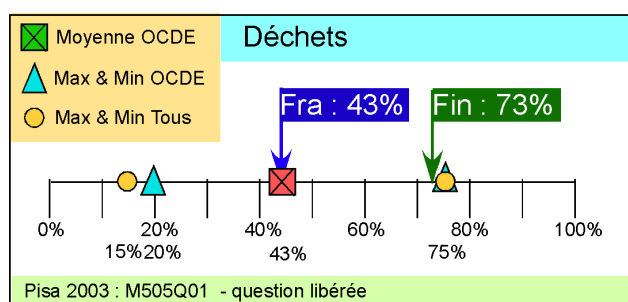
- Un pictogramme, c'est mieux.
- On ne peut pas vérifier l'information.
- Parce que les nombres indiqués dans le tableau ne sont que des approximations.

Avoir accès aux questions ne suffit pas. Il faut aussi connaître les consignes de codage associées. Pour cette question « déchets » nous avons détaillé ces consignes. Pour les suivantes nous serons plus succincts, renvoyant là aussi à la bibliographie.

Cette question a été réussie par 52% des élèves de l'OCDE. Elle est considérée comme étant de difficulté moyenne et illustre le niveau 4 de PISA avec un indice de difficulté de 551.

La figure ci-contre met en évidence quelques résultats à cette question, pour divers pays de l'étude. Sur cette question, on voit l'écart considérable existant entre les taux de réussite observés en France (Fra) et en Finlande (Fin).

La question demande de porter un jugement personnel sur une action envisagée par un tiers et d'exprimer ce jugement avec ses propres mots. Deux types de comportements devant lesquels, d'une façon générale, les élèves français sont particulièrement mal à l'aise.



## 4.2. Exemple 2 : Problème « Menuisier »

Un menuisier dispose de 32 mètres de planches et souhaite s'en servir pour faire la bordure d'une plate-bande dans un jardin. Il envisage d'utiliser un des tracés suivants pour cette bordure :

**A**

**B**

**C**

**D**

Indiquez, pour chacun des tracés, s'il peut être réalisé avec les 32 mètres de planches. Répondez en entourant « Oui » ou « Non ».

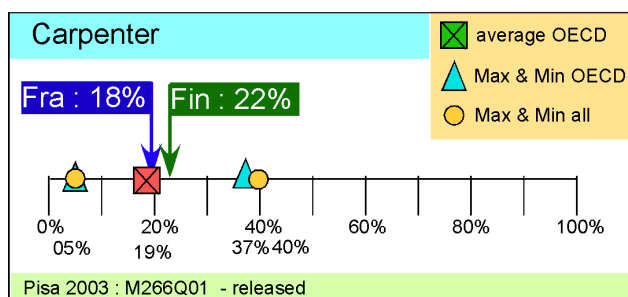
| Tracé de la bordure | En utilisant ce tracé, peut-on réaliser la plate-bande avec 32 mètres de planches ? |
|---------------------|---|
| Tracé A             | Oui / Non   |
| Tracé B             | Oui / Non   |
| Tracé C             | Oui / Non   |
| Tracé D             | Oui / Non   |

## Classement PISA

- Contexte : éducatif et professionnel.
- Domaine : Espace et formes.
- Groupe de compétence : Connexions

Cette question a été réussie par 20% des élèves de l'OCDE. Elle est considérée comme étant de difficulté supérieure et illustre le niveau 6 de PISA avec un indice de difficulté de 687.

Mais où se niche la difficulté ? Remarquons déjà que cette question est



une QCM d'un type particulier et que le crédit complet n'est donné que si les 4 réponses sont exactes. Pour qui n'a jamais rencontré ce type de question, les items A et C relèvent de la catégorie problème au sens par exemple de Polya. Les élèves, cependant n'ont sans doute pas vu le problème et, s'ils l'ont vu non certainement pas eu le temps de le résoudre, ce qui supposait des déformations de la figure conservant le périmètre ; déformation - transformation qui n'a rien d'évident. Les élèves asiatiques, habitués aux QCM et en particulier aux questionnaires de type Quizz ou il faut aller très vite et, lorsque l'on n'a pas la réponse immédiatement, choisir celle qui paraît la plus plausible sont évidemment avantagés. Mais de quelle éducation mathématique fait-on alors l'apologie. Des chercheurs chinois et japonais s'élèvent contre ce jeu de « l'enseignement pour le test » et du remplacement de la preuve par la simple impression d'exactitude. Nous pouvons sans doute chercher à améliorer nos résultats aux études internationales, mais au prix d'un abandon de ce qui fait l'essence même des mathématiques.

C'est une caractéristique souvent remarquée chez nos élèves : ils hésitent à répondre lorsqu'ils ne sont pas certains de leur réponse. Il suffirait sans doute que les réponses fausses entraînent des pertes de points pour améliorer les résultats français. On le sait, c'est ce qui se fait couramment dans les examens sérieux utilisant des QCM (cela pour ramener l'espérance mathématique du score à 0 lorsque les réponses sont données au hasard).

Remarquons cependant que ce qui a fait chuter les résultats, c'est moins les items A et C que l'item B. En fait les scores correspondants à une seule erreur au plus sont à peu près doubles des scores correspondants à 0 erreur. Et dans ce cas c'est plus souvent B qui est faux que l'un des trois autres. Pourtant, là, il n'y a pas vraiment de problème. L'oblique est plus longue que la perpendiculaire, c'est tout ! Et ça relève de la perception (même animale), plus que de la modélisation géométrique. Il est vraisemblable que le souci d'aller vite et la réalité de la difficulté pour A et C auront eu raison ici de la vigilance de beaucoup d'élèves.

Cette question est-elle pour autant une mauvaise question ? Si elle n'a pas été éliminée lors de la phase expérimentale de l'étude, c'est qu'elle est très liée au score général des élèves. Autrement dit les élèves qui sont assez rapide et assez vigilants pour ne pas se laisser distraire par le leurre que représente l'item B sont aussi ceux qui réussissent bien l'ensemble des questions auxquelles ils ont eu à répondre.

#### 4.3. Exemple 3 : Problème « Contrôle de sciences »

Au collège de Karima, son professeur de sciences fait passer des contrôles qui sont notés sur 100. Karima a obtenu une moyenne de 60 points pour ses quatre premiers contrôles de sciences. Pour son cinquième contrôle, elle a une note de 80 points.

Quelle sera la moyenne des notes de Karima en sciences après les cinq contrôles ?

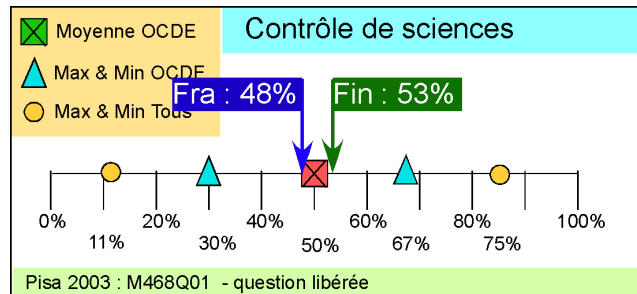
Moyenne : .....

## Classement PISA

- Contexte : éducatif et professionnel.
- Domaine : incertitude.
- Groupe de compétence : Reproduction

Cette question a été réussie par 47% des élèves de l'OCDE. Elle est considérée comme étant de difficulté supérieure et illustre le niveau 4 de PISA avec un indice de difficulté de 556.

Il s'agit là d'un type de problème que l'on rencontre fréquemment dans le curriculum français.



## 5. Le volet « problem solving » dans PISA 2003

Pour bien montrer que la notion de problème ne concernait pas que le domaine mathématique. L'étude 2003 a aussi comporté un volet « problem solving » distinct du volet mathématique. Les situations sont encore (et davantage) des situations issues de la vie réelle mais les outils de résolution sont plutôt de type logique et organisationnels.

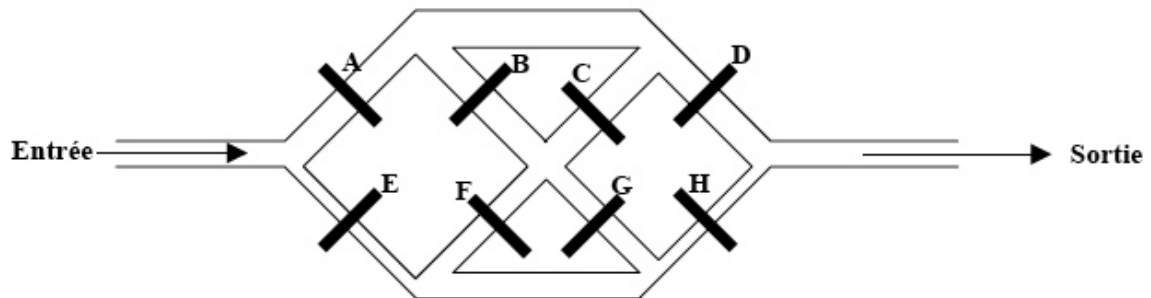
Voici un exemple typique de question posée dans ce cadre.

### 5.1. Exemple 4 : Problème « Irrigation »

Le schéma ci-dessous représente un système de canaux destiné à l'irrigation de parcelles cultivées. Les vannes A à H peuvent être ouvertes ou fermées pour amener l'eau là où elle est nécessaire. Quand une vanne est fermée, l'eau ne passe pas.

Dans ce problème, il s'agit d'identifier une vanne qui est bloquée, empêchant l'eau de s'écouler au travers du système de canaux.

**Schéma 1 : Un système de canaux d'irrigation**



Michel a remarqué que l'eau ne s'écoulait pas toujours là où elle était censée le faire.

Il pense qu'une des vannes est bloquée en position fermée, de sorte qu'elle ne s'ouvre pas, même lorsqu'on en commande l'ouverture.

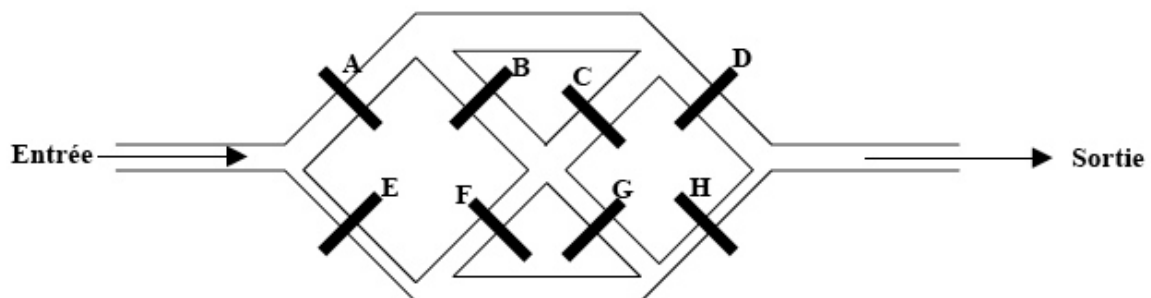
### Irrigation - Question 1

Michel utilise les réglages présentés par le tableau 1 pour tester le fonctionnement des vannes.

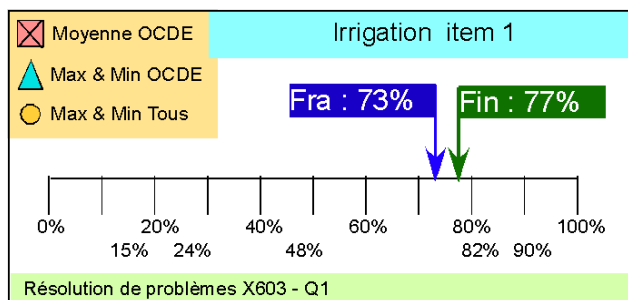
**Tableau 1 : Réglages des vannes**

| A       | B      | C       | D       | E      | F       | G      | H       |
|---------|--------|---------|---------|--------|---------|--------|---------|
| Ouverte | Fermée | Ouverte | Ouverte | Fermée | Ouverte | Fermée | Ouverte |

Compte tenu des réglages qui figurent au tableau 1, et en supposant que toutes les vannes fonctionnent correctement, tracez **sur le schéma ci-dessous** tous les chemins possibles par où l'eau peut s'écouler.



et un aperçu des résultats :

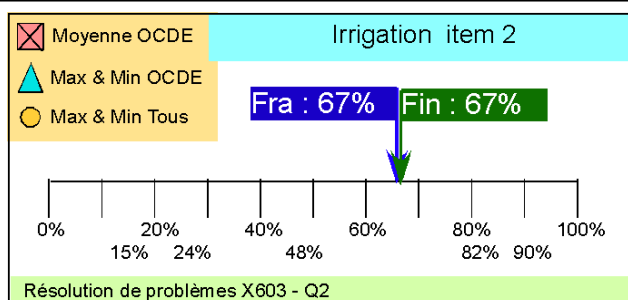


## Irrigation - Question 2

Michel s'aperçoit que, quand les vannes sont réglées comme indiqué dans le tableau 1, il n'y a pas d'eau qui s'écoule à la sortie, indiquant qu'au moins une des vannes réglées en « position ouverte » est en fait bloquée en position fermée.

Pour chacune des pannes décrites ci-dessous, indiquez si l'eau s'écoulera jusqu'à la sortie. Entourez « Oui » ou « Non » pour chaque panne.

| Panne  | L'eau s'écoulera-t-elle jusqu'à la sortie ? |
|--|---|
| La vanne <b>A</b> est bloquée en position fermée.<br>Toutes les autres vannes fonctionnent correctement selon les réglages du tableau 1. | Oui / Non                                   |
| La vanne <b>D</b> est bloquée en position fermée.<br>Toutes les autres vannes fonctionnent correctement selon les réglages du tableau 1. | Oui / Non                                   |
| La vanne <b>F</b> est bloquée en position fermée.<br>Toutes les autres vannes fonctionnent correctement selon les réglages du tableau 1. | Oui / Non                                   |



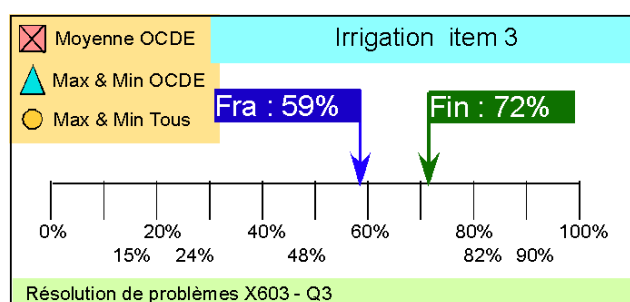
### Irrigation - question 3

Michel veut pouvoir tester si la **vanne D** est bloquée en position fermée.

Dans le tableau ci-dessous, indiquez comment devront être réglées les vannes pour savoir si la **vanne D** est bloquée en position fermée alors qu'on l'a réglée en « position ouverte ».

**Réglages des vannes (« Ouverte » ou « Fermée » pour chacune)**

| A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |   |   |   |



## 6. Les mathématiques et les problèmes dans les autres domaines

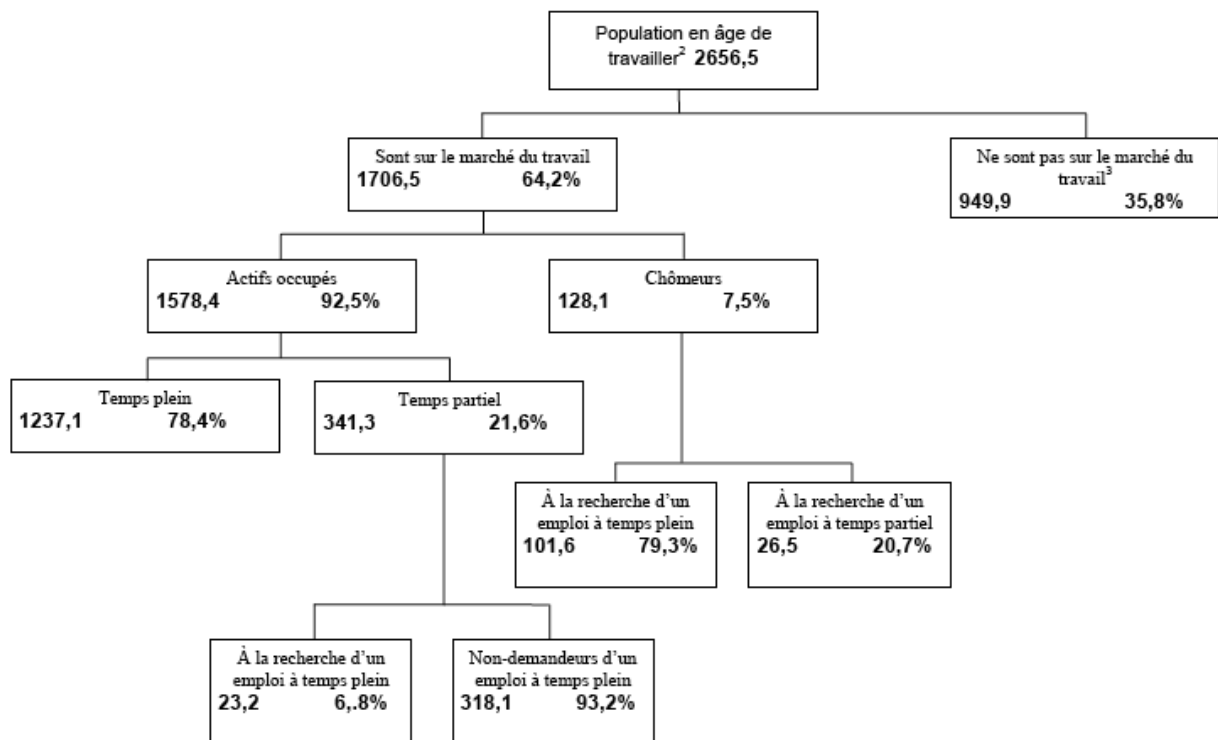
Il est naturel que des demandes de type mathématique se rencontrent en littéracie scientifique. La place nous manque pour présenter des exemples et il nous semble plus intéressant de montrer que les mathématiques et dans un certain sens, le problème, ne sont pas absent du volet compréhension de texte.

### 6.1. Exemple 5 : question du domaine compréhension de texte (*reading literacy*)

Le diagramme en arbre ci-dessous présente la structure de la population active d'un pays, C'est-à-dire sa «population en âge de travailler». En 1995, la population totale de ce pays était d'environ 3,4 millions d'habitants.



## La structure de la population active au 31 mars 1995 (x 1 000)



### Notes

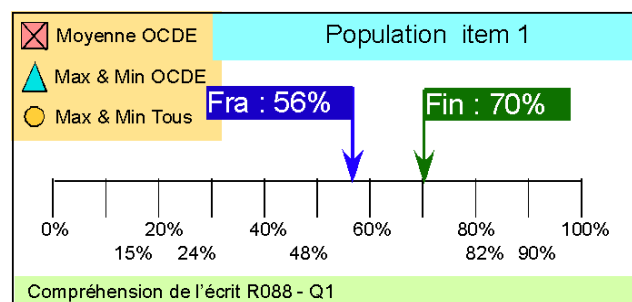
1. Le nombre de personnes est exprimé en milliers (x 1 000).
2. La population en âge de travailler est définie comme l'ensemble des personnes âgées de 15 à 65 ans.
3. Les personnes qui «ne sont pas sur le marché du travail» sont celles qui ne sont pas activement à la recherche d'un emploi ou ne sont pas disponibles pour travailler.

La question elle même comporte 5 items. Nous n'en présentons ici qu'une seule.

### Population active - question 1

Quels sont les deux groupes principaux entre lesquels se répartit la population en âge de travailler ?

- A Les travailleurs et les chômeurs.
- B Les personnes en âge de travailler et celles qui ne sont pas en âge de travailler.
- C Les travailleurs à temps plein et les travailleurs à temps partiel.
- D Les personnes sur le marché du travail et celles qui ne sont pas sur le du marché du travail.



## **7. En guise de conclusion**

Il a paru important de profiter de cette communication pour tenter de mieux informer le lecteur sur le questionnement de PISA dans les différents domaines étudiés. Un regard sur ce questionnement permet de mieux comprendre quels types de compétences sont réellement évaluées par PISA. Il permet aussi de mieux comprendre pourquoi les corrélations observées entre les différents domaines sont si importantes : corrélations plus élevées que ce que l'on observe habituellement à l'intérieur même du domaine mathématique.

Faut-il s'en plaindre ou plutôt constater que cela plaide pour le statut à part qu'il convient de donner à la littéracie ? Une première conclusion serait qu'une étude reste à faire en ce qui concerne les compétences de nos élèves en matière de résolution de problèmes.

Toutefois, le domaine mathématique se distingue des autres domaines de l'étude par les jugements que les élèves portent sur lui. En effet, en France, les élèves déclarent être très anxieux devant une question ou un problème de mathématique et cela beaucoup plus que dans la plupart des autres pays. Nous avons déjà dit qu'ils avaient peur de se tromper et qu'ils avaient peu de goût pour la prise de risque. En schématisant, ils font lorsqu'ils savent qu'ils savent faire. Dans le cas contraire ils ont tendance à s'abstenir de chercher.

On comprend alors que l'institution cherche à promouvoir la démarche d'investigation dans les pratiques (cf. les instructions). Toutefois cela suppose une formation sérieuse des enseignants, initiale et continue. Formation qui demande du temps et des moyens qui font bien défaut aujourd'hui. Cela suppose que le temps d'enseignement comme les attentes ne se réduisent pas eux aussi comme une peau de chagrin. Il sera difficile de déclarer simultanément que le socle commun de connaissances et de compétences est acquis par tous les jeunes de 16 ans - cela essentiellement pour satisfaire aux demandes de la LOFT - et d'obtenir des résultats aux études objectives qui démentiront fortement ces résultats.

## **Références**

- [1] OECD 2004 : Problem Solving for Tomorrow's World. First Measures of Cross-Curricular Competencies from PISA 2003. (Publié en français sous le titre : Résoudre des problèmes, un atout pour réussir - Premières évaluations des compétences transdisciplinaires issues de PISA 2003)
- [2] Polya, G. (1965) : Comment poser et résoudre un problème - DUNOD - Paris.
- [3] Glaeser & al., Irem de Strasbourg (1976) : Le livre du problème, vol.1, CEDIC - Paris
- [4] Bouvier, A & al. (1986) : Didactique des mathématiques. Le dire et le faire.Cedic/Nathan
- [5] Bodin, A. (2002) : Comment classer les questions d'évaluation. Colloque international de Kangourou sans frontières
- [6] OCDE 2004 - Apprendre aujourd'hui, réussir demain. Premiers résultats de PISA 2003.

[7] Vergnaud, G. (1989) : Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. Un exemple : les structures additives. Petit x, n° 22 pp. 51 à 69.

[8] Bodin, A . (2005) : Classification des questions d'évaluation et cadre de référence des études PISA pour les mathématiques – présentation commentée pour les enseignants. (Pages EVAPM et PISA du site de l'APMEP)

## **Bibliographie complémentaire**

Bodin A. : 1997, Une présentation de la Troisième Étude Internationale sur l'enseignement des Mathématiques et des Sciences - Considérations sur la démarche, sur les résultats, sur l'intérêt de l'étude - Dossier d'information sur TIMSS - IREM de Besançon.

Bodin, A. (2006) : Ce qui est vraiment évalué par PISA en mathématiques. Ce qui ne l'est pas. Un point de vue Français. Bulletin de l'APMEP. Num. 463. p. 240-265.

Bodin, A. (2006) : Les mathématiques face aux évaluations nationales et internationales. De la première étude menée en 1960 aux études TIMSS et PISA ... en passant par les études de la DEP et d'EVAPM. Communication séminaire de l'EHESS. Repères IREM, N°65, octobre 2006.

Bodin, A. (2007) : What does PISA really assess? What it doesn't? A French view. In S. Hopman, G. Brinek, M. Retzl (éds): PISA according to PISA. Wien: Lit Verlag, 2007. Download : <http://www.univie.ac.at/pisaaccordingtopisa>

Bodin, A. (2008) : Lecture et utilisation de PISA pour les enseignants. Petit x ; n° 78, pp. 53-78, IREM de Grenoble.

Bodin, A. (2009) : L'étude PISA pour les mathématiques. Résultats français et réactions. Gazette des mathématiciens N°120 (Société Mathématique de France).

OECD (2009) : Learning Mathematics for Life: A Perspective from PISA.

Steen, L. A (ed) : (1990), On the shoulders of the giants - new approaches to numeracy. National Academic Press (Washington)

## **Internet**

Pisa sur le site de l'APMEP site : <http://www.apmep.asso.fr/spip.php?rubrique114>

Contributions to the Joint Finnish-French Conference "Teaching mathematics: beyond the PISA survey » Paris 6 - 8 octobre 2005

<http://smf.emath.fr/VieSociete/Rencontres/France-Finlande-2005/ResumeConferences.html>

Voir aussi site personnel de l'auteur (pages PISA) :

<http://web.me.com/antoinebodin/pro/>