

# Ce qui est vraiment évalué par PISA

## Ce qui ne l'est pas

### Un point de vue français

### Première partie

Conférence franco-finlandaise

"L'enseignement des mathématiques : à partir de l'enquête PISA"

Joint Finnish-French Conference

"Teaching mathematics: beyond the PISA survey »

Paris 6 - 8 octobre 2005

Antoine Bodin

Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques

Université de Franche-Comté

- Introduction
  - Objet de la communication
  - L'Observatoire EVAPM
- Rapport avec les programmes français de mathématiques :
  - Des questions de PISA du domaine mathématique.
  - D'examens et évaluations communs en France.
- Rapport avec les niveaux de complexité cognitive :
  - Des questions de PISA du domaine mathématique.
  - D'examens et évaluations communs en France.
- Réflexions d'ordre épistémologique
- Réflexions d'ordre didactique
- Pour conclure

Voir texte complet de la communication sur le site de la SMF ou sur celui de l'APMEP :

En français : *“Ce qui est vraiment évalué par PISA en mathématiques.  
Ce qui ne l'est pas. Un point de vue français.”*

En anglais : *“What does PISA really assess? What it doesn't? A French view.”*

## PISA - Quelques questions...

Pertinence de l'étude *non abordée ici*

Équité de l'étude *non abordée ici*

Fidélité *non abordée ici*

### Validité de l'étude

Validité interne *supposée acquise*

### Validité externe....

Validité sociale

### Validité curriculaire

Validité épistémologique

Validité didactique

## La culture mathématique selon PISA

La culture mathématique est l'aptitude d'un individu à identifier et à comprendre le rôle que les mathématiques jouent dans le monde, à produire des jugements fondés utilisant les mathématiques, et à s'engager dans des activités mathématiques, en fonction des exigences de sa vie en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi.

... la « culture mathématique » ne peut se réduire à la connaissance de la terminologie mathématique, de propriétés et de procédures, ni aux savoir-faire permettant d'effectuer certaines opérations ou d'appliquer certaines méthodes, tout en présupposant, bien sûr, l'existence de ces compétences. Ce qui caractérise la culture mathématique est la mise en oeuvre créative de ces compétences pour répondre aux exigences suscitées par les situations externes où se trouve l'individu.

L'accent mis par les évaluations mathématiques OCDE/PISA sur l'utilisation de connaissances et de raisonnements mathématiques **pour résoudre des problèmes issus de la vie de tous les jours** incarne un idéal qui est déjà mis en oeuvre, à des degrés divers, dans plusieurs systèmes éducatifs à travers le monde.

La discussion sur les contenus et les contextes met l'accent sur les caractéristiques **des problèmes auxquels les élèves sont confrontés en tant que citoyens**, tandis que la discussion relative aux processus met plutôt l'accent sur les compétences utilisées par les élèves pour résoudre ces problèmes

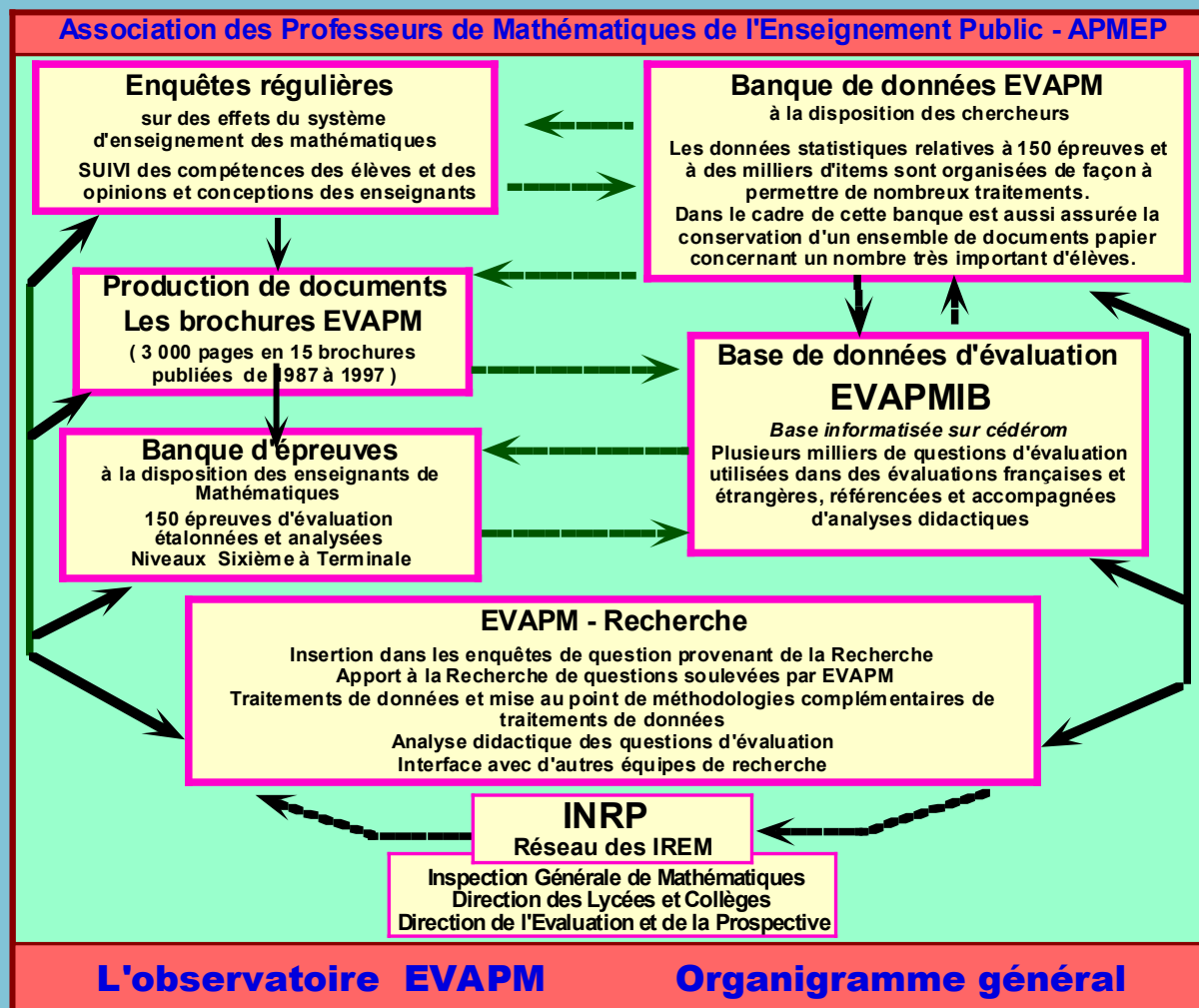
La définition de la culture mathématique choisie pour ce cadre d'évaluation est cohérente avec celles retenues pour la compréhension de l'écrit et pour la culture scientifique, ainsi qu'avec **la volonté de l'OCDE/PISA d'évaluer les capacités des élèves à devenir des membres actifs et productifs de la société.**

## Choix des questions

1. Commencer par un problème relevant de la réalité ;
2. Organiser le problème en fonction de concepts mathématiques ;
3. Effacer progressivement la réalité au travers de divers processus, tels que la formulation d'hypothèses concernant l'identification des principales caractéristiques du problème, la généralisation et la formalisation (dont l'objectif est de faire ressortir les caractéristiques mathématiques de la situation et de transformer le problème réel en un problème mathématique qui soit le reflet fidèle de la situation) ;
4. Résoudre le problème mathématique ;
5. Comprendre la solution mathématique et l'appliquer à la situation réelle (ce qui implique aussi d'identifier les limites de la solution).

Depuis 20 ans : des études à grande échelle de la sixième aux classes terminales.

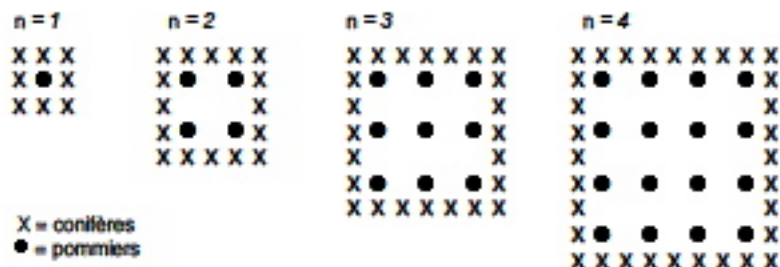
Des références à EVAPM seront faites dans cette communication



## POMMIERS

Un fermier plante des pommiers en carré. Afin de protéger ces arbres du vent, il plante des conifères tout autour du verger.

Vous pouvez voir ci-dessous un schéma présentant cette situation, avec la disposition des pommiers et des conifères pour un nombre ( $n$ ) de rangées de pommiers :



## Question 1 : POMMIERS

M136Q01- 01 02 11 12 21

Complétez le tableau :

$n$	Nombre de pommiers	Nombre de conifères
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Exemple de question à contenu mathématique manifeste

## Question 2 : POMMIERS

M136Q02- 00 11 12 13 14 15 99

Il existe deux expressions que vous pouvez utiliser pour calculer le nombre de pommiers et le nombre de conifères dans cette situation :

$$\text{Nombre de pommiers} = n^2$$

$$\text{Nombre de conifères} = 8n$$

où  $n$  est le nombre de rangées de pommiers.

Il existe une valeur de  $n$  pour laquelle le nombre de pommiers est égal au nombre de conifères. Trouvez cette valeur de  $n$  et expliquez votre méthode pour la calculer.

.....

.....

## Question 3 : POMMIERS

M136Q03- 01 02 11 21 99

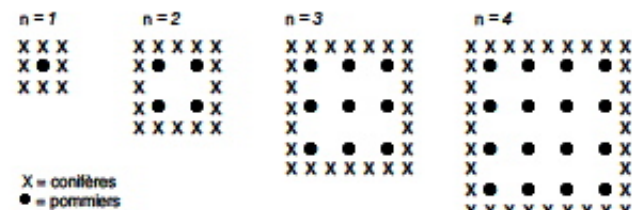
Supposez que le fermier veuille faire un verger beaucoup plus grand, avec de nombreuses rangées d'arbres. Lorsque le fermier agrandit le verger, qu'est-ce qui va augmenter le plus vite : le nombre de pommiers ou le nombre de conifères ? Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

.....

.....

Un fermier plante des pommiers en carré. Afin de protéger ces arbres du vent, il plante des conifères tout autour du verger.

Vous pouvez voir ci-dessous un schéma présentant cette situation, avec la disposition des pommiers et des conifères pour un nombre ( $n$ ) de rangées de pommiers :



### Question 1 : POMMIERS

M136Q01- 01 02 11 12 21 99

Complétez le tableau :

$n$	Nombre de pommiers	Nombre de conifères
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

### Question 2 : POMMIERS

M136Q02- 00 11 12 13 14 15 99

Il existe deux expressions que vous pouvez utiliser pour calculer le nombre de pommiers et le nombre de conifères dans cette situation :

Nombre de pommiers =  $n^2$

Nombre de conifères =  $8n$

où  $n$  est le nombre de rangées de pommiers.

Il existe une valeur de  $n$  pour laquelle le nombre de pommiers est égal au nombre de conifères. Trouvez cette valeur de  $n$  et expliquez votre méthode pour la calculer.

.....

.....

### Question 3 : POMMIERS

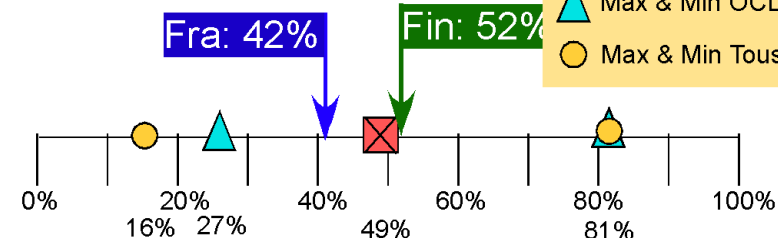
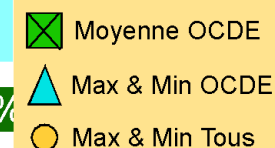
M136Q03- 01 02 11 21 99

Supposez que le fermier veuille faire un verger beaucoup plus grand, avec de nombreuses rangées d'arbres. Lorsque le fermier agrandit le verger, qu'est-ce qui va augmenter le plus vite : le nombre de pommiers ou le nombre de conifères ? Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

.....

.....

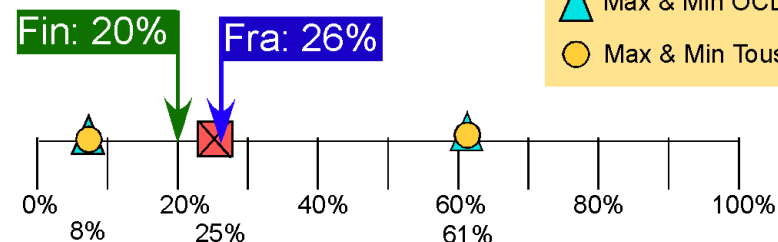
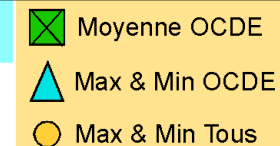
### Pommiers\_item1



EVAPM\_Seconde\_2003 : 79 %

Pisa 2000 : M136Q01 - question libérée

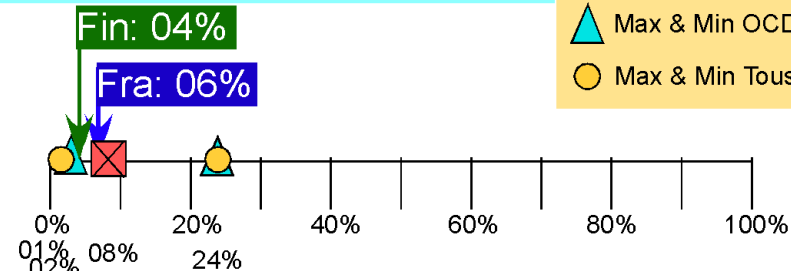
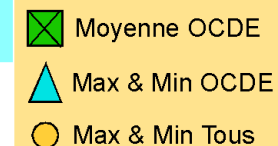
### Pommiers\_item2



EVAPM\_Seconde\_2003 : 60 %

Pisa 2000 : M136Q02 - question libérée

### Pommiers\_item3



EVAPM\_Seconde\_2003 : 11 %

Pisa 2000 : M136Q03 - question libérée

Exemple de question à  
contenu mathématique  
douteux

## ETAGERES

### Question 1 : ÉTAGÈRES

M484Q 01

Pour construire une étagère complète, un menuisier a besoin du matériel suivant :

4 planches longues ;

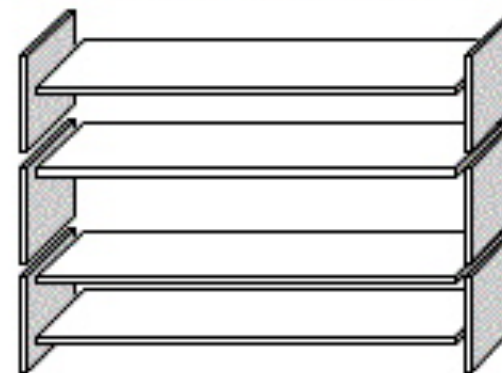
6 planches courtes ;

12 petites équerres ;

2 grandes équerres ;

14 vis.

Le menuisier dispose d'un stock de  
26 planches longues, 33 planches courtes,  
200 petites équerres, 20 grandes équerres et 510 vis.



Combien d'étagères complètes le menuisier peut-il construire ?

Réponse : .....

Exemple de question à  
contenu mathématique  
douteux

$$N = \text{Min} \left( \left[ \frac{26}{4} \right]; \left[ \frac{33}{6} \right]; \left[ \frac{200}{12} \right]; \left[ \frac{20}{2} \right]; \left[ \frac{510}{14} \right] \right)$$

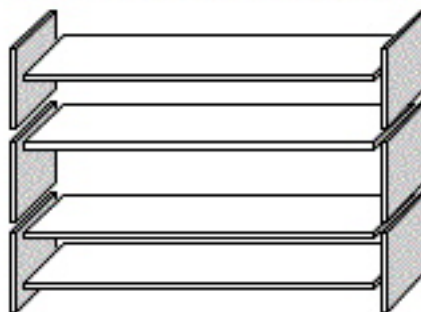
## ETAGERES

### Question 1 : ÉTAGÈRES

M484Q01

Pour construire une étagère complète, un menuisier a besoin du matériel suivant :

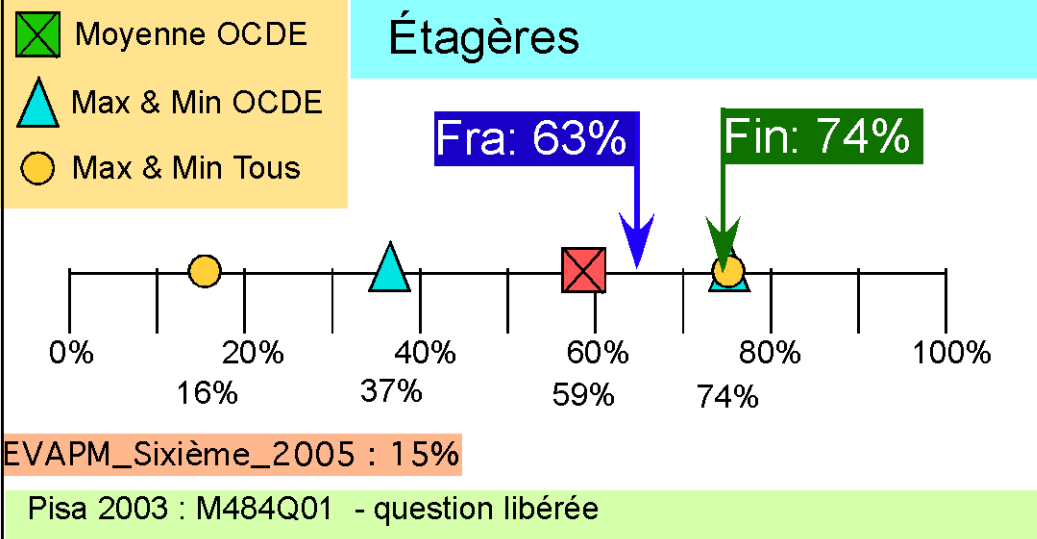
- 4 planches longues ;
- 6 planches courtes ;
- 12 petites équerres ;
- 2 grandes équerres ;
- 14 vis.



Le menuisier dispose d'un stock de 26 planches longues, 33 planches courtes, 200 petites équerres, 20 grandes équerres et 510 vis.

Combien d'étagères complètes le menuisier peut-il construire ?

Réponse : .....



# Rapport aux programmes français de mathématiques

## MATHÉMATIQUES : TABLEAU SYNOPTIQUE POUR LE COLLÈGE

	Classe de Sixième	Classe de Cinquième	Classe de Quatrième	Classe de Troisième
<b>Configurations, constructions et transformations.</b>	Cercle. Triangles, triangles particuliers. Rectangle, losange. Transformation de figures par symétrie axiale. Parallépipède rectangle.	Parallélogramme. Construction de triangles (Instruments et/ou logiciel géométrique). Concours des médiatrices d'un triangle. Transformation de figures par symétrie centrale. Prismes droits, cylindres de révolution.	Triangle : théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés. Triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes : proportionnalité de longueurs. Droites remarquables d'un triangle, leur concours. Triangle rectangle et son cercle circonscrit. Transformation de figures par translation. Pyramides, cône de révolution.	Polygones réguliers. Théorème de Thalès et réciproque. Transformation de figures par rotation ; composition de symétries centrales ou de translations. Vecteurs, somme de deux vecteurs. Sphère. Problèmes de sections planes de solides.
<b>Repérage, distances et angles.</b>	Abscisses positives sur une droite graduée. Repérage par les entiers relatifs, sur une droite graduée (abscisse) et dans le plan (coordonnées).	Repérage sur une droite graduée, distance de deux points. Repérage dans le plan (coordonnées). Inégalité triangulaire.	Relation de proportionnalité : représentation graphique. Théorème de Pythagore et sa réciproque. Distance d'un point à une droite. Tangente à un cercle. Cosinus d'un angle aigu.	Représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine. Coordonnées du milieu d'un segment. Coordonnées d'un vecteur. Distance de deux points. Trigonométrie dans le triangle rectangle.
<b>Grandeurs et mesures.</b>	Périmètre et aire d'un rectangle, aire d'un triangle rectangle. Longueur d'un cercle. Volume d'un parallépipède rectangle à partir d'un pavage.	Somme des angles d'un triangle. Aire du parallélogramme, du triangle, du disque. Mesure du temps. Aire latérale et volume d'un prisme droit, d'un cylindre de révolution.	Grandeurs quotients courantes. Volume d'une pyramide, volume et aire latérale d'un cône de révolution.	Grandeurs composées. Aire de la sphère, volume de la boule.
<b>Nombres et calcul numérique.</b>	Écriture décimale et opérations +, -, x. Division par un entier : quotient et reste dans la division euclidienne, division approchée. Troncature et arrondi. Écriture fractionnaire du quotient de deux entiers, simplifications.	Successions de calculs, priorités opératoires. Produit de fractions. Comparaison, somme et différence de fractions de dénominateurs égaux ou multiples. Comparaison, somme et différence de nombres relatifs en écriture décimale.	Opérations (+, -, x, :) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire (non nécessairement simplifiée). Puissances d'exposant entier relatif. Notation scientifique des nombres. Touches $\sqrt{\quad}$ et cos d'une calculatrice ; Inverses.	Calculs comportant des radicaux. Fractions irréductibles. Exemples simples d'algorithmes et applications numériques sur ordinateur.
<b>Calcul littéral.</b>	Substitution de valeurs numériques à des lettres dans une formule.	Égalités $k(a+b) = ka + kb$ et $k(a-b) = ka - kb$ . Test d'une égalité ou d'une inégalité par substitution de valeurs numériques à une ou plusieurs variables.	Développement d'expressions. Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre. Équations du premier degré à une inconnue.	Factorisation (identités). Problèmes se ramenant au premier degré. Inéquations. Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues.
<b>Fonctions numériques.</b>	Application d'un taux de pourcentage. Changements d'unités de longueur, d'aire. Étude d'exemples relevant ou non de la proportionnalité.	Mouvement uniforme. Calcul d'un pourcentage, d'une fréquence. Changements d'unités de temps et de volume. Coefficient de proportionnalité.	Vitesse moyenne. Calculs faisant intervenir des pourcentages. Changements d'unités pour des grandeurs quotients courantes. Applications de la proportionnalité.	Étude générale de l'effet d'une réduction, d'un agrandissement sur des aires, des volumes. Problèmes de changements d'unités pour des grandeurs composées. Fonctions linéaires et affines.
<b>Représentation et organisation de données.</b>	Exemples conduisant à lire, à établir des tableaux, des graphiques.	Classes, effectifs d'une distribution statistique. Fréquences. Diagrammes à barres, diagrammes circulaires.	Effectifs cumulés. Fréquences cumulées. Moyennes. Initiation à l'usage de tableurs-grapheurs.	Approche de la comparaison de séries statistiques.

# Les questions de PISA rapportées aux les programmes français de mathématiques\_ 1

MATHÉMATIQUES : TABLEAU SYNOPTIQUE POUR LE COLLÈGE

	Classe de Sixième (GR 6)	Classe de Cinquième (GR 7)	Classe de Quatrième (GR 8)	Classe de Troisième (GR 9)
<b>Configurations, constructions et transformations.</b>	Cercle. Triangles, triangles particuliers. Rectangle, losange. Transformation de figures par symétrie axiale. <b>Parallélogramme rectangle.</b>	<b>Parallélogramme.</b> Construction de triangles (Instruments et/ou logiciel géométrique). Concours des médiatrices d'un triangle. Transformation de figures par symétrie centrale. Prismes droits, cylindres de révolution.	<b>Triangle : théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés.</b> Triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes : proportionnalité de longueurs. Droites remarquables d'un triangle, leur concours. Triangle rectangle et son cercle circonscrit. Transformation de figures par translation. <b>Pyramides</b> , cône de révolution.	Polygones réguliers. Théorème de Thalès et réciproque. Transformation de figures par rotation ; composition de symétries centrales ou de translations. Vecteurs, somme de deux vecteurs. Sphère. Problèmes de sections planes de solides.
<b>Repérage, distances et angles.</b>	Abscisses positives sur une droite graduée. Repérage par les entiers relatifs, sur une droite graduée (abscisse) et dans le plan (coordonnées).	Repérage sur une droite graduée, distance de deux points. Repérage dans le plan (coordonnées). Inégalité triangulaire.	Relation de proportionnalité : représentation graphique. Théorème de Pythagore et sa réciproque. Distance d'un point à une droite. Tangente à un cercle. Cosinus d'un angle aigu.	Représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine. Coordonnées du milieu d'un segment. Coordonnées d'un vecteur. Distance de deux points. Trigonométrie dans le triangle rectangle.
<b>Grandeurs et mesures.</b>	<b>Périmètre et aire d'un rectangle, aire</b> d'un triangle rectangle. Longueur d'un cercle. Volume d'un parallélépipède rectangle à partir d'un pavage.	Somme des angles d'un triangle. Aire du parallélogramme, du triangle, du disque. <b>Mesure du temps.</b> Aire latérale et volume d'un prisme droit, d'un cylindre de révolution.	<b>Grandeurs quotients courantes.</b> Volume d'une pyramide, volume et aire latérale d'un cône de révolution.	Grandeurs composées. Aire de la sphère, volume de la boule.
<b>Nombres et calcul numérique.</b>	<b>Écriture décimale et opérations +, -, x.</b> Division par un entier : quotient et reste dans la division euclidienne, <b>division approchée</b> . Troncature et arrondi. Écriture fractionnaire du quotient de deux entiers, simplifications.	Successions de calculs, priorités opératoires. Produit de fractions. Comparaison, somme et différence de fractions de dénominateurs égaux ou multiples. Comparaison, somme et différence de nombres relatifs en écriture décimale.	Opérations (+, -, x, :) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire (non nécessairement simplifiée). Puissances d'exposant entier relatif. Notation scientifique des nombres. Touches $\sqrt{\quad}$ et cos d'une calculatrice ; Inverses.	Calculs comportant des radicaux. Fractions irréductibles. Exemples simples d'algorithmes et applications numériques sur ordinateur.
<b>Calcul littéral.</b>	<b>Substitution de valeurs numériques à des lettres dans une formule.</b>	Égalités $k(a+b) = ka + kb$ et $k(a-b) = ka - kb$ . Test d'une égalité ou d'une inégalité par substitution de valeurs numériques à une ou plusieurs variables.	Développement d'expressions. Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre. <b>Équations du premier degré à une inconnue.</b>	Factorisation (identités). <b>Problèmes se ramenant au premier degré.</b> Inéquations. Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues.
<b>Fonctions numériques.</b>	<b>Application d'un taux de pourcentage.</b> Changements d'unités de longueur, d'aire. <b>Étude d'exemples relevant ou non de la proportionnalité.</b>	Mouvement uniforme. Calcul d'un pourcentage, d'une fréquence. <b>Changements d'unités de temps</b> et de volume. Coefficient de proportionnalité.	Vitesse moyenne. Calculs faisant intervenir des pourcentages. <b>Changements d'unités pour des grandeurs quotients courantes.</b> Applications de la proportionnalité.	Étude générale de l'effet d'une réduction, d'un agrandissement sur des aires, des volumes. Problèmes de changements d'unités pour des grandeurs composées. Fonctions linéaires et affines.
<b>Représentation et organisation de données.</b>	<b>Exemples conduisant à lire, à établir des tableaux, des graphiques.</b>	Classes, effectifs d'une distribution statistique. Fréquences. <b>Diagrammes à barres, diagrammes circulaires</b> .	Effectifs cumulés. Fréquences cumulées. <b>Moyennes.</b> Initiation à l'usage de tableurs-grapheurs.	Approche de la comparaison de séries statistiques.

# Les questions de PISA rapportées aux les programmes français de mathématiques \_ 2

MATHÉMATIQUES : TABLEAU SYNOPTIQUE POUR LE COLLÈGE

	Classe de Sixième (GR 6)	Classe de Cinquième (GR 7)	Classe de Quatrième (GR 8)	Classe de Troisième (GR 9)
<b>Configurations, constructions et transformations.</b>	Cercle. Triangles, triangles particuliers. Rectangle, losange. Transformation de figures par symétrie axiale. <b>Parallélépipède rectangle.</b>	<b>Parallélogramme.</b> Construction de triangles (Instruments et/ou logiciel géométrique). Concours des médiatrices d'un triangle. Transformation de figures par symétrie centrale. Prismes droits, cylindres de révolution.	<b>Triangle : théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés.</b> Triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes : proportionnalité de longueurs. Droites remarquables d'un triangle, leur concours. Triangle rectangle et son cercle circonscrit.	Polygones réguliers. Théorème de Thalès et réciproque. Transformation de figures par rotation ; composition de symétries centrales ou de translations. Vecteurs, somme de deux vecteurs. Sphère. Problèmes de sections planes de solides.
<b>Repérage, distances et angles.</b>	Abscisses positives sur une droite graduée. Repérage par les entiers relatifs sur une droite graduée (abscisse et ordonnée) le plan (coordonnées).			
<b>Grandeurs et mesures.</b>	<b>Périmètre et aire d'un rectangle.</b> Aire d'un triangle rectangle. Longueur d'un cercle. Volume d'un parallélépipède rectangle à partir d'un pavage.			
<b>Nombres et calcul numérique.</b>	<b>Écriture décimale et opérations +, -, x.</b> Division par un entier : quotient et reste dans la division euclidienne, <b>division approchée.</b> Troncature et arrondi. Écriture fractionnaire du quotient de deux entiers, simplifications.	Successions de calculs, priorités opératoires. Produit de fractions. Comparaison, somme et différence de fractions de dénominateurs égaux ou multiples. Comparaison, somme et différence de nombres relatifs en écriture décimale.	Opérations (+, -, x, :) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire (non nécessairement simplifiée). Puissances d'exposant entier relatif. Notation scientifique des nombres. Touches $\sqrt{\quad}$ et cos d'une calculatrice ; Inverses.	Calculs comportant des radicaux. Fractions irréductibles. Exemples simples d'algorithmes et applications numériques sur ordinateur.
<b>Calcul littéral.</b>	<b>Substitution de valeurs numériques à des lettres dans une formule.</b>	Égalités $k(a+b) = ka + kb$ et $k(a-b) = ka - kb$ . Test d'une égalité ou d'une inégalité par substitution de valeurs numériques à une ou plusieurs variables.	Développement d'expressions. Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre. <b>Équations du premier degré à une inconnue.</b>	Factorisation (identités). <b>Problèmes se ramenant au premier degré.</b> Inéquations. Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues.
<b>Fonctions numériques.</b>	<b>Application d'un taux de pourcentage.</b> Changements d'unités de longueur, d'aire. <b>Étude d'exemples relevant ou non de la proportionnalité.</b>	Mouvement uniforme. Calcul d'un pourcentage, d'une fréquence. <b>Changements d'unités de temps</b> et de volume. Coefficient de proportionnalité.	Vitesse moyenne. Calculs faisant intervenir des pourcentages. <b>Changements d'unités pour des grandeurs quotients courantes.</b> Applications de la proportionnalité.	Étude générale de l'effet d'une réduction, d'un agrandissement sur des aires, des volumes. Problèmes de changements d'unités pour des grandeurs composées. Fonctions linéaires et affines.
<b>Représentation et organisation de données.</b>	<b>Exemples conduisant à lire, à établir des tableaux, des graphiques.</b>	Classes, effectifs d'une distribution statistique. Fréquences. <b>Diagrammes à barres, diagrammes circulaires.</b>	Effectifs cumulés. Fréquences cumulées. <b>Moyennes.</b> Initiation à l'usage de tableurs-grapheurs.	Approche de la comparaison de séries statistiques.

Questions mathématiques de  
PISA rapportées aux programmes  
français du collège

Recouvrement :  $\approx 15\%$

# Un examen français classique à 15 ans rapporté aux programmes français\_1

## MATHÉMATIQUES : TABLEAU SYNOPTIQUE POUR LE COLLÈGE

	Classe de Sixième (GR 6)	Classe de Cinquième (GR 7)	Classe de Quatrième (GR 8)	Classe de Troisième (GR 9)
<b>Configurations, constructions et transformations.</b>	Cercle. <b>Triangles, triangles particuliers.</b> <b>Rectangle</b> , losange. Transformation de figures par symétrie axiale. <b>Parallépipède rectangle.</b>	Parallélogramme. <b>Construction de triangles (Instruments et/ou logiciel géométrique).</b> Concours des médiatrices d'un triangle. Transformation de figures par symétrie centrale. Prismes droits, cylindres de révolution.	<b>Triangle : théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés. Triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes : proportionnalité de longueurs.</b> Droites remarquables d'un triangle, leur concours. Triangle rectangle et son cercle circonscrit. Transformation de figures par translation. Pyramides, cône de révolution.	Polygones réguliers. <b>Théorème de Thalès et réciproque.</b> Transformation de figures par rotation ; composition de symétries centrales ou de translations. Vecteurs, somme de deux vecteurs. Sphère. Problèmes de sections planes de solides.
<b>Repérage, distances et angles.</b>	Abscisses positives sur une droite graduée. Repérage par les entiers relatifs, sur une droite graduée (abscisse) et dans le plan (coordonnées).	Repérage sur une droite graduée, distance de deux points. Repérage dans le plan (coordonnées). Inégalité triangulaire.	Relation de proportionnalité : représentation graphique. <b>Théorème de Pythagore et sa réciproque.</b> Distance d'un point à une droite. Tangente à un cercle. <b>Cosinus d'un angle aigu.</b>	<b>Représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine.</b> Coordonnées du milieu d'un segment. Coordonnées d'un vecteur. Distance de deux points. <b>Trigonométrie dans le triangle rectangle.</b>
<b>Grandeurs et mesures.</b>	<b>Périmètre et aire d'un rectangle, aire d'un triangle rectangle.</b> Longueur d'un cercle. <b>Volume d'un parallépipède rectangle à partir d'un pavage.</b>	<b>Somme des angles d'un triangle.</b> Aire du parallélogramme, du triangle, du disque. <b>Mesure du temps.</b> Aire latérale et volume d'un prisme droit, d'un cylindre de révolution.	Grandeurs quotients courantes. Volume d'une pyramide, volume et aire latérale d'un cône de révolution.	Grandeurs composées. Aire de la sphère, volume de la boule.
<b>Nombres et calcul numérique.</b>	<b>Écriture décimale et opérations +, -, x.</b> Division par un entier : quotient et reste dans la division euclidienne, division approchée. Troncature et arrondi. <b>Écriture fractionnaire du quotient de deux entiers, simplifications.</b>	<b>Successions de calculs, priorités opératoires.</b> <b>Produit de fractions. Comparaison, somme et différence de fractions de dénominateurs égaux ou multiples.</b> Comparaison, somme et différence de nombres relatifs en écriture décimale.	Opérations (+, -, x, :) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire (non nécessairement simplifiée). <b>Puissances d'exposant entier relatif. Notation scientifique des nombres.</b> <b>Touches <math>\sqrt{\quad}</math> et cos d'une calculatrice ; Inverses.</b>	<b>Calculs comportant des radicaux. Fractions irréductibles.</b> Exemples simples d'algorithme et applications numériques sur ordinateur.
<b>Calcul littéral.</b>	<b>Substitution de valeurs numériques à des lettres dans une formule.</b>	Égalités $k(a+b) = ka + kb$ et $k(a-b) = ka - kb$ . Test d'une égalité ou d'une inégalité par substitution de valeurs numériques à une ou plusieurs variables.	<b>Développement d'expressions.</b> Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre. <b>Équations du premier degré à une inconnue.</b>	Factorisation (identités). <b>Problèmes se ramenant au premier degré. Inéquations.</b> Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues.
<b>Fonctions numériques.</b>	Application d'un taux de pourcentage. <b>Changements d'unités de longueur, d'aire.</b> Étude d'exemples relevant ou non de la proportionnalité.	Mouvement uniforme. Calcul d'un pourcentage, d'une fréquence. <b>Changements d'unités de temps et de volume.</b> Coefficient de proportionnalité.	Vitesse moyenne. Calculs faisant intervenir des pourcentages. Changements d'unités pour des grandeurs quotients courantes. Applications de la proportionnalité.	<b>Étude générale de l'effet d'une réduction, d'un agrandissement sur des aires, des volumes.</b> Problèmes de changements d'unités pour des grandeurs composées. <b>Fonctions linéaires et affines.</b>
<b>Représentation et organisation de données.</b>	Exemples conduisant à lire, à établir des tableaux, des graphiques.	Classes, <b>effectifs d'une distribution statistique. Fréquences.</b> <b>Diagrammes à barres</b> , diagrammes circulaires.	<b>Effectifs cumulés.</b> Fréquences cumulées. <b>Moyennes.</b> Initiation à l'usage de tableurs-grapheurs.	Approche de la comparaison de séries statistiques.

# Un examen français classique à 15 ans rapporté aux programmes français\_2

## MATHÉMATIQUES : TABLEAU SYNOPTIQUE POUR LE COLLÈGE

	Classe de Sixième (GR 6)	Classe de Cinquième (GR 7)	Classe de Quatrième (GR 8)	Classe de Troisième (GR 9)
<b>Configurations, constructions et transformations.</b>	Cercle. <b>Triangles, triangles particuliers.</b> <b>Rectangle</b> , losange. Transformation de figures par symétrie axiale. <b>Parallépipède rectangle.</b>	Parallélogramme. <b>Construction de triangles (Instruments et/ou logiciel géométrique).</b> Concours des médiatrices d'un triangle. Transformation de figures par symétrie centrale. Prismes droits, cylindres de révolution.	<b>Triangle : théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés. Triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes : proportionnalité de longueurs.</b> Droites remarquables d'un triangle, leur concours. Triangle rectangle et son cercle circonscrit. Transformation de figures par translation. Pyramides, cône de révolution.	Polygones réguliers. <b>Théorème de Thalès et réciproque.</b> Transformation de figures par rotation ; composition de symétries centrales ou de translations. Vecteurs, somme de deux vecteurs. Sphère. Problèmes de sections planes de solides.
<b>Repérage, distances et angles.</b>	Abscisses positives sur une droite graduée. Repérage par les entiers relatifs, sur une droite graduée (abscisse) et dans le plan (coordonnées).	Repérage sur une droite graduée, distance de deux points. Repérage dans le plan	Relation de proportionnalité : représentation graphique.	<b>Représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine.</b> Coordonnées du milieu d'un segment. Coordonnées d'un vecteur. Distance de deux points. <b>Trigonométrie dans le triangle rectangle.</b>
<b>Grandeurs et mesures.</b>	<b>Périmètre et aire d'un rectangle</b> <b>aire d'un triangle rectangle.</b> Longueur d'un cercle. <b>Volume d'un parallépipède rectangle</b> à partir d'un pavage.	<div> <p><b>Les questions d'un examen classique à 15 ans rapporté au programme français (Brevet des collèges – région Sud 2005)</b></p> <p><b>Recouvrement : <math>\approx 35\%</math></b></p> </div>		Grandeurs composées. Aire de la sphère, volume de la boule.
<b>Nombres et calcul numérique.</b>	<b>Écriture décimale et opérations</b> , $x$ . Division par un entier : quotient, reste dans la division euclidienne, division approchée. Troncature et arrondi. <b>Écriture fractionnaire du quotient de deux entiers, simplifications.</b>			<b>Calculs comportant des radicaux.</b> <b>Fractions irréductibles.</b> Exemples simples d'algorithme et applications numériques sur ordinateur.
<b>Calcul littéral.</b>	<b>Substitution de valeurs numériques à des lettres dans une formule.</b>			<b>Calculs comportant des radicaux.</b> <b>Fractions irréductibles.</b> Exemples simples d'algorithme et applications numériques sur ordinateur.
<b>Fonctions numériques.</b>	Application d'un taux de pourcentage. <b>Changements d'unités de longueur, d'aire.</b> Étude d'exemples relevant ou non de la proportionnalité.			<b>Calculs comportant des radicaux.</b> <b>Fractions irréductibles.</b> Exemples simples d'algorithme et applications numériques sur ordinateur.
<b>Représentation et organisation de données.</b>	Exemples conduisant à lire, à établir des tableaux, des graphiques.	Classes, effectifs d'une distribution statistique. Fréquences. <b>Diagrammes à barres</b> , diagrammes circulaires.	<b>Effectifs cumulés.</b> Fréquences cumulées. <b>Moyennes.</b> Initiation à l'usage de tableurs-grapheurs.	Approche de la comparaison de séries statistiques.

## Présentation simplifiée de la taxonomie

	Catégorie générale		Sous catégorie
<b>A</b>	<u>Connaissance et reconnaissance</u>	A1	<u>des faits</u>
		A2	<u>du vocabulaire</u>
		A3	<u>des outils</u>
		A4	<u>des procédures</u>
<b>B</b>	<u>Compréhension</u>	B1	<u>des faits</u>
		B2	<u>du vocabulaire</u>
		B3	<u>des outils</u>
		B4	<u>des procédures</u>
		B5	<u>Des relations</u>
		B6	<u>Des situations</u>
<b>C</b>	<u>Application</u>	C1	<u>Dans des situations familières simples</u>
		C2	<u>Dans des situations familières moyennement complexes</u>
		C3	<u>Dans des situations familières complexes</u>
<b>D</b>	<u>Creativité</u>	D1	<u>Utiliser dans une situation nouvelle des outils et des procédures connus</u>
		D2	<u>Émission d'idées nouvelles</u>
		D3	<u>Création d'outils et de démarches personnelles</u>
<b>E</b>	<u>Jugement</u>	E1	<u>Production de jugements relatifs à des production externes</u>
		E2	<u>Auto-évaluation</u>

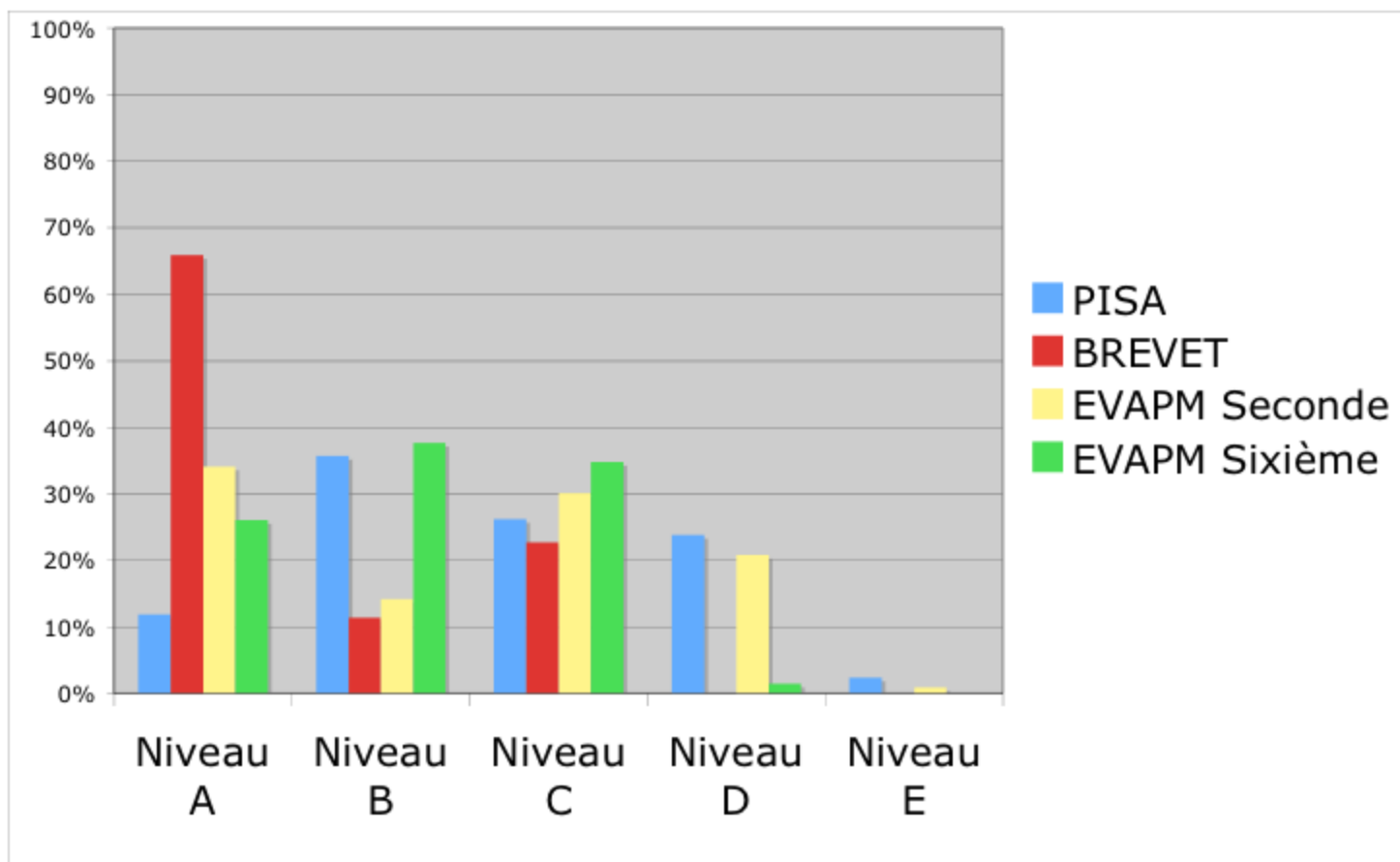
Taxonomie développée pour élaborer et analyser des tâches mathématiques. Ordonnée par niveaux hiérarchisés de complexité cognitive.

Adaptation par Antoine Bodin de la taxonomie de Régis Gras, avec des emprunts à W. A. Anderson (cf. Bibliographie).

Cette taxonomie est en particulier utilisée dans le cadre des études EVAPM.

Voir version complète sur le site de l'APMEP.

## Comparaison des niveaux taxonomiques de PISA avec des évaluation françaises

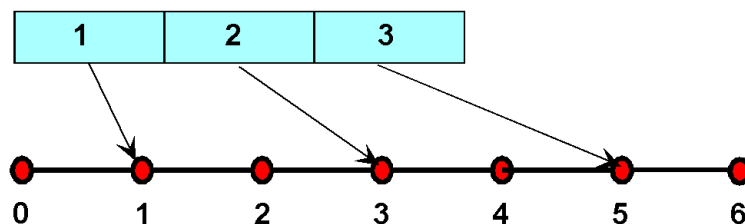


## Classes de compétences

Selon PISA – voir description complète dans le cadre de référence de PISA

Niveau		Définition de l'OCDE	
1	<b>Reproduction</b>	Les compétences classées dans ce groupe impliquent essentiellement la reproduction de connaissances déjà bien exercées	<b>Reproduction</b>
2	<b>Connexions</b>	Les compétences du groupe <i>connexions</i> sont dans le prolongement de celles du groupe <i>reproduction</i> , dans la mesure où elles servent à résoudre des problèmes qui ne sont plus de simples routines, mais qui impliquent à nouveau un cadre familier ou quasi-familier.	<b>Mathématisation simple</b>
3	<b>Réflexion</b>	Les activités cognitives associées à ce groupe demandent aux élèves de faire preuve d'une démarche mentale réfléchie lors du choix et de l'utilisation de processus pour résoudre un problème. <u>Elles sont en rapport avec les capacités auxquelles les élèves font appel pour planifier des stratégies de solution et les appliquer dans des situations-problème qui contiennent plus d'éléments que celles du groupe <i>connexions</i>, et qui sont plus « originales » (ou peu familières).</u>	<b>Mathématisation complexe</b>

Classes de compétences			Types de compétences
1 Reproduction	2 connexions	3 réflexion	
			Pensée et raisonnement
			Argumentation
			Communication
			Modélisation
			Création et résolution de problèmes
			Représentation
			Utilisation d'un langage et d'opérations de nature symbolique, formelle et technique
			Utilisation d'aides et d'outils

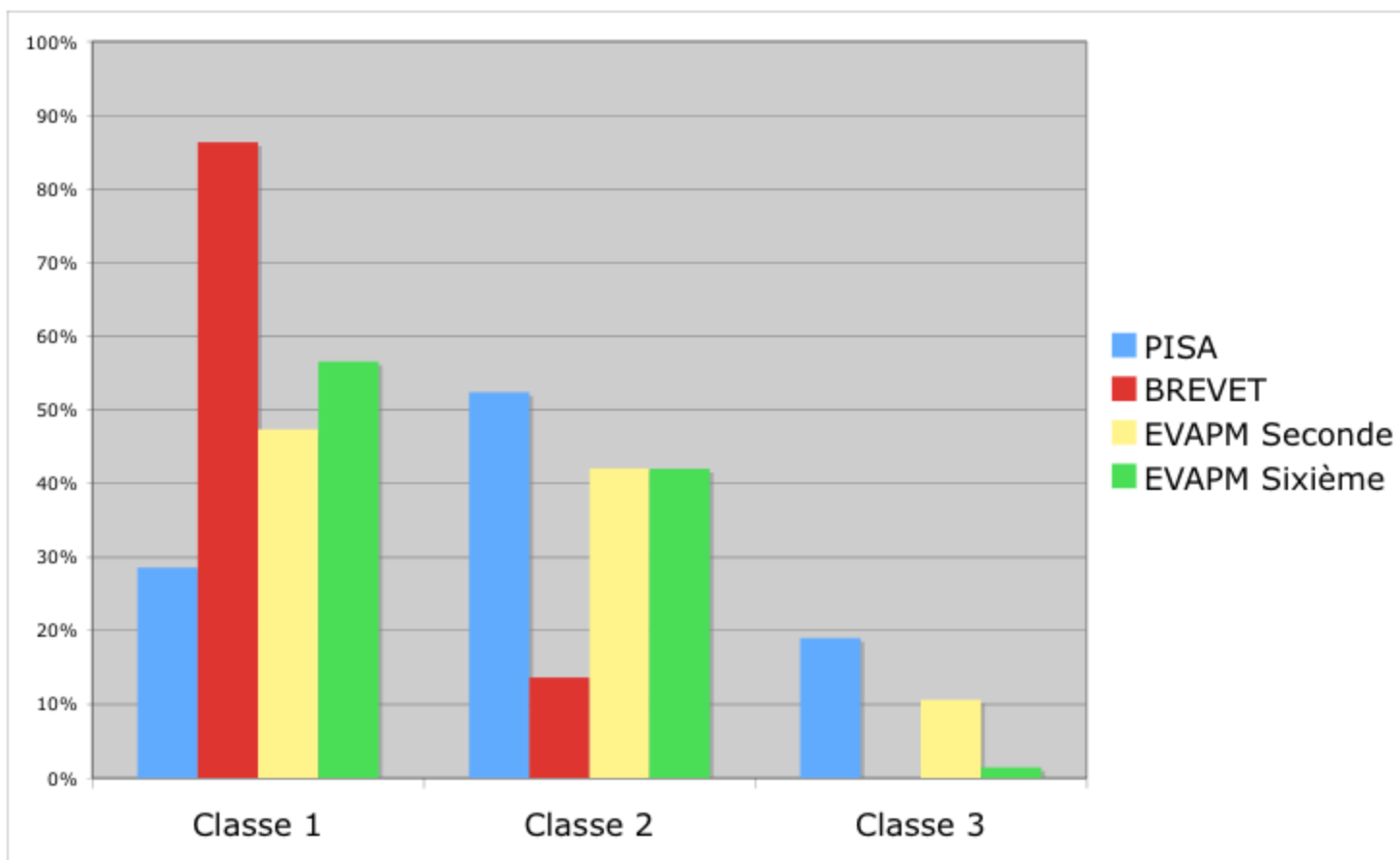


**Échelle de compétence**

Competencies, level of mathematisation and proficiency

*Suggestion Antoine Bodin - avril 2001, revue 2005*

## Niveaux de compétences attendues par Pisa et par quelques évaluations françaises

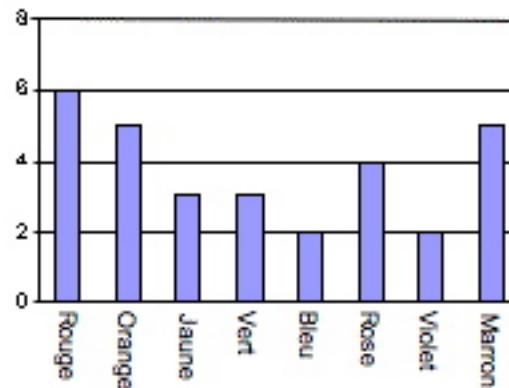


## BONBONS DE COULEUR

### Question 1 : BONBONS DE COULEUR

M467Q 01

La mère de Robert lui permet de prendre un bonbon dans un sachet. Robert ne peut pas voir les bonbons. Le nombre de bonbons de chaque couleur qu'il y a dans le sachet est illustré dans le graphique suivant :



Quelle est la probabilité que Robert prenne un bonbon rouge ?

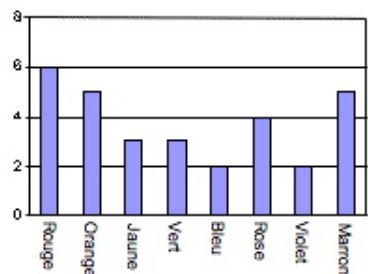
- A 10 %
- B 20 %
- C 25 %
- D 50 %

## BONBONS DE COULEUR

## Question 1 : BONBONS DE COULEUR

M467Q 01

La mère de Robert lui permet de prendre un bonbon dans un sachet. Robert ne peut pas voir les bonbons. Le nombre de bonbons de chaque couleur qu'il y a dans le sachet est illustré dans le graphique suivant :

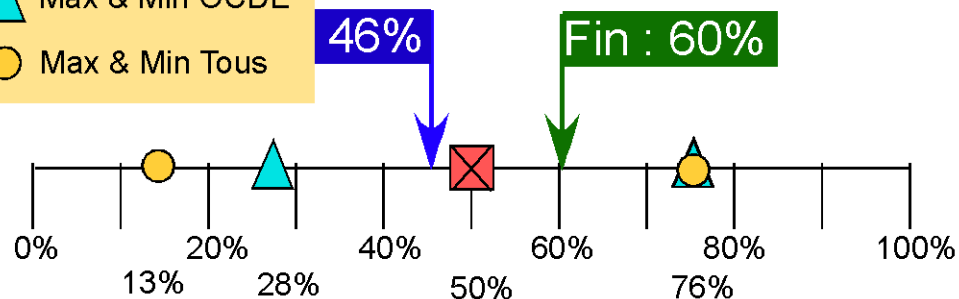


Quelle est la probabilité que Robert prenne un bonbon rouge ?

- A 10 %
- B 20 %
- C 25 %
- D 50 %

- ☒ Moyenne OCDE
- ▲ Max & Min OCDE
- Max & Min Tous

## Bonbons de couleur



Pisa 2003 : M467Q01 - question libérée



**European Mathematical  
Society**

**<http://www.emis.de/>**

**Committee on  
Mathematics Education**

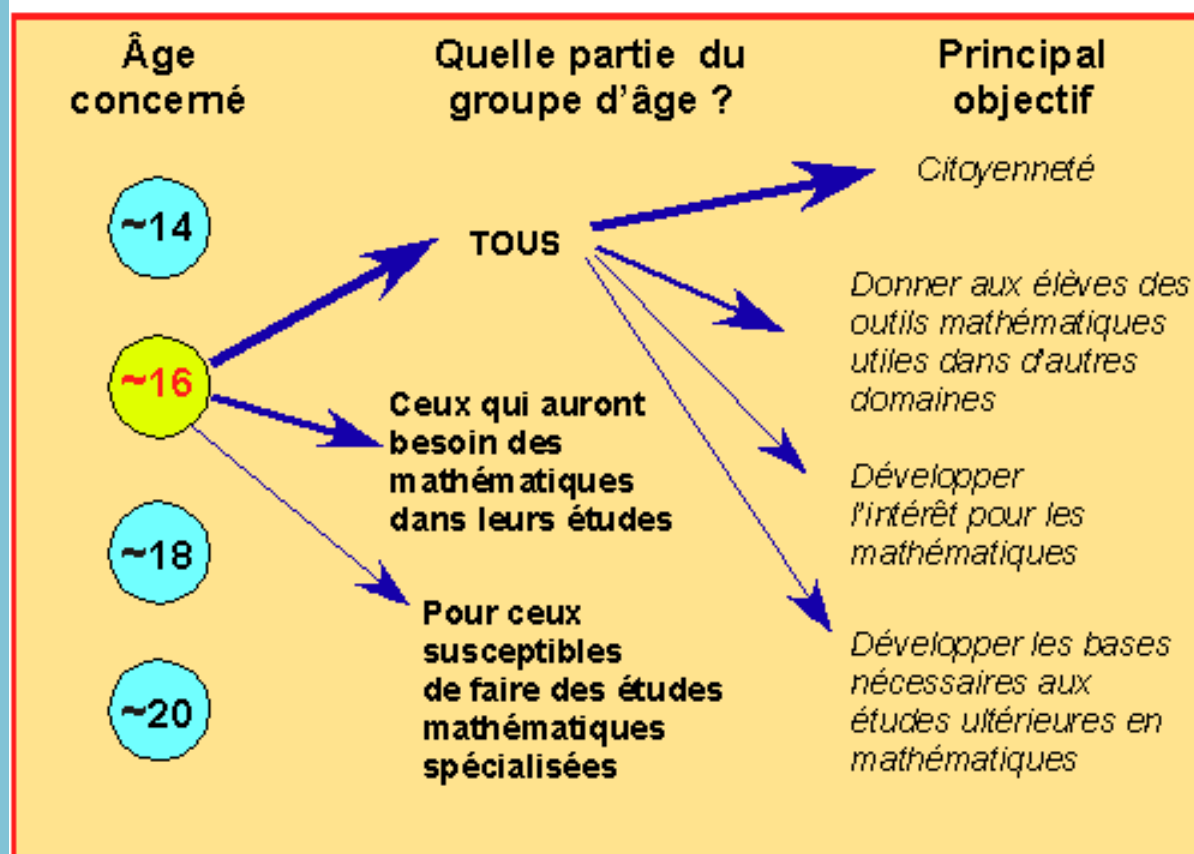
**Reference levels in  
School Mathematics Education in Europe  
for age 16**

**Niveaux de référence  
pour l'enseignement des mathématiques en  
Europe à l'âge de 16 ans**

**REFERENCE QUESTIONS  
(*"DREAM QUESTIONS"*)**

***Antoine Bodin and Vinicio Villani  
August, 2001***

Niveaux de référence  
pour l'enseignement des mathématiques en Europe  
Une étude de la Société Mathématique Européenne pour la C.E.



L'épaisseur des flèches correspond à l'importance relative à 16 ans  
Cette importance serait différente à 14, 18 ou 20 ans

# Références...

...dans le texte de la communication

En français : *“Ce qui est vraiment évalué par PISA en mathématiques.  
Ce qui ne l’est pas. Un point de vue français.”*

En anglais : *“What does PISA really assess? What it doesn’t? A French view.”*

sur le site de la SMF ou sur celui de l’APMEP

APMEP : 26 rue Duméril 75013 PARIS

<http://www.apmep.asso.fr/>

Avec accès à l'ensemble des bases de données

Société mathématique européenne (EMS)

Reference Levels in School Mathematics Education in Europe

<http://www.emis.de/projects/Ref/>

<http://www-irem.univ-fcomte.fr/INTERNAT.HTM>

IREM – Université de Franche-Comté –

La Bouloie – 25030 BESANCON CEDEX – FRANCE

<http://pegase.univ-fcomte.fr/>

Antoine Bodin : [bodin.antoine@nerim.fr](mailto:bodin.antoine@nerim.fr) , [antoinebodin@mac.com](mailto:antoinebodin@mac.com)

[PISA\\_FF\\_francais\\_part2.ppt](#)