

Organisation et fonctionnement des comparaisons internationales à grande échelle, avec un accent particulier sur PISA

**Congrès de l'Espace Mathématique Francophone – EMF 2009
Université Cheikh Anta Diop – DAKAR
6 avril 2009**

Projet Spécial 2 : Évaluations internationales
impacts politiques, curriculaires et place des pays francophones.

Antoine Bodin
IREM de Franche-Comté
Consultant - mathématiques et évaluation
Ancien membre des groupes d'experts mathématiques des
études internationales TIMSS et PISA

- Généralités sur les études internationales
 - Origine, objet des études, domaines évalués,...
 - Méthodologie des enquêtes
 - Signification des scores publiés
- Les études PISA de l'OCDE
 - Spécificités de PISA – rapport à la formation du citoyen
 - Qui participe ? Comment ? Pourquoi ?
 - Les résultats – comment se place la France ?
 - Le questionnement de PISA.
- Réflexions d'ordre épistémologique et didactique
- Leçons et réactions en France... et ailleurs

Les études internationales concernant les mathématiques : historique

Année de passation	NOM de l'étude		Primaire 3-4	moyenne	15 y.o.	universit	Nb de pays(*)	Instituteur
1960	PTCS	Étude pilote sur 12 pays, commanditée par l'UNESCO		X			12	IEA
1964	FIMS	Première étude internationale sur l'enseignement des mathématiques.		X		X	12	IEA
1982	SIMS	Seconde étude internationale sur l'enseignement des mathématiques et des sciences.		X		X	19	IEA
1988	IEAP1	International Assessment of Educational Progress 1		X			6	ETS
1991	IEAP2	International Assessment of Educational Progress 2	X	X			20	ETS
1995	TIMSS	Troisième étude internationale sur l'enseignement des mathématiques et des sciences.	X	X		X	40	IEA
1999	TIMSS-repeat	RéPLICATION de TIMSS 1995		X			40	IEA
2000	PISA 2000	Mathematical literacy – Secondary topic			X		32	OCDE
2003	PISA 2003	Mathematical literacy – Main topic			X		41	OCDE
2003	TIMSS 2003	Trends in International Mathematics and Science Study 2003	X	X			55	IEA
2006	PISA 2006	Math literacy - Secondary topic			X			OCDE
2007	TIMSS 2007	Trends in International Mathematics and Science Study 2007	X	X				IEA
2008	TIMSS Adv.08	TIMSS Advanced 2008 : Replication of TIMSS 1995 Advanced Mathematics and Physics (Pop 3)				X		IEA
2005	TIMSS VS	VIDEO STUDY						IEA

En gras : études auxquelles la France a pris part.

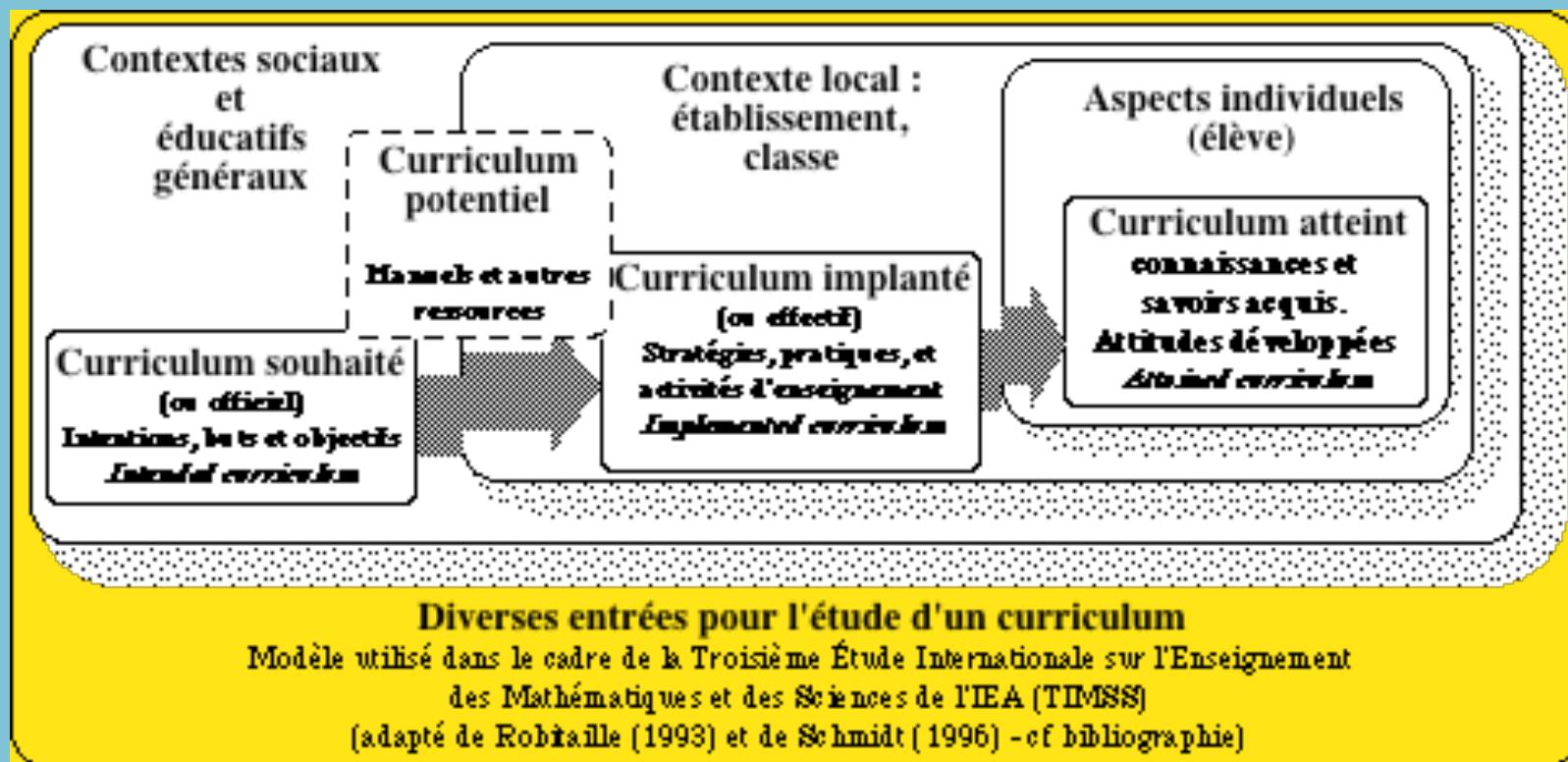
(*) Nombre approximatif dans certains cas – lorsqu'il y a lieu, le nombre de pays ayant participé dépend des niveaux concernés

Deux tendances plus ou moins opposées:

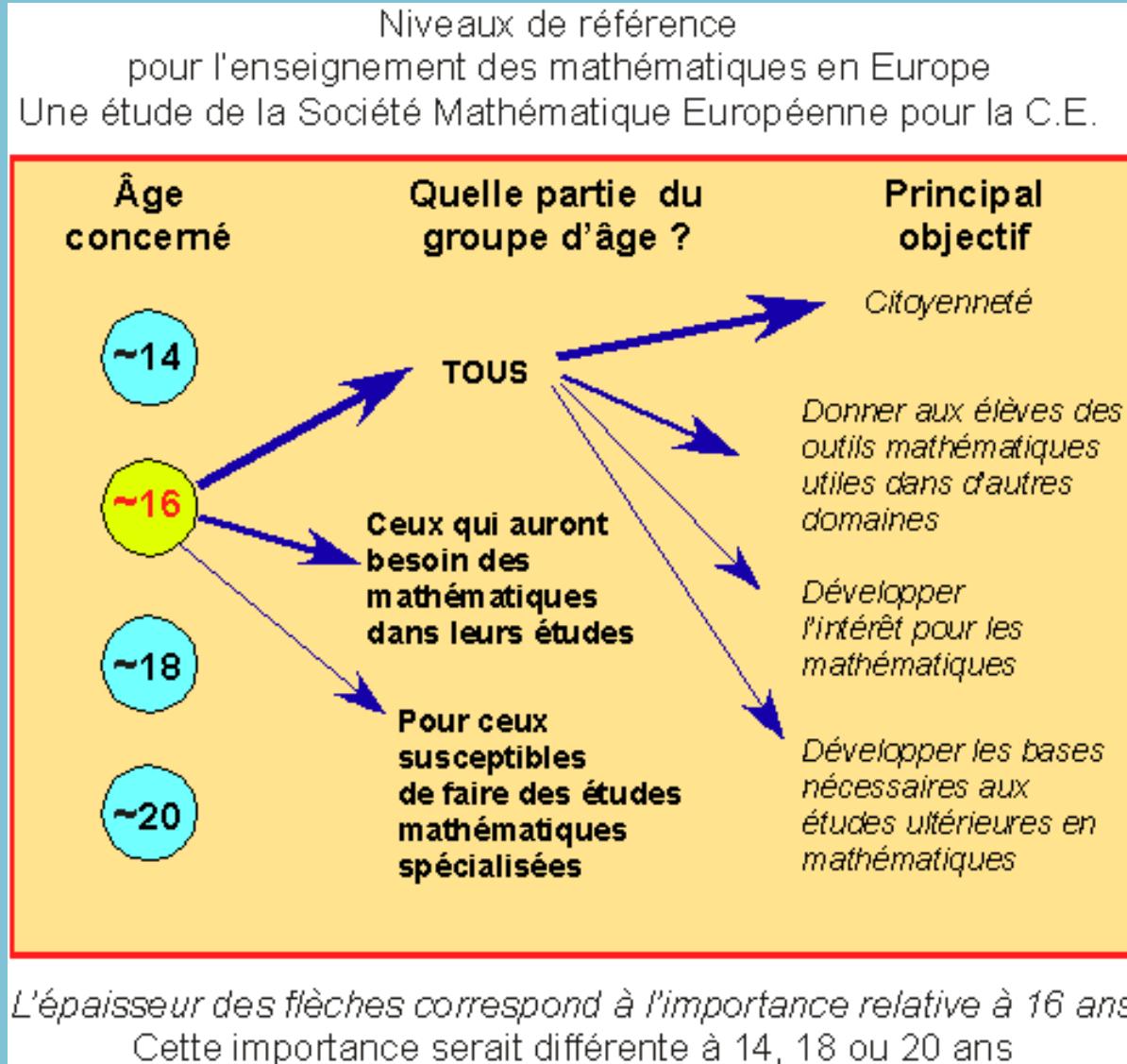
Études comparatives pour connaître

Évaluation pour juger et pour agir

- **Les études de l'IEA** (International Association for the Evaluation of Educational Achievement / Association internationale pour l'évaluation des compétences scolaires)
 - PIRLS (Progress in International Reading Literacy / *Programme international de recherche en lecture scolaire*)
 - TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study – *Tendances internationales dans l'enseignement des mathématiques et des sciences*)
 - ICCE (international Civic and Citizenship Education Study)
- **Les études de l'OCDE**
 - ALL (International Adult Literacy and Lifeskills Survey / *Enquête internationale sur la littéracie et les compétences des adultes*)
 - PISA (Programme for international student assessment / *Programme international pour le suivi des acquis des élèves*)



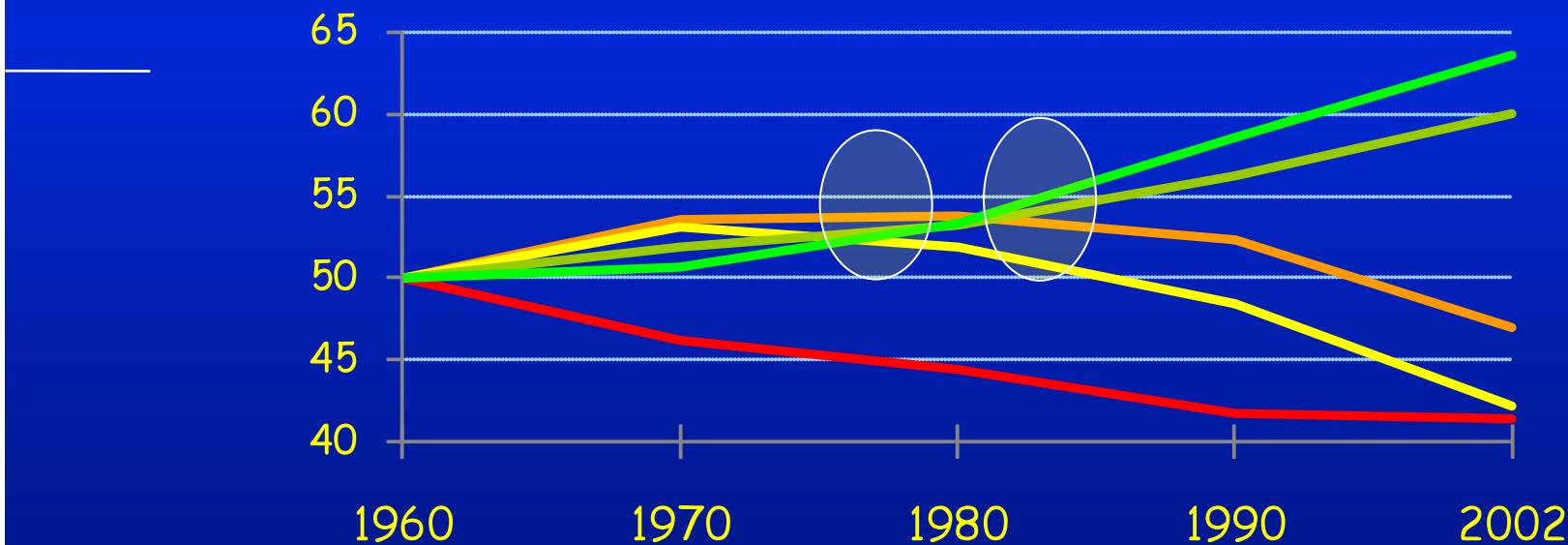
Des mathématiques pour qui ???



Les compétences demandées aujourd'hui sont-elles les mêmes que celles d'hier?

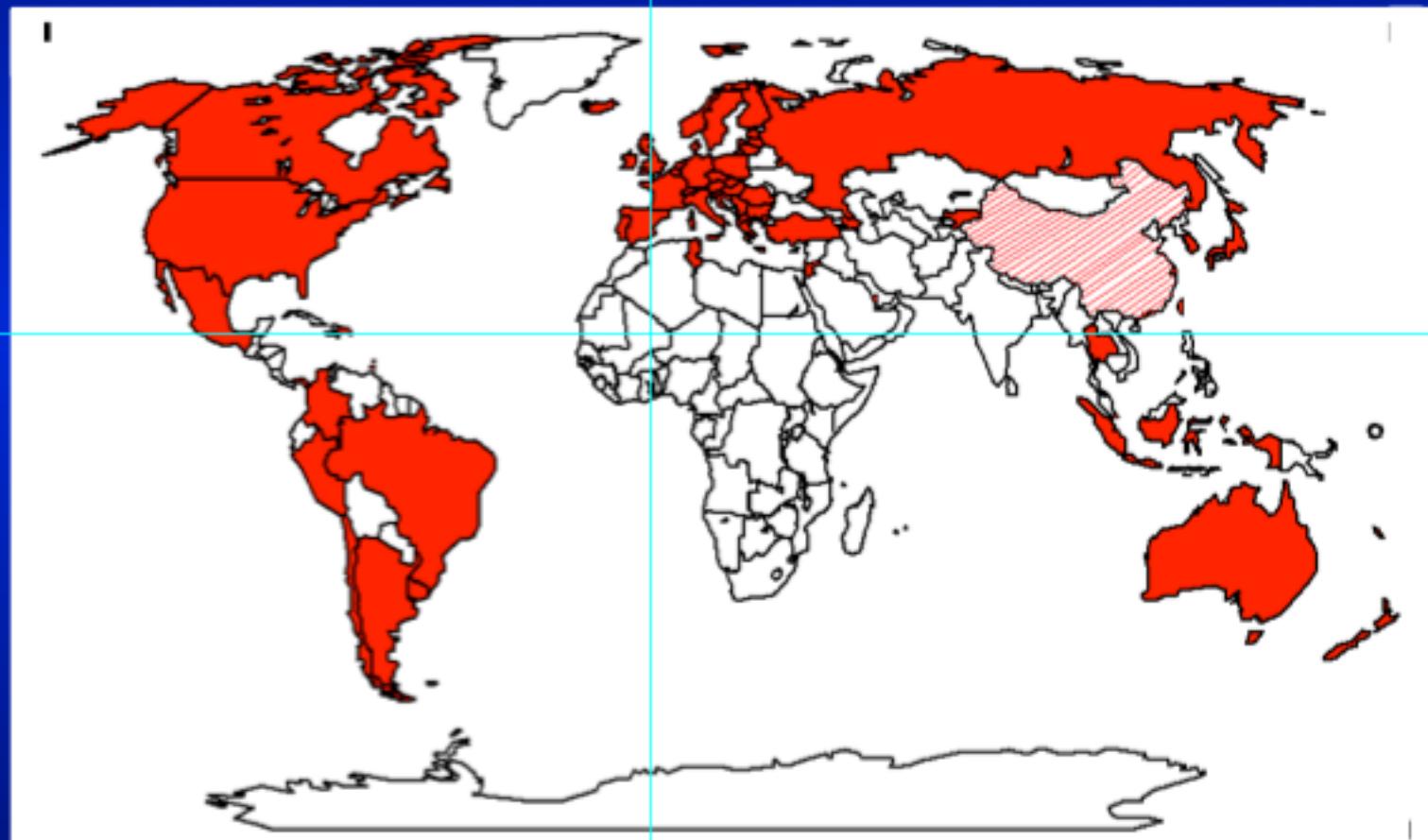
Mesuré par l'évolution de la demande de compétences
1960-2002 aux États-unis

- Tâches manuelles routinières
- Tâches manuelles non routinières
- Tâches cognitives routinières
- Tâches analytiques non routinières
- Tâches interactives non routinières



Source: Levy and Murnane

**Participation à l'étude PISA de 2009
Recouvre 87% de l'économie mondiale**



L'enquête PISA vise à évaluer dans quelle mesure les jeunes adultes de 15 ans, c'est-à-dire des élèves en fin d'obligation scolaire, sont préparés à relever les défis de la société de la connaissance.

L'évaluation est prospective, dans le sens où elle porte sur l'aptitude des jeunes à exploiter leurs savoirs et savoir-faire pour faire face aux défis de la vie réelle et qu'elle ne cherche pas à déterminer dans quelle mesure les élèves ont assimilé une matière spécifique du programme d'enseignement.

Cette orientation reflète l'évolution des finalités et des objectifs des programmes scolaires : l'important est d'amener les élèves à utiliser ce qu'ils ont appris à l'école, et pas seulement à le reproduire.

(OCDE 2004 - Apprendre aujourd'hui, réussir demain Premiers résultats de PISA 2003)

- ...la notion de « littératie », ...renvoie à la capacité des élèves d'exploiter des savoirs et savoir-faire dans des matières clés et d'analyser, de raisonner et de communiquer lorsqu'ils énoncent, résolvent et interprètent des problèmes qui s'inscrivent dans divers contextes.

(OCDE 2004 - Apprendre aujourd'hui, réussir demain Premiers résultats de PISA 2003)

N.B : Les deux orthographies “littéracie” et “littératie” coexistent...

La version française des documents de l'OCDE véhicule une double erreur - par rapport aux définitions 2003 et 2006 ; elle dit :

La culture mathématique est l'aptitude d'un individu à identifier et à comprendre les divers rôles joués par les mathématiques dans le monde, à porter des jugements fondés à leur propos, et à s'engager dans des activités mathématiques, en fonction des exigences de sa vie en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi.

Une traduction correcte du texte de 2003 serait :

La littéracie mathématique selon PISA

La littéracie mathématique est l'aptitude d'un individu à identifier et à comprendre le rôle que les mathématiques jouent dans le monde, à produire des jugements fondés utilisant les mathématiques, et à s'engager dans des activités mathématiques, en fonction des exigences de sa vie en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi.

... la « littéracie mathématique » ne peut se réduire à la connaissance de la terminologie mathématique, de propriétés et de procédures, ni aux savoir-faire permettant d'effectuer certaines opérations ou d'appliquer certaines méthodes, tout en présupposant, bien sûr, l'existence de ces compétences. Ce qui caractérise la culture mathématique est la mise en oeuvre créative de ces compétences pour répondre aux exigences suscitées par les situations externes où se trouve l'individu.

OCDE/PISA

PISA : une approche radicale

- PISA est composé:
 - D'une série de tests d'évaluation
 - De questions contextuelles adressées aux
 - Élèves
 - Chefs d'établissements
- PISA évalue:
 - Non pas les enfants d'une même classe
 - Mais les enfants d'un même âge (15 ans)
- Dans chaque pays est constitué
 - Un échantillon de 150 écoles
 - Dans lequel sont choisis au hasard 30 élèves
 - La plupart des pays à structure fédérale ont des tests régionaux
- Ne sont pas inclus:
 - Les enfants de 15 ans qui ne sont pas à l'école
 - Ceux qui sont dans des institutions spécialisés.
- PISA évalue:
 - Non pas seulement ce que savent les enfants
 - Mais aussi leur capacité à utiliser leurs connaissances en lecture, mathématiques et sciences.
- PISA est organisé en cycles de 3 ans
 - Chaque cycle couvre les trois matières et met l'accent sur l'une d'entre elles.
 - Le cycle de 2003 couvrait également la résolution de problèmes
 - 2009 mettra l'accent à nouveau sur la lecture + TIC
- Les pays participants
 - 2003: tous les pays de l'OCDE + 11 non OCDE
 - 2006: tous les pays de l'OCDE + 27 non OCDE
 - 2009: pays de l'OCDE + 50 non OCDE

Quelques questions qu'il convient de se poser à propos de toute étude évaluative

Quelle pertinence ?

Quel respect de l'équité ?

Quel contrôle de la fidélité ?

Validité de l'étude ?

Validité interne

Validité externe....

Validité sociale

Validité curriculaire

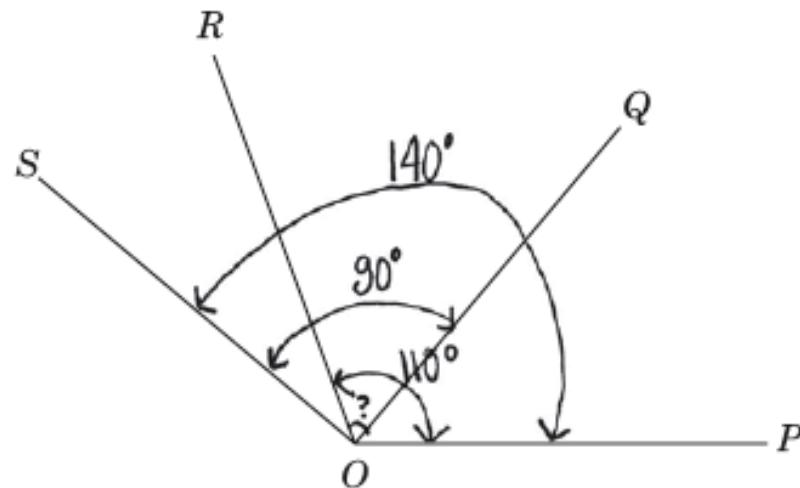
Validité épistémologique

Validité didactique

Quels usages, quelles conséquences ?

5

In the figure, the measure of $\angle POR$ is 110° , the measure of $\angle QOS$ is 90° , and the measure of $\angle POS$ is 140° .



What is the measure of $\angle QOR$?

$$140 - 110 = 30$$

$$90 - 30 = 60$$

Answer: 60°

*Correct Answer

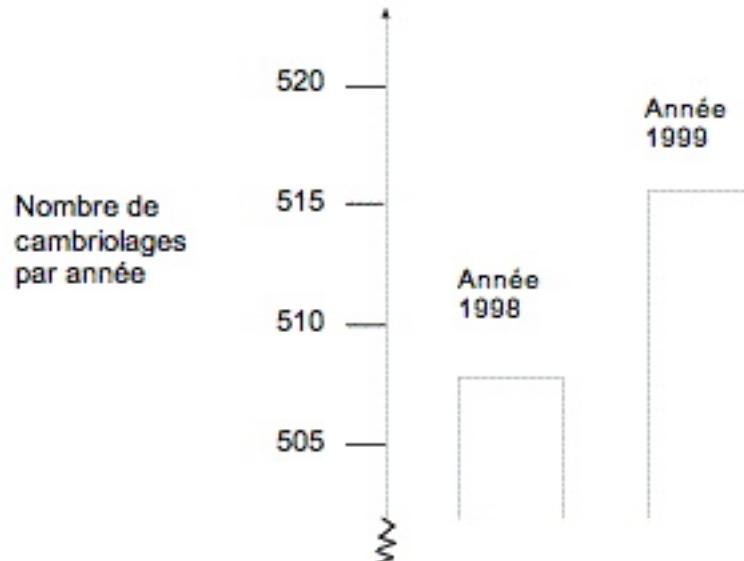
CAMBRIOLAGES

Question 1 : CAMBRIOLAGES

M179Q01 - 01 02 03 04 11 12 21 22 23 99

Lors d'une émission télévisée, un journaliste montre ce graphique et dit :

« Ce graphique montre qu'il y a eu une très forte augmentation du nombre de cambriolages entre 1998 et 1999. »



Considérez-vous que l'affirmation du journaliste est une interprétation correcte de ce graphique ? Justifiez votre réponse par une explication.

CAMBRIOLAGES

Question 1 : CAMBRIOLAGES

M179Q01 - 01 02 03 04 11 12 21 22 23 99

Lors d'une émission télévisée, un journaliste montre ce graphique et dit :

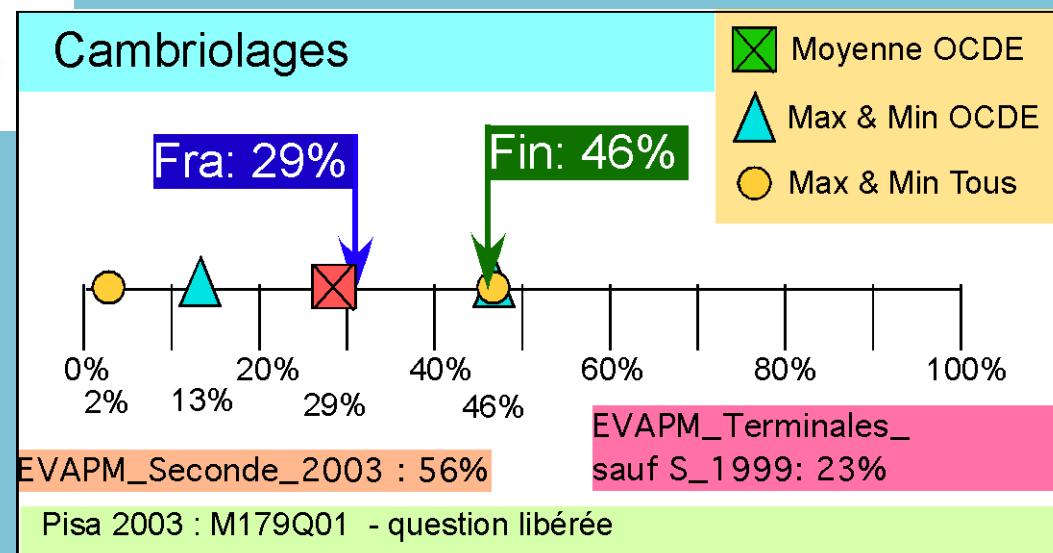
« Ce graphique montre qu'il y a eu une très forte augmentation du nombre de cambriolages entre 1998 et 1999. »

Nombre de cambriolages par année

Année 1998

Année 1999

Considérez-vous que l'affirmation du journaliste est une interprétation correcte de ce graphique ? Justifiez votre réponse par une explication.



CONVERSATION PAR INTERNET

Mark (de Sydney, en Australie) et Hans (de Berlin, en Allemagne) communiquent souvent entre eux en utilisant le « chat » sur Internet. Ils doivent se connecter à Internet au même moment pour pouvoir « chatter ».

Pour trouver une heure qui convient pour « chatter », Mark a consulté un tableau des fuseaux horaires et a trouvé ceci :



Question 1 : CONVERSATION PAR INTERNET

M402Q.01 - 0 f 9

Lorsqu'il est 19h00 à Sydney, quelle heure est-il à Berlin ?

Réponse :

Question 2 : CONVERSATION PAR INTERNET

M402Q.02 - 0 f 9

Mark et Hans ne peuvent pas « chatter » entre 9h00 et 16h30 de leur heure locale respective, parce qu'ils doivent aller à l'école. Ils ne pourront pas non plus « chatter » entre 23h00 et 7h00 parce qu'ils seront en train de dormir.

Quel moment conviendrait à Mark et Hans pour « chatter » ? Inscrivez les heures locales dans le tableau.

Lieu	Heure
Sydney	
Berlin	

M402_Conversation par Internet - 2

CONVERSATION PAR INTERNET

Mark (de Sydney, en Australie) et Hans (de Berlin, en Allemagne) communiquent souvent entre eux en utilisant le « chat » sur Internet. Ils doivent se connecter à Internet au même moment pour pouvoir « chatter ».

Pour trouver une heure qui convient pour « chatter », Mark a consulté un tableau des fuseaux horaires et a trouvé ceci :



Question 1 : CONVERSATION PAR INTERNET

M402Q01 - 0 + 9

Lorsqu'il est 19h00 à Sydney, quelle heure est-il à Berlin ?

Réponse :

Question 2 : CONVERSATION PAR INTERNET

M402Q02 - 0 + 9

Mark et Hans ne peuvent pas « chatter » entre 9h00 et 16h30 de leur heure locale respective, parce qu'ils doivent aller à l'école. Ils ne pourront pas non plus « chatter » entre 23h00 et 7h00 parce qu'ils seront en train de dormir.

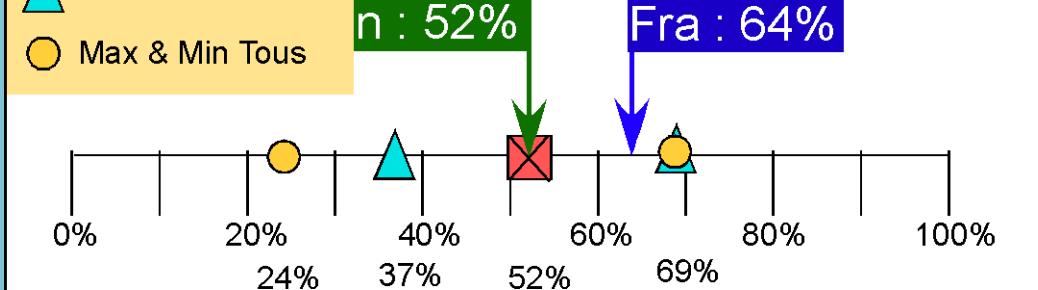
Quel moment conviendrait à Mark et Hans pour « chatter » ? Inscrivez les heures locales dans le tableau.

Lieu	Heure
Sydney	
Berlin	

Moyenne OCDE Conversation par Internet - item 1

Max & Min OCDE

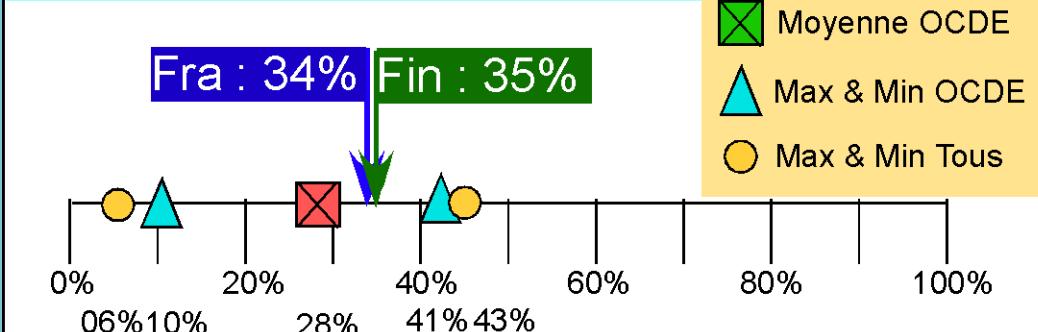
Max & Min Tous



Pisa 2003 : M402Q01 - question libérée

Conversation par Internet - item 2

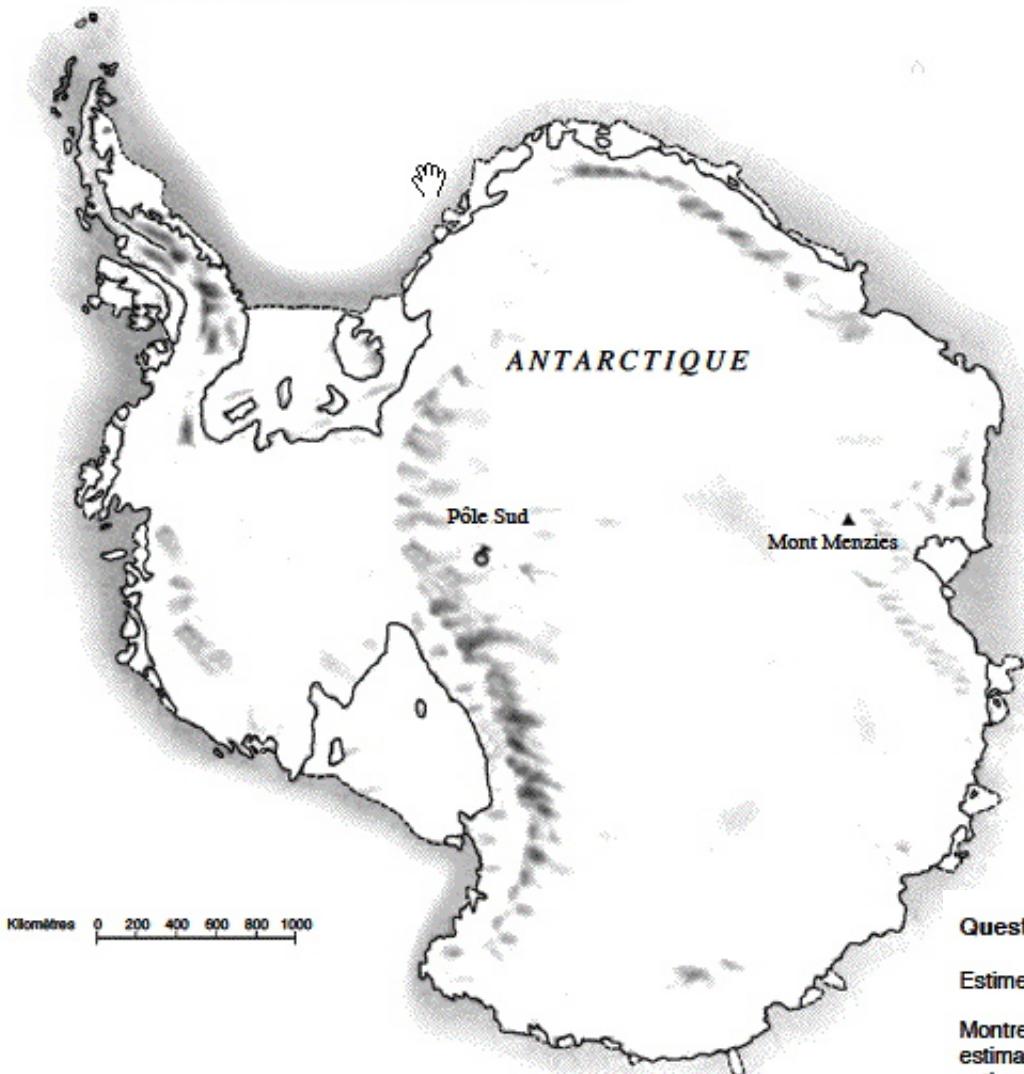
Fra : 34% Fin : 35%



Pisa 2003 : M402Q02 - question libérée

AIRE D'UN CONTINENT

Vous voyez ci-dessous une carte de l'Antarctique.



Question 1 : CONTINENT

M148Q01

Quelle est la distance entre le Pôle Sud et le Mont Menzies ? (Utilisez l'échelle de la carte pour faire votre estimation).

- A La distance est comprise entre 1 600 km et 1 799 km
- B La distance est comprise entre 1 800 km et 1 999 km
- C La distance est comprise entre 2 000 km et 2 099 km
- D On ne peut pas déterminer cette distance.

Question 2 : CONTINENT

M148Q02 - 01 02 11 12 13 14 21 22 23 24 25 99

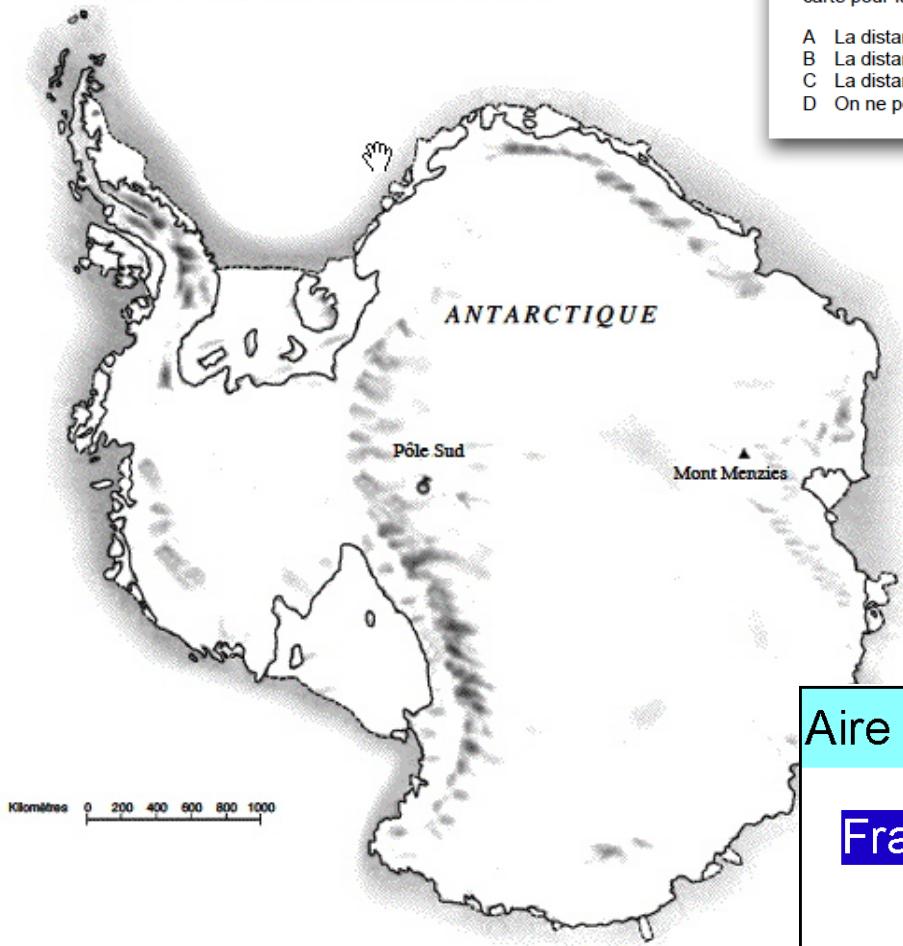
Estimez l'aire de l'Antarctique en utilisant l'échelle de cette carte.

Montrez comment vous avez procédé et expliquez comment vous avez fait votre estimation. (Vous pouvez dessiner sur la carte si cela vous aide pour votre estimation.)

M148_Antartique_PISA2000 - 2

AIRE D'UN CONTINENT

Vous voyez ci-dessous une carte de l'Antarctique.



Question 2 : CONTINENT

M148Q02 – 01 02 11 12 13 14 21 22 23 24 25 99

Estimez l'aire de l'Antarctique en utilisant l'échelle de cette carte.

Montrez comment vous avez procédé et expliquez comment vous avez fait votre estimation. (Vous pouvez dessiner sur la carte si cela vous aide pour votre estimation.)

Ce que PISA évalue... en mathématiques

Question 1 : CONTINENT

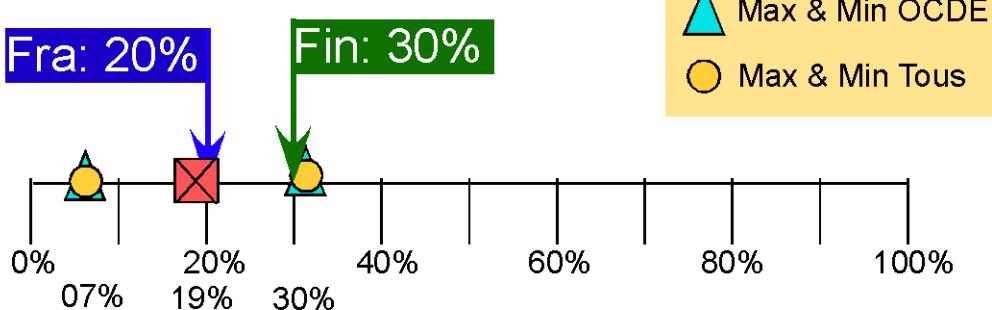
M148Q01

Quelle est la distance entre le Pôle Sud et le Mont Menzies ? (Utilisez l'échelle de la carte pour faire votre estimation).

- A La distance est comprise entre 1 600 km et 1 799 km
- B La distance est comprise entre 1 800 km et 1 999 km
- C La distance est comprise entre 2 000 km et 2 099 km
- D On ne peut pas déterminer cette distance.

Aire d'un continent_item2

Fra: 20% Fin: 30%



EVAPM_Seconde_2003 : 27 %

Pisa 2000 : M148Q02 - question libérée

ETAGERES

Question 1 : ÉTAGÈRES

M484Q.H

Pour construire une étagère complète, un menuisier a besoin du matériel suivant :

4 planches longues ;

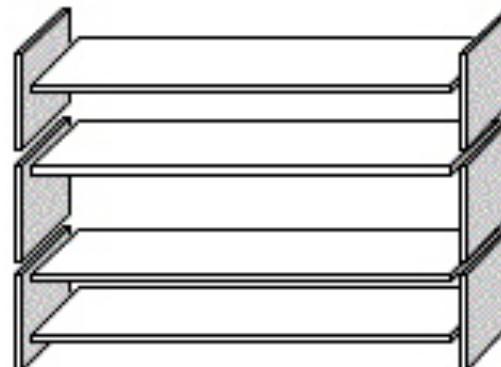
6 planches courtes ;

12 petites équerres;

2 grandes équerres ;

14 vis.

Le menuisier dispose d'un stock de 26 planches longues, 33 planches courtes, 200 petites équerres, 20 grandes équerres et 510 vis.



Combien d'étagères complètes le menuisier peut-il construire ?

Réponse :

$$N = \text{Min} \left(\left[\frac{26}{4} \right]; \left[\frac{33}{6} \right]; \left[\frac{200}{12} \right]; \left[\frac{20}{2} \right]; \left[\frac{510}{14} \right] \right)$$

Bien sûr, ce n'est pas la démarche attendue

ETAGERES

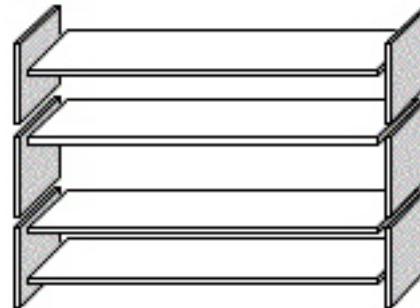
Question 1 : ÉTAGÈRES

M484Q01

Pour construire une étagère complète, un menuisier a besoin du matériel suivant :

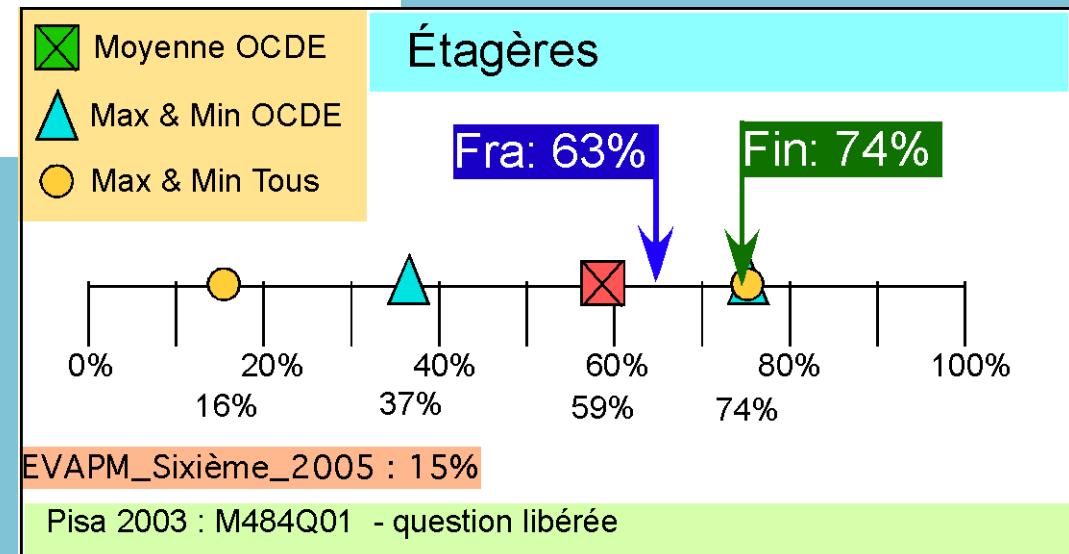
- 4 planches longues ;
- 6 planches courtes ;
- 12 petites équerres;
- 2 grandes équerres ;
- 14 vis.

Le menuisier dispose d'un stock de
26 planches longues, 33 planches courtes,
200 petites équerres, 20 grandes équerres et 510 vis.



Combien d'étagères complètes le menuisier peut-il construire ?

Réponse :



OPINIONS FAVORABLES AU PRÉSIDENT

Question 1 : OPINIONS FAVORABLES AU PRÉSIDENT

M702Q01 - 0 1 2 9

En Zedlande, des sondages d'opinion ont été menés pour déterminer la cote de popularité du président en vue de la prochaine élection. Quatre éditeurs de journaux ont chacun mené leur propre sondage d'opinion à l'échelle nationale. Les résultats des quatre sondages sont les suivants :

Journal 1 : 36,5 % (sondage effectué le 6 janvier sur un échantillon de 500 citoyens ayant le droit de vote, tirés au hasard) ;

Journal 2 : 41,0 % (sondage effectué le 20 janvier sur un échantillon de 500 citoyens ayant le droit de vote, tirés au hasard) ;

Journal 3 : 39,0 % (sondage effectué le 20 janvier sur un échantillon de 1 000 citoyens ayant le droit de vote, tirés au hasard) ;

Journal 4 : 44,5 % (sondage effectué le 20 janvier, sur 1 000 lecteurs qui ont appelé la rédaction pour voter).

Quel est le journal qui fournit probablement le résultat le plus fiable pour prédire le taux d'opinions favorables au président si les élections se tiennent le 25 janvier ?

Donnez deux arguments à l'appui de votre réponse.

OPINIONS FAVORABLES AU PRÉSIDENT

Question 1 : OPINIONS FAVORABLES AU PRÉSIDENT

M702Q01 - 0 1 2 9

En Zedlande, des sondages d'opinion ont été menés pour déterminer la cote de popularité du président en vue de la prochaine élection. Quatre éditeurs de journaux ont chacun mené leur propre sondage d'opinion à l'échelle nationale. Les résultats des quatre sondages sont les suivants :

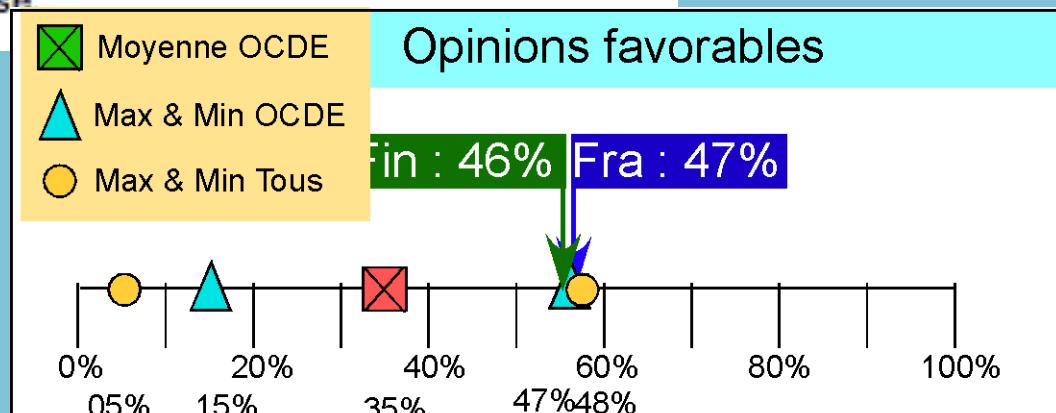
Journal 1 : 36,5 % (sondage effectué le 6 janvier sur un échantillon de 500 citoyens ayant le droit de vote, tirés au hasard) ;

Journal 2 : 41,0 % (sondage effectué le 20 janvier sur un échantillon de 500 citoyens ayant le droit de vote, tirés au hasard) ;

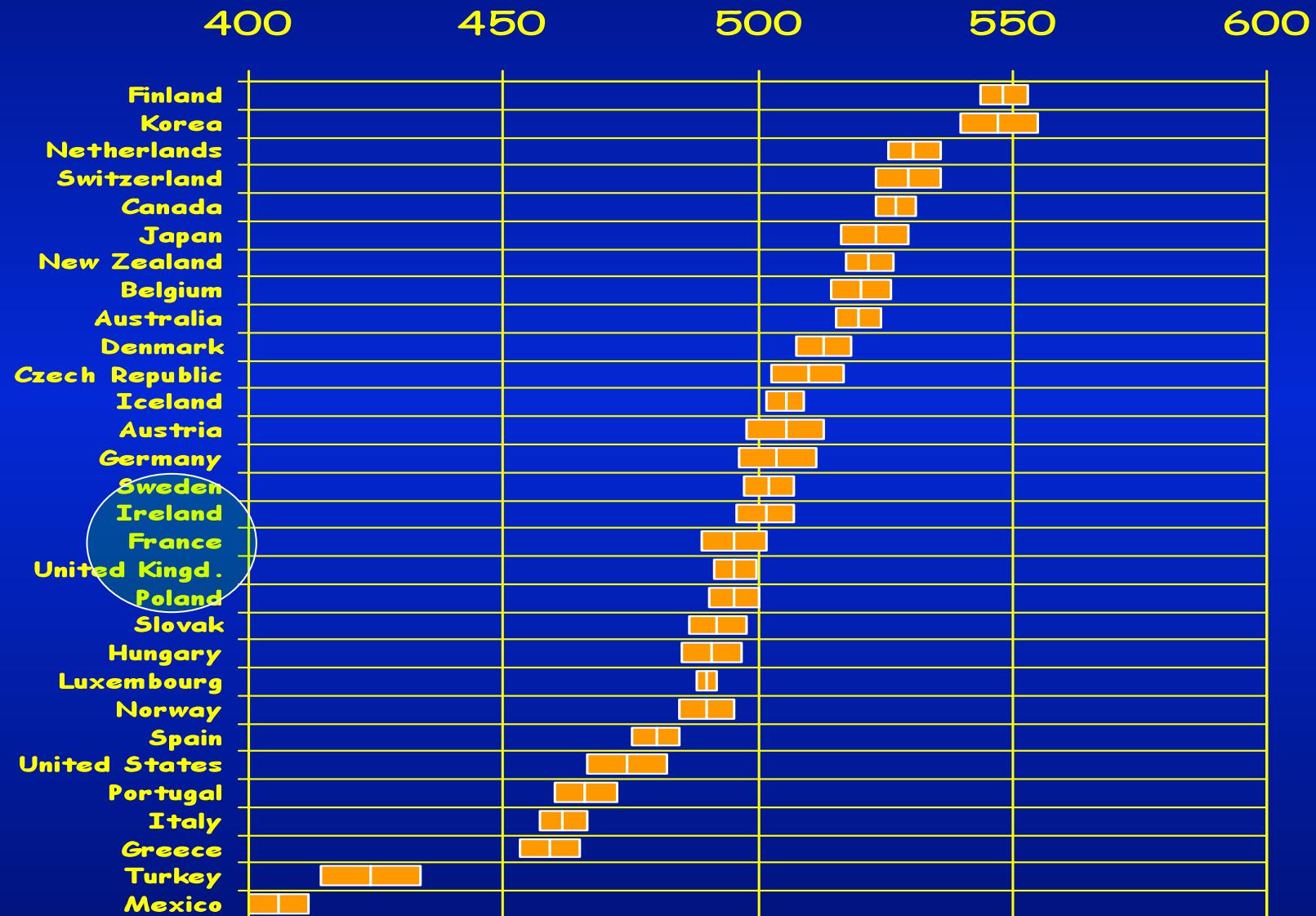
Journal 3 : 39,0 % (sondage effectué le 20 janvier sur un échantillon de 1 000 citoyens ayant le droit de vote, tirés au hasard) ;

Journal 4 : 44,5 % (sondage effectué le 20 janvier, sur 1 000 lecteurs qui ont appelé la rédaction pour voter).

Quel est le journal qui fournit probablement le résultat le plus fiable pour prédire le taux d'opinions favorables au président si les élections se tiennent le 25 janvier ?
Donnez deux arguments à l'appui de votre réponse.



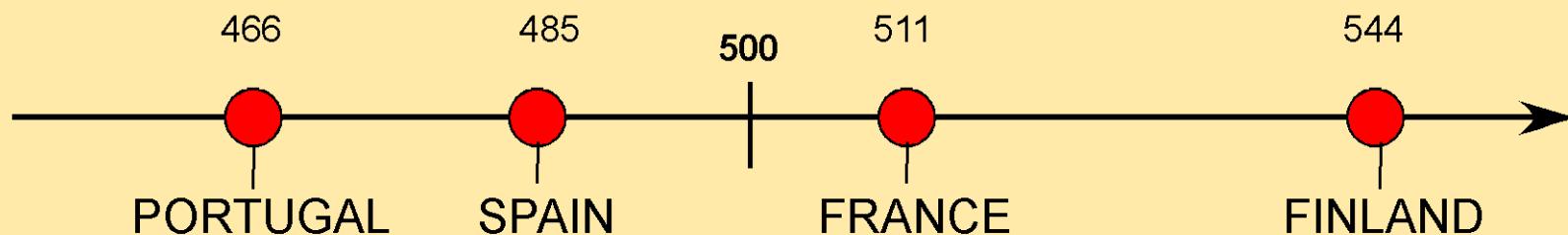
Performance moyenne sur l'échelle de culture mathématique (pays OCDE)



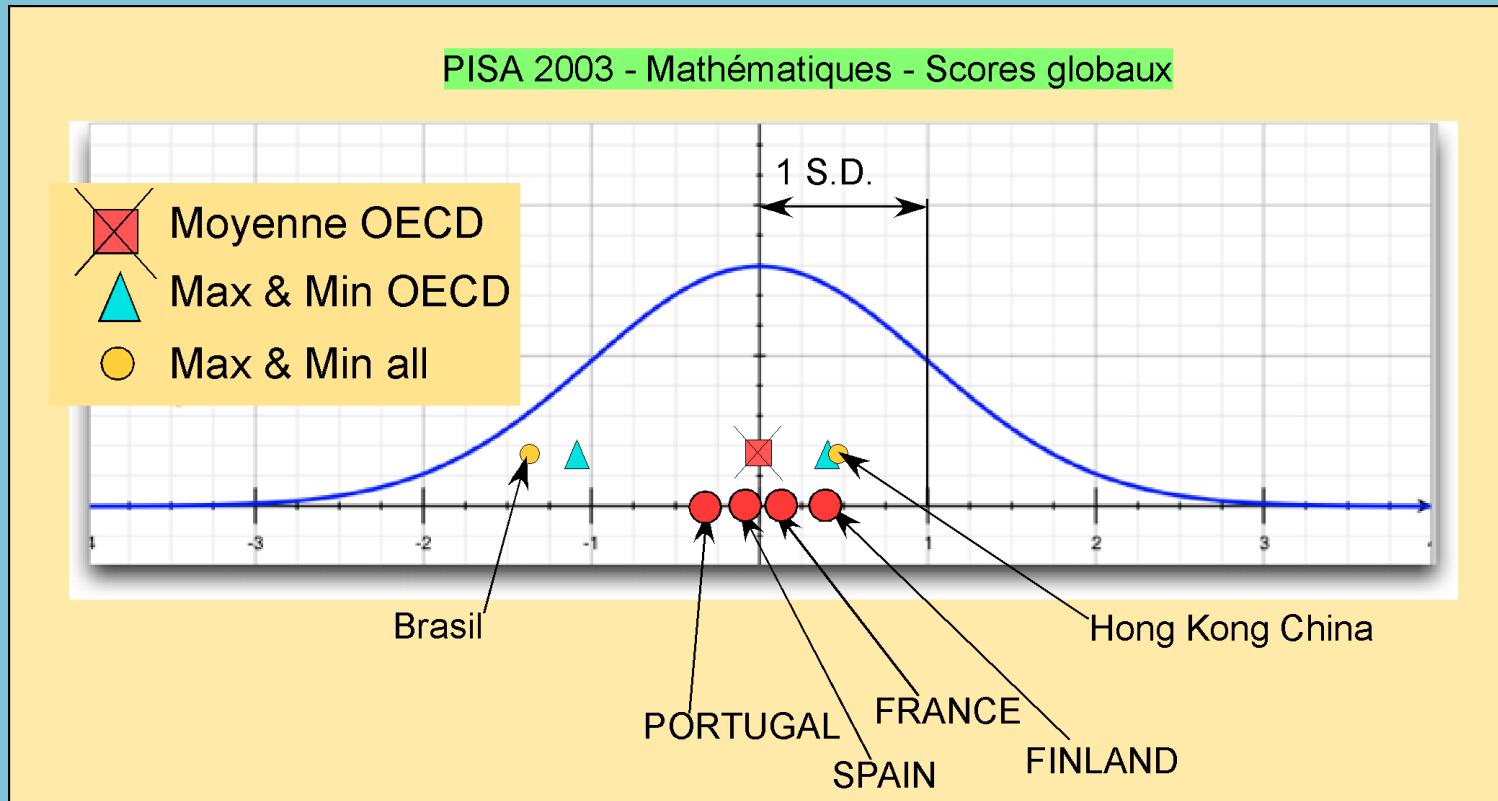
OECD (2007), PISA 2006 - Science Competencies for Tomorrow's World, Table 6.2c

Les scores de PISA

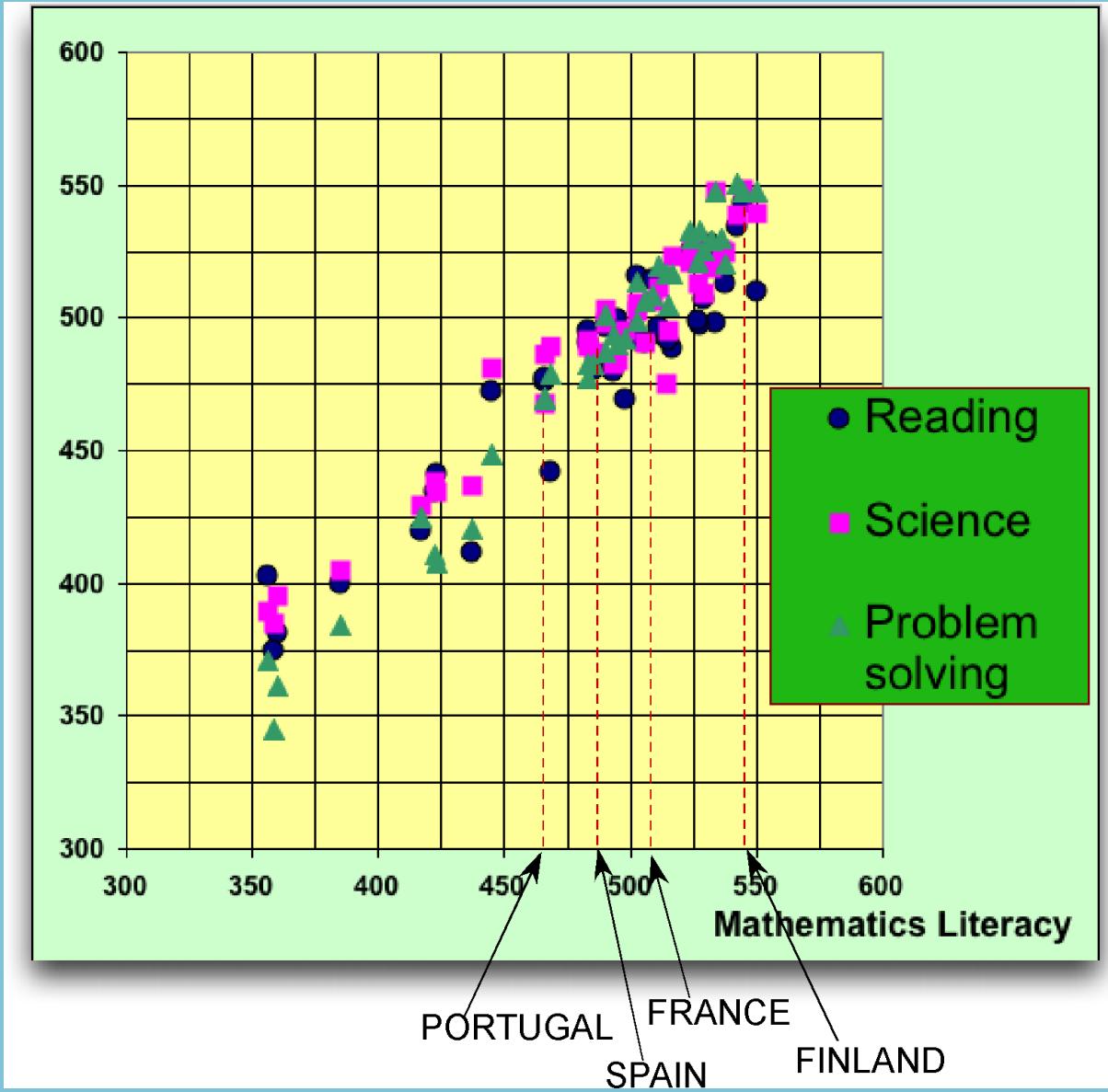
PISA 2003 - Mathématiques - Scores globaux



Comprendre les scores



Correlations inter-pays : Mathématiques – lecture - Science – “Problem solving”



Classes de compétences

Selon PISA – voir description complète dans le cadre de référence de PISA

Niveau		Définition de l'OCDE	
1	Reproduction	Les compétences classées dans ce groupe impliquent essentiellement la reproduction de connaissances déjà bien exercées	Reproduction
2	Connexions	Les compétences du groupe <i>connexions</i> sont dans le prolongement de celles du groupe <i>reproduction</i> , dans la mesure où elles servent à résoudre des problèmes qui ne sont plus de simples routines, mais qui impliquent à nouveau un cadre familial ou quasi-familial.	Mathématisation simple
3	Réflexion	Les activités cognitives associées à ce groupe demandent aux élèves de faire preuve d'une démarche mentale reflétée lors du choix et de l'utilisation de processus pour résoudre un problème. Elles sont en rapport avec les capacités auxquelles les élèves font appel pour planifier des stratégies de solution et les appliquer dans des situations-problème qui contiennent plus d'éléments que celles du groupe <i>connexions</i> , et qui sont plus « originales » (ou peu familières).	Mathématisation complexe

M136_Pommiers_PISA2000_1 + EVAPM

POMMIERS

Un fermier plante des pommiers en carré. Afin de protéger ces arbres du vent, il plante des conifères tout autour du verger.

Vous pouvez voir ci-dessous un schéma présentant cette situation, avec la disposition des pommiers et des conifères pour un nombre (n) de rangées de pommiers :

$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$
X X X	X X X X X X	X X X X X X X X	X X X X X X X X X X
X ● X	X ● ● X	X ● ● ● X	X ● ● ● ● X
X X X	X X	X	X
X ● ● X	X ● ● ● X	X ● ● ● ● X	X ● ● ● ● ● X
X X X X X	X	X	X
	X ● ● ● X	X ● ● ● ● X	X ● ● ● ● ● X
	X X X X X X X X	X	X
		X ● ● ● ● X	X ● ● ● ● ● X
		X X X X X X X X X X	X
			X ● ● ● ● ● X
			X X X X X X X X X X X

X = conifères
● = pommiers

Question 1 : POMMIERS

M136Q01- 01 02 11 12 13 14 15 99

Complétez le tableau :

n	Nombre de pommiers	Nombre de conifères
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Exemple de question à contenu mathématique manifeste

Question 2 : POMMIERS

M136Q02- 00 11 12 13 14 15 99

Il existe deux expressions que vous pouvez utiliser pour calculer le nombre de pommiers et le nombre de conifères dans cette situation :

$$\text{Nombre de pommiers} = n^2$$

$$\text{Nombre de conifères} = 8n$$

où n est le nombre de rangées de pommiers.

Il existe une valeur de n pour laquelle le nombre de pommiers est égal au nombre de conifères. Trouvez cette valeur de n et expliquez votre méthode pour la calculer.

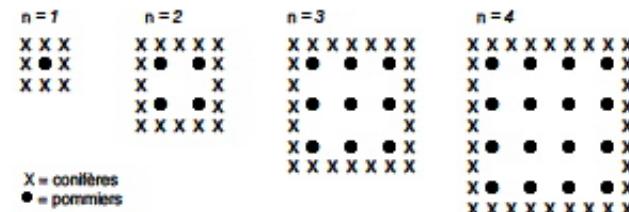
Question 3 : POMMIERS

M136Q03- - 01 02 11 21 99

Supposez que le fermier veuille faire un verger beaucoup plus grand, avec de nombreuses rangées d'arbres. Lorsque le fermier agrandit le verger, qu'est-ce qui va augmenter le plus vite : le nombre de pommiers ou le nombre de conifères ? Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Un fermier plante des pommiers en carré. Afin de protéger ces arbres du vent, il plante des conifères tout autour du verger.

Vous pouvez voir ci-dessous un schéma présentant cette situation, avec la disposition des pommiers et des conifères pour un nombre (n) de rangées de pommiers :



Question 1 : POMMIERS

M136Q01- 01 02 11 12 21 99

Complétez le tableau :

n	Nombre de pommiers	Nombre de conifères
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Question 2 : POMMIERS

M136Q02- 00 11 12 13 14 15 99

Il existe deux expressions que vous pouvez utiliser pour calculer le nombre de pommiers et le nombre de conifères dans cette situation :

$$\text{Nombre de pommiers} = n^2$$

$$\text{Nombre de conifères} = 8n$$

où n est le nombre de rangées de pommiers.

Il existe une valeur de n pour laquelle le nombre de pommiers est égal au nombre de conifères. Trouvez cette valeur de n et expliquez votre méthode pour la calculer.

.....
.....

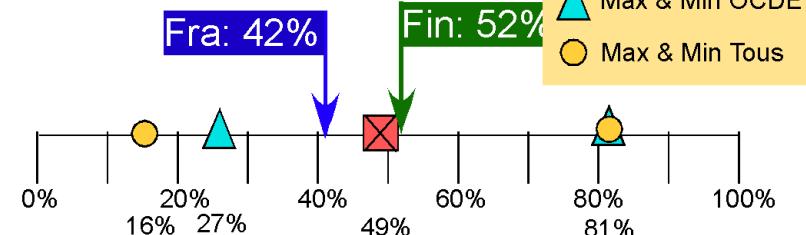
Question 3 : POMMIERS

M136Q03- 01 02 11 21 99

Supposez que le fermier veuille faire un verger beaucoup plus grand, avec de nombreuses rangées d'arbres. Lorsque le fermier agrandit le verger, qu'est-ce qui va augmenter le plus vite : le nombre de pommiers ou le nombre de conifères ? Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

.....

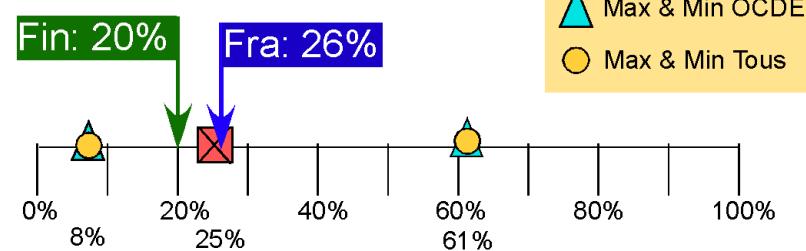
Pommiers_item1



EVAPM_Seconde_2003 : 79 %

Pisa 2000 : M136Q01 - question libérée

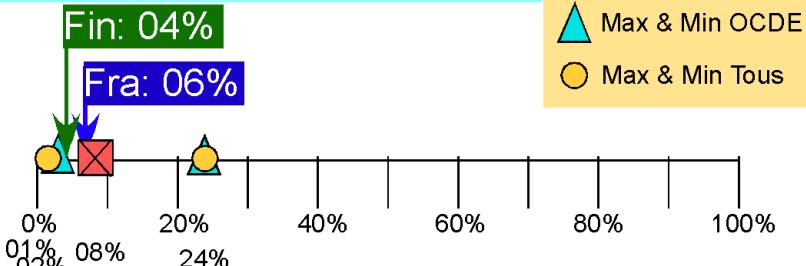
Pommiers_item2



EVAPM_Seconde_2003 : 60 %

Pisa 2000 : M136Q02 - question libérée

Pommiers_item3

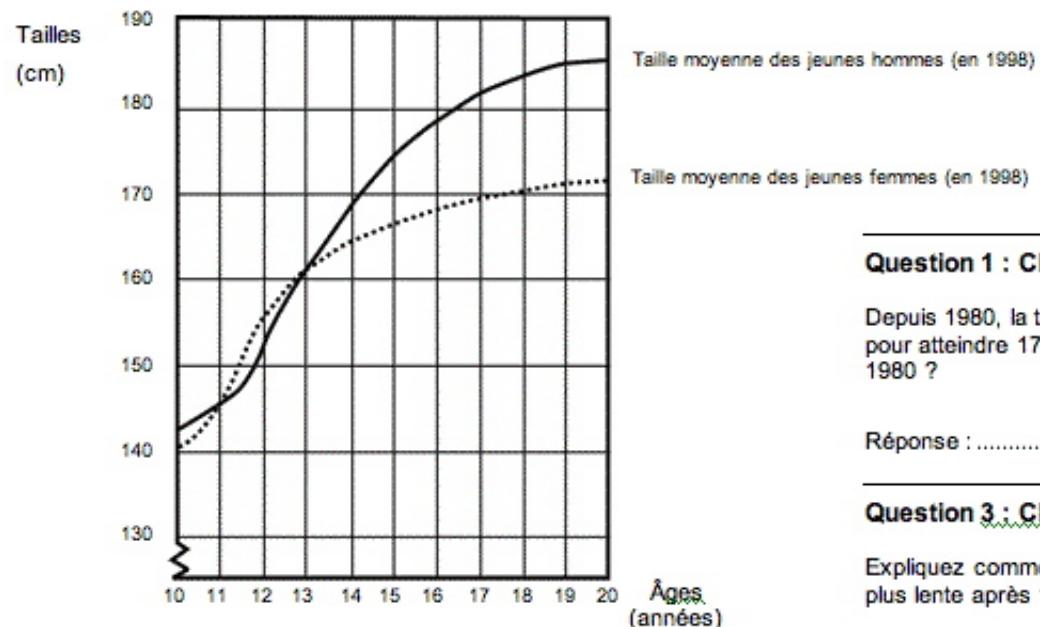


EVAPM_Seconde_2003 : 11 %

Pisa 2000 : M136Q03 - question libérée

CROISSANCE**LES JEUNES DEVIENNENT PLUS GRANDS**

La taille moyenne des jeunes hommes et des jeunes femmes aux Pays-Bas en 1998 est représentée par le graphique ci-dessous.

**Question 1 : CROISSANCE**

M150Q01 - 0 1 9

Depuis 1980, la taille moyenne des jeunes filles de 20 ans a augmenté de 2,3 cm, pour atteindre 170,6 cm. Quelle était la taille moyenne des jeunes filles de 20 ans en 1980 ?

Réponse : cm

Question 3 : CROISSANCE

M150Q03 - 01 02 11 12 13 99

Expliquez comment le graphique montre qu'en moyenne, la croissance des filles est plus lente après 12 ans.

.....
.....
.....

Question 2 : CROISSANCE

M150Q02 - 00 11 21 22 99

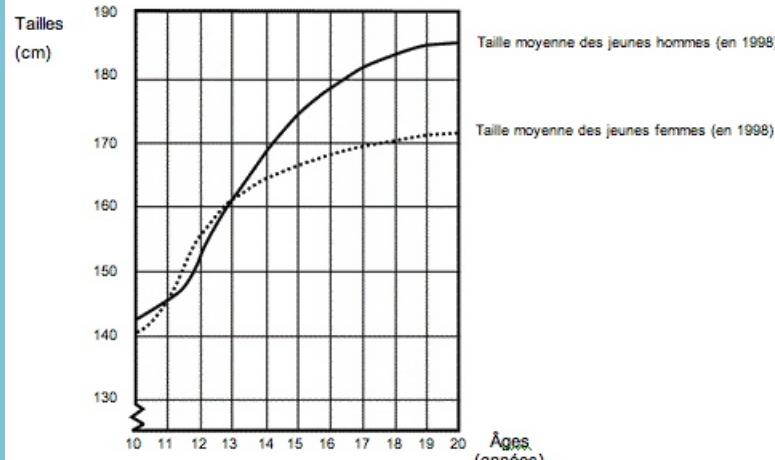
D'après ce graphique, pendant quelle période de leur vie les jeunes filles sont-elles, en moyenne, plus grandes que les jeunes hommes du même âge ?

.....
.....

M150_Croissance - 2

LES JEUNES DEVIENNENT PLUS GRANDS

La taille moyenne des jeunes hommes et des jeunes femmes aux Pays-Bas en 1998 est représentée par le graphique ci-dessous.



Question 1 : CROISSANCE

Depuis 1980, la taille moyenne des jeunes filles de 20 ans a augmenté de 2,3 cm, pour atteindre 170,6 cm. Quelle était la taille moyenne des jeunes filles de 20 ans en 1980 ?

Réponse : cm

Question 3 : CROISSANCE

Expliquez comment le graphique montre qu'en moyenne, la croissance des filles est plus lente après 12 ans.

.....
.....
.....

Question 2 : CROISSANCE

D'après ce graphique, pendant quelle période de leur vie les jeunes filles sont-elles, en moyenne, plus grandes que les jeunes hommes du même âge ?

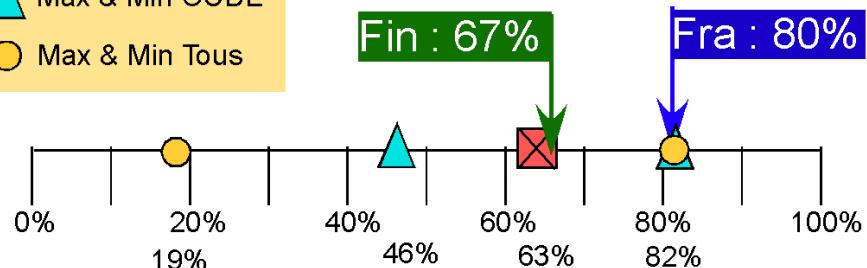
.....
.....

■ Moyenne OCDE

▲ Max & Min OCDE

○ Max & Min Tous

Croissance - item 1



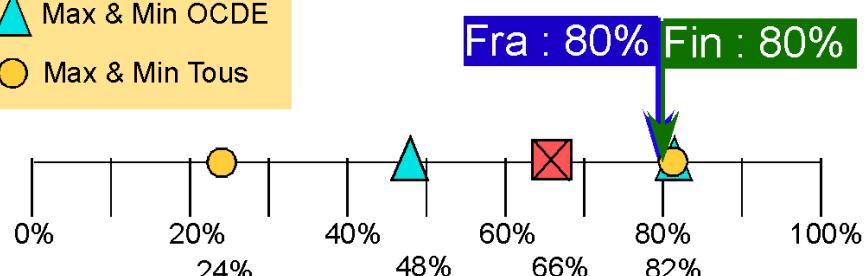
Pisa 2003 : M150Q01 - question libérée

■ Moyenne OCDE

▲ Max & Min OCDE

○ Max & Min Tous

Croissance - item 2



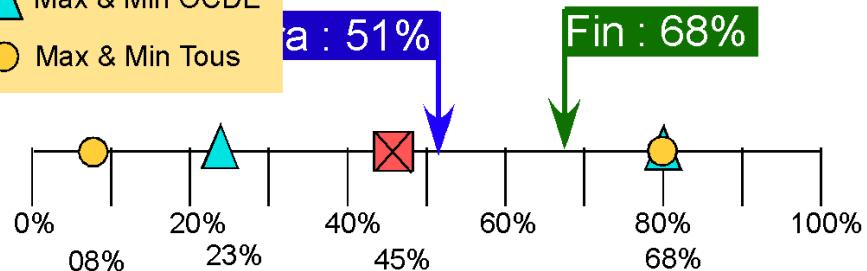
Pisa 2003 : M150Q02 - question libérée

■ Moyenne OCDE

▲ Max & Min OCDE

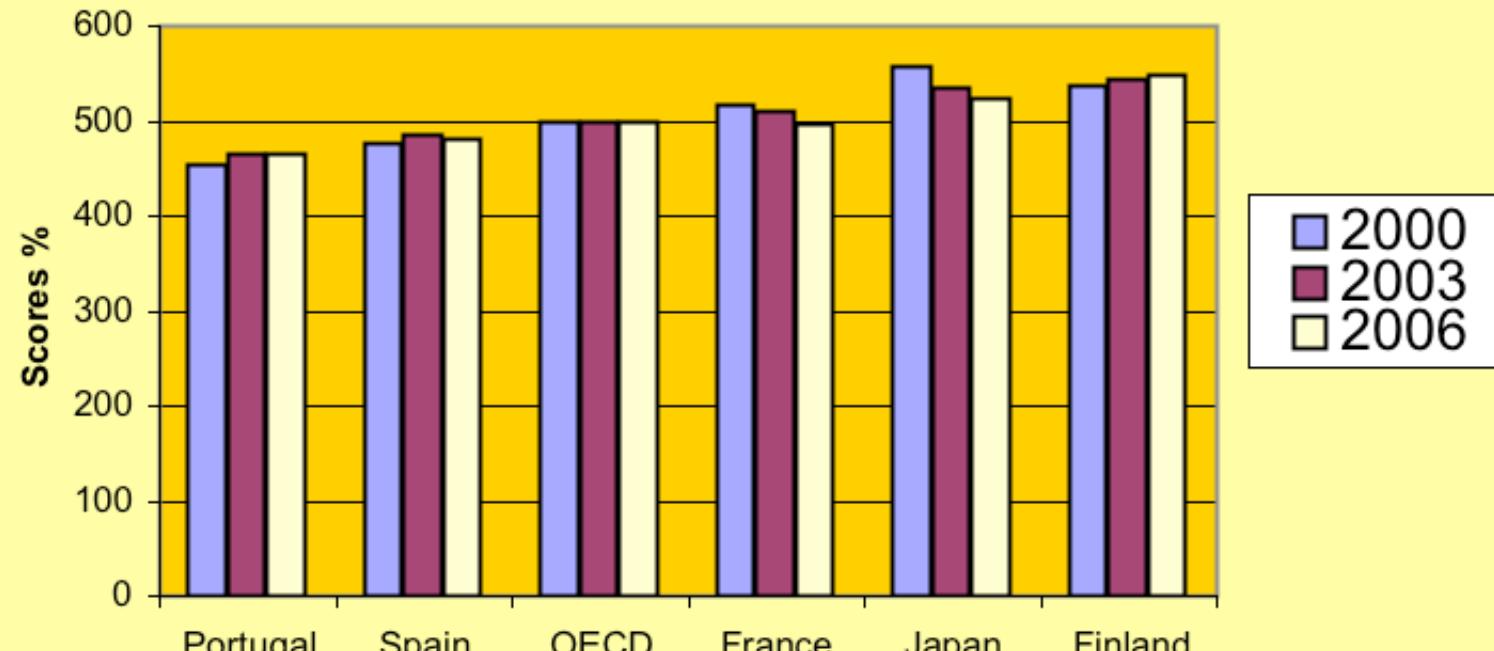
○ Max & Min Tous

Croissance - item 3

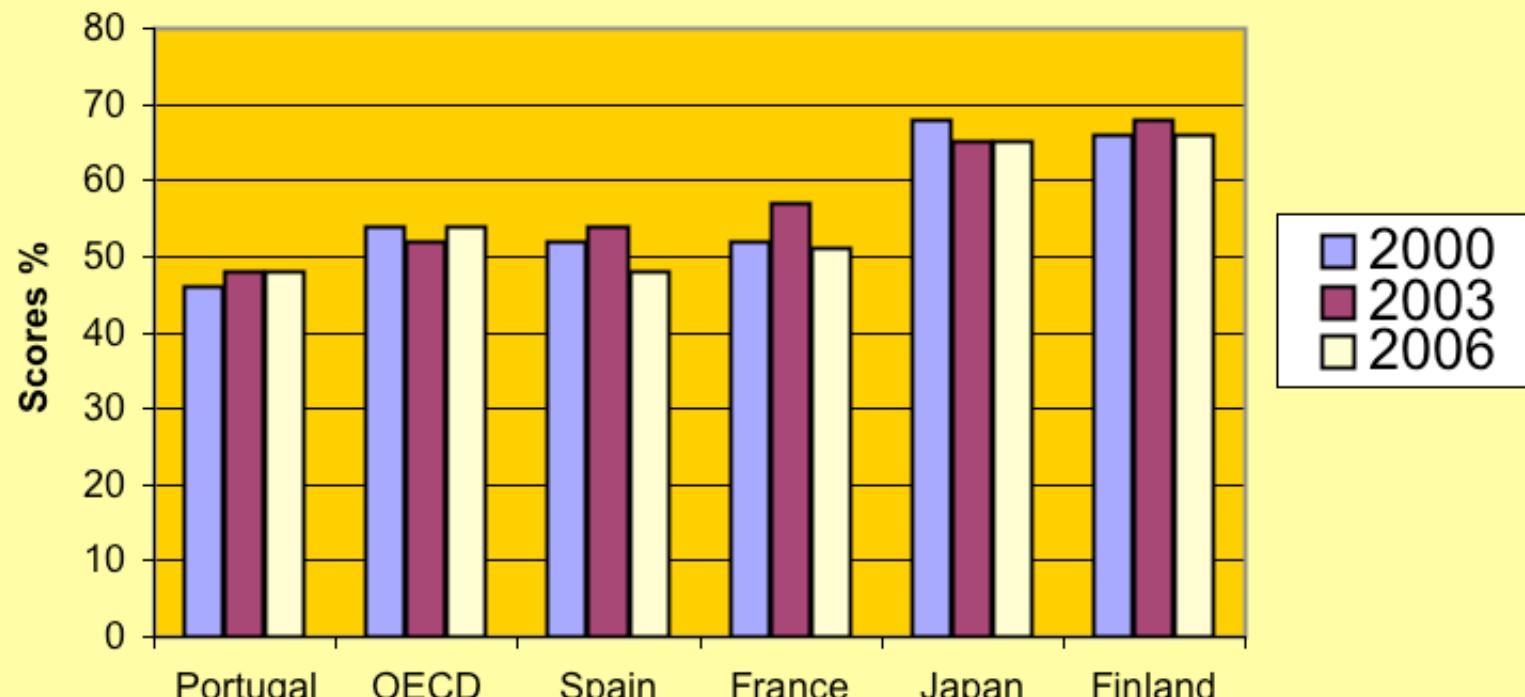


Pisa 2003 : M150Q03 - question libérée

Stabilité dans le temps Des résultats mathématiques de PISA Résultats globaux



Stabilité dans le temps
Des résultats mathématiques de PISA
Pour un item donné
(question « le pipeline »)



Définition PISA

Ce concept porte sur les relations et les phénomènes géométriques et spatiaux. Il est souvent en rapport avec la géométrie. Les problèmes qui relèvent de cette catégorie demandent aux élèves de rechercher des similitudes et des différences lorsqu'ils analysent les composantes des formes, de reconnaître des formes dans des représentations et des dimensions différentes et de comprendre les propriétés et les positions relatives des objets.

Définition PISA

Ce concept a trait aux manifestations mathématiques de l'évolution et aux relations fonctionnelles et de dépendance entre variables. Il est en rapport étroit avec l'algèbre. Les relations mathématiques sont souvent exprimées sous la forme d'équations ou d'inéquations, mais d'autres relations plus générales (l'équivalence, la divisibilité et l'inclusion, pour n'en citer que quelques-unes) sont également pertinentes. Elles sont représentées de nombreuses manières différentes (tableaux et représentations symboliques, algébriques, graphiques et géométriques). Comme les modes de représentation peuvent servir des objectifs différents et avoir des propriétés spécifiques, il est souvent essentiel que les élèves passent d'un mode à l'autre lorsqu'ils s'attaquent à des problèmes relevant de cette catégorie.

Champ QUANTITÉ

Définition PISA

Ce concept concerne les phénomènes numériques et les relations et modèles quantitatifs. Les problèmes relevant de cette catégorie demandent aux élèves de comprendre la notion de grandeur relative, d'identifier des modèles numériques et d'utiliser les nombres pour représenter des quantités et des attributs quantifiables des objets du monde réel (comptages et mesures). Entrent également dans cette catégorie le traitement et la compréhension des nombres qui se présentent sous différentes formes. Le raisonnement quantitatif en est un autre aspect important. Pour s'y livrer, il faut avoir le sens des nombres, pouvoir représenter des nombres, comprendre la signification des opérations, du calcul mental et des estimations. Le raisonnement quantitatif est souvent associé à l'arithmétique.

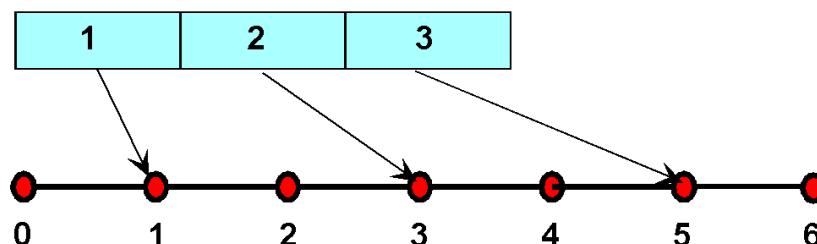
Champ INCERTITUDE

Définition PISA

Ce concept a trait aux relations et aux phénomènes de statistiques et de probabilités qui jouent un rôle de plus en plus important dans la société de l'information. Les branches des mathématiques qui étudient ces thèmes sont les statistiques et les probabilités.

Compétences et mat

Classes de compétences			Types de compétences
1 Reproduction	2 connexions	3 réflexion	
			Pensée et raisonnement
			Argumentation
			Communication
			Modélisation
			Création et résolution de problèmes
			Représentation
			Utilisation d'un langage et d'opérations de nature symbolique, formelle et technique
			Utilisation d'aides et d'outils



Échelle de compétence

Competencies, level of mathematization and proficiency

Description des six niveaux de culture mathématique selon PISA (traduction A. Bodin)

Niveau	Ce que les élèves sont typiquement capables de faire selon les niveaux
6	<p>Au niveau 6, les élèves sont capables de conceptualiser, de généraliser et d'utiliser des informations sur la base de leurs propres investigations et modélisation, dans des situations de problèmes complexes. Ils peuvent mettre en relation différentes représentations et sources d'information et passer de l'une à l'autre avec agilité. Ils peuvent se livrer à des raisonnements et à des réflexions mathématiques de niveau avancé¹.</p> <p>Ayant une bonne maîtrise des relations symboliques et des opérations mathématiques classiques, ces élèves sont capables d'utiliser leur intuition et leur compréhension pour développer de nouvelles approches et de nouvelles stratégies dans des situations nouvelles.</p> <p>Ils peuvent décrire et communiquer avec précision leurs actions et leurs réflexions relativement à leurs résultats, leurs interprétations et leurs arguments, ainsi que l'adéquation de ces actions et de ces réflexions aux situations initiales.²</p>
5	<p>Au niveau 5, les élèves peuvent élaborer et utiliser des modèles adaptés à des situations complexes ; situations dont ils peuvent identifier les contraintes et préciser des hypothèses et autres conditions.</p> <p>Ils sont capables de choisir, de comparer et d'évaluer des stratégies de résolution permettant de s'attaquer à des problèmes complexes liés à ces modèles. Ils peuvent utiliser des stratégies utilisant des modes de pensée et de raisonnement variés et bien développés, des représentations adaptées, des caractérisations symboliques et formelles, ainsi que des idées diverses³ en rapport avec la situation.</p> <p>Ils peuvent réfléchir à leurs actions et formuler et communiquer leurs interprétations et leur raisonnement.</p>
4	<p>Au niveau 4, les élèves sont capables d'utiliser de façon efficace des modèles explicites pour traiter des situations concrètes complexes qui peuvent comporter de contraintes ou qui supposent d'émettre des hypothèses.</p> <p>Ils peuvent choisir et intégrer différentes représentations, dont des représentations symboliques, et les relier directement à certains aspects de situations tirées du monde réel. Dans ces situations, ils peuvent mettre en œuvre des savoir-faire bien développés et raisonner avec souplesse, utilisant leur intuition et leur compréhension de la situation⁴.</p> <p>Ils peuvent construire des explications et des arguments sur la base de leurs interprétations et de leurs actions et les communiquer.</p>
3	<p>Au niveau 3, les élèves peuvent exécuter des procédures décrites de façon claire, y compris celles qui demandent des décisions séquentielles.</p> <p>Ils peuvent choisir et mettre en œuvre des stratégies simples de résolution de problèmes. Ils peuvent interpréter et utiliser des représentations basées sur différentes sources d'information et construire leur raisonnement directement sur cette base. Ils peuvent rendre compte succinctement de leurs interprétations, de leurs résultats et de leur raisonnement.</p>
2	<p>Au niveau 2, les élèves peuvent interpréter et reconnaître des situations dans des contextes qui ne demandent pas plus que d'effectuer des inférences directes. Ils n'ont à puiser les informations pertinentes que dans une source d'information unique et peuvent se limiter à un seul mode de représentation. Ils sont capables d'utiliser les algorithmes de base, des formules, des procédures ou des conventions élémentaires.</p> <p>Ils peuvent se livrer à un raisonnement direct et interpréter les résultats de manière littérale.</p>
1	<p>Au niveau 1, les élèves peuvent répondre à des questions explicites s'inscrivant dans des contextes familiers, dont la résolution ne demande pas d'autres informations que celles qui sont fournies. Ils sont capables d'identifier les informations et d'appliquer des procédures de routine sur la base de consignes directes dans des situations explicites. Ils peuvent exécuter des actions qui vont de soi et qui découlent directement des stimulus donnés.</p>

Les 6 niveaux de compétence mathématique de PISA - niveaux 5 et 6

Description des six niveaux de culture mathématique selon PISA (traduction A. Bodin)

Niveau	Ce que les élèves sont typiquement capables de faire selon les niveaux
6	<p>Au niveau 6, les élèves sont capables de conceptualiser, de généraliser et d'utiliser des informations sur la base de leurs propres investigations et modélisation, dans des situations de problèmes complexes. Ils peuvent mettre en relation différentes représentations et sources d'information et passer de l'une à l'autre avec agilité. Ils peuvent se livrer à des raisonnements et à des réflexions mathématiques de niveau avancé⁵.</p> <p>Ayant une bonne maîtrise des relations symboliques et des opérations mathématiques classiques, ces élèves sont capables d'utiliser leur intuition et leur compréhension pour développer de nouvelles approches et de nouvelles stratégies dans des situations nouvelles. Ils peuvent décrire et communiquer avec précision leurs actions et leurs réflexions relativement à leurs résultats, leurs interprétations et leurs arguments, ainsi que l'adéquation de ces actions et de ces réflexions aux situations initiales.⁶</p>
5	<p>Au niveau 5, les élèves peuvent élaborer et utiliser des modèles adaptés à des situations complexes : situations dont ils peuvent identifier les contraintes et préciser des hypothèses et autres conditions.</p> <p>Ils sont capables de choisir, de comparer et d'évaluer des stratégies de résolution permettant de s'attaquer à des problèmes complexes liés à ces modèles. Ils peuvent utiliser des stratégies utilisant des modes de pensée et de raisonnement variés et bien développés, des représentations adaptées, des caractérisations symboliques et formelles, ainsi que des idées diverses⁷ en rapport avec la situation.</p> <p>Ils peuvent réfléchir à leurs actions et formuler et communiquer leurs interprétations et leur raisonnement.</p>

Les 6 niveaux de compétence mathématique de PISA - niveaux 3 et 4

4	Au niveau 4, les élèves sont capables d'utiliser de façon efficace des modèles explicites pour traiter des situations concrètes complexes qui peuvent comporter de contraintes ou qui supposent d'émettre des hypothèses. Ils peuvent choisir et intégrer différentes représentations, dont des représentations symboliques, et les relier directement à certains aspects de situations tirées du monde réel. Dans ces situations, ils peuvent mettre en œuvre des savoir-faire bien développés et raisonner avec souplesse, utilisant leur intuition et leur compréhension de la situation ⁸ . Ils peuvent construire des explications et des arguments sur la base de leurs interprétations et de leurs actions et les communiquer.
3	Au niveau 3, les élèves peuvent exécuter des procédures décrites de façon claire, y compris celles qui demandent des décisions séquentielles. Ils peuvent choisir et mettre en œuvre des stratégies simples de résolution de problèmes. Ils peuvent interpréter et utiliser des représentations basées sur différentes sources d'information et construire leur raisonnement directement sur cette base. Ils peuvent rendre compte succinctement de leurs interprétations, de leurs résultats et de leur raisonnement.

Les 6 niveaux de compétence mathématique de PISA - niveaux 1 et 2

2

Au niveau 2, les élèves peuvent interpréter et reconnaître des situations dans des contextes qui ne demandent pas plus que d'effectuer des inférences directes. Ils n'ont à puiser les informations pertinentes que dans une source d'information unique et peuvent se limiter à un seul mode de représentation. Ils sont capables d'utiliser les algorithmes de base, des formules, des procédures ou des conventions élémentaires. Ils peuvent se livrer à un raisonnement direct et interpréter les résultats de manière littérale.

1

Au niveau 1, les élèves peuvent répondre à des questions explicites s'inscrivant dans des contextes familiers, dont la résolution ne demande pas d'autres informations que celles qui sont fournies. Ils sont capables d'identifier les informations et d'appliquer des procédures de routine sur la base de consignes directes dans des situations explicites. Ils peuvent exécuter des actions qui vont de soi et qui découlent directement des stimulus donnés.

Répartition des élèves suivant les niveaux de compétence PISA

Niveau	Inférieur à 1	1	2	3	4	5	6
Pourcentage des jeunes de 15 ans de l'OCDE qui sont à ce niveau	10%	15%	20%	20%	20%	10%	5%

+

Niveau	Inférieur à 1	1	2	3	4	5	6
Pourcentage des jeunes de 15 ans qui, en France, sont à ce niveau	5,6%	11%	20,2%	25,9%	22,1%	11,6%	3,5%

□

Références et contacts

Bodin, A. (2007) : What does PISA really assess? What it doesn't? A French view. In S. Hopman, G. Brinek, M. Retzl (éds): PISA according to PISA. Wien: Lit Verlag, 2007. Download : <http://www.univie.ac.at/pisaaccordingtopisa>

Bodin, A. (2006) : Les mathématiques face aux évaluations nationales et internationales. De la première étude menée en 1960 aux études TIMSS et PISA ... en passant par les études de la DEP et d'EVAPM. Communication séminaire de l'EHESS. Repères IREM, N°65, octobre 2006.

Bodin, A. (2006) : Ce qui est vraiment évalué par PISA en mathématiques. Ce qui ne l'est pas. Un point de vue Français. Bulletin de l'APMEP. Num. 463. p. 240-265.

Bodin, A. (2008) : Lecture et utilisation de PISA pour les enseignants. Petit x ; n° 78, pp. 53-78, IREM de Grenoble.

Bodin, A. (2009) : L'étude PISA pour les mathématiques. Résultats français et réactions. Gazette des mathématiciens N°120 (Société Mathématique de France).

Pisa sur le site de l'APMEP site : <http://www.apmep.asso.fr/spip.php?rubrique114>

Contributions to the Joint Finnish-French Conference "Teaching mathematics: beyond the PISA survey » Paris 6 - 8 octobre 2005
<http://smf.emath.fr/VieSociete/Rencontres/France-Finlande-2005/ResumeConferences.html>

APMEP : 26 rue Duméril 75013 PARIS

<http://www.apmep.asso.fr/>

Avec accès à l'ensemble des bases de données

Société mathématique européenne (EMS)

Reference Levels in School Mathematics Education in Europe

<http://www.emis.de/projects/Ref/>

<http://www-irem.univ-fcomte.fr/INTERNAT.HTM>

IREM – Université de Franche-Comté –
La Bouloie – 25030 BESANCON CEDEX – FRANCE

<http://pegase.univ-fcomte.fr/>

Antoine Bodin : antoinebodin@mac.com

Web site : <http://web.mac.com/antoinebodin/>